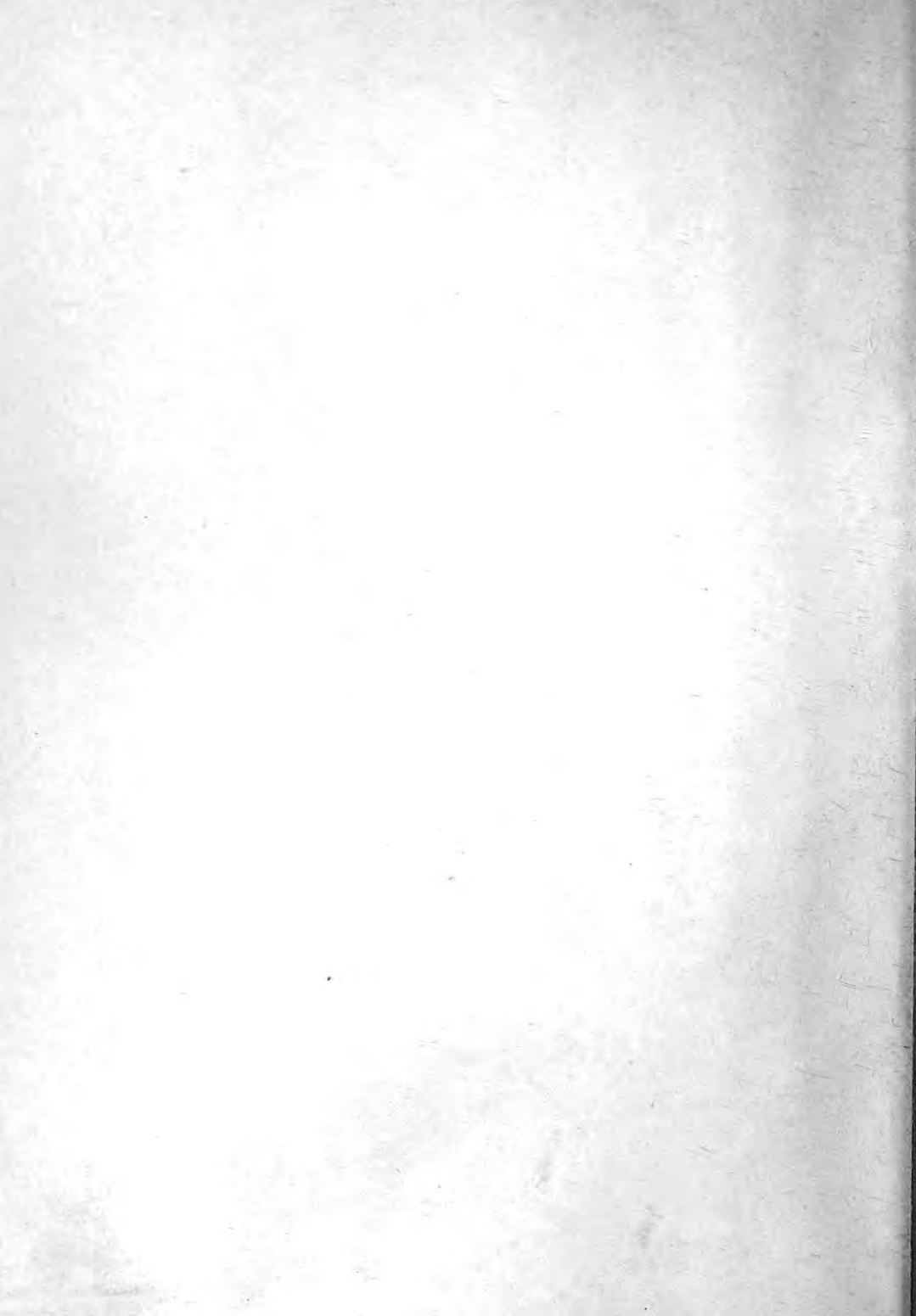




S. 804. B.











HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

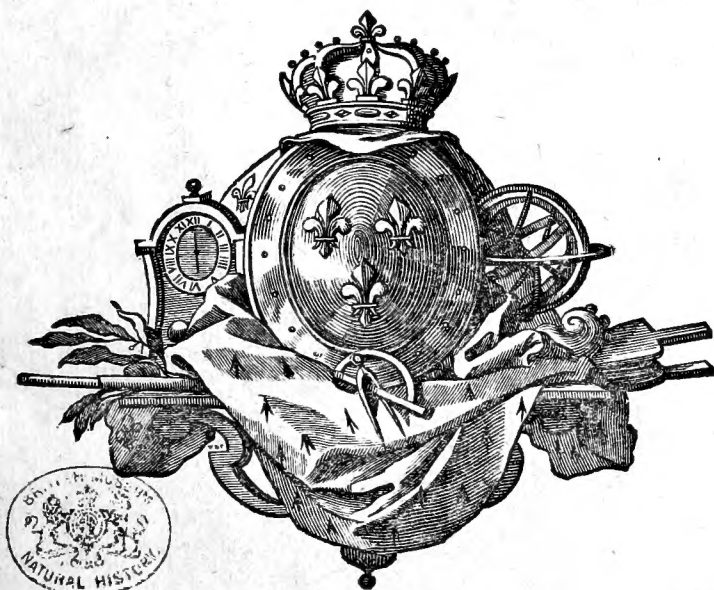
---

ANNÉE M. DCCXLI.

---

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Académie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. DCCXLIV.





# T A B L E

## P O U R

### L' H I S T O I R E.

---

#### PHYSIQUE GÉNÉRALE.

*SUR les Tourbillons Cartésiens.* Page 1

Diverses Observations de Physique & d'Histoire Naturelle.

- |  |    |
|--|----|
| I. Sur le rapport des différens degrés de fluidité des Liquides.                                     | 11 |
| II. Sur l'Evaporation de l'Eau.  | 17 |
| III. Trombe observée sur le Lac de Genève.   | 20 |
| IV. Enfant beaucoup plus grand que ne comporte son âge.  | 21 |
| V. Rouille singulière.   | 22 |
| VI. Histoire Naturelle de la France Equinoctiale.  | 23 |
| VII. Dents de Lamie.   | 25 |
| VIII. Cachalot échoué près de Baïonne.   | 26 |
| IX. Crapaud mâle Accoucheur de la femelle.   | 28 |
| X. Insectes qui se multiplient sans accouplement, & par la seule fécondité de chaque individu.       | 32 |
| XI. Animaux coupés & partagés en plusieurs parties, & qui se reproduisent tout entiers dans chacune. | 33 |
| XII. Cire blanche de la Chine.   | 35 |
| XIII. Ruiffeau inflammable.  | 36 |
| XIV. Fontaine sans fond, de Sablé.   | 37 |

---

#### A N A T O M I E.

*Sur le siège de l'Ame dans le Cerveau.* 39

## T A B L E.

<i>Sur la réunion des Fractures des Os.</i>	45
<i>Sur de nouvelles Artères &amp; Veines lymphatiques.</i>	47
<i>Sur l'Organe immédiat de la Voix &amp; de ses différens tons.</i>	51
<i>Sur les mauvais effets de l'usage des Corps à baleine.</i>	56
<i>Diverſes Observations Anatomiques.</i>	
I. <i>Sur la Structure cellulaire du Corps vitré.</i>	60
II. <i>Observations ſur la Cornée.</i>	68
III. <i>Sur les Noyés.</i>	71
IV. <i>Hiftoire d'une maladie ſingulière de la Matrice.</i>	74
V. <i>Cure extraordinaire d'une Paralyſie.</i>	75
VI. <i>Relâchement des Muſcles des Bras &amp; de la Tête.</i>	76
VII. <i>Conformations ſingulières.</i>	76

---

## C H Y M I E.

<i>Moyens de congeler l'Eſprit de Vin, &amp; de donner aux Huiles graſſes quelques-uns des caractères d'une Huile eſſentielle.</i>	78
<i>Théorie chymique de la teinture des E'toffes.</i>	79
<i>Sur un E'tain préſenté à l'Académie.</i>	81

---

## B O T A N I Q U E.

<i>Sur une eſpèce d'Ouate ou de matière cotonneuſe trouvée au fond d'un E'tang.</i>	85
<i>Recette pour garantir les Chevaux de la Piqure des Mouches.</i>	86

---

## A R I T H M E T I Q U E.

<i>Sur les E'chelles Arithmétiques.</i>	87
---	----

# T A B L E.

---

## A L G E B R E.

<i>Sur le Cas irréductible du troisième degré.</i>	89
<i>Sur une Règle d'Algèbre que Descartes nous a donnée dans sa Géométrie, &amp; qui a été critiquée par quelques Auteurs.</i>	92
<i>Sur le nombre des Racines Réelles ou Imaginaires, Réelles positives ou Réelles négatives, qui se trouvent dans les Equations de tous les degrés.</i>	95

---

## G E O M E T R I E.

<i>Sur divers Elémens de Géométrie, publiés cette année par des Membres de l'Académie.</i>	96
<i>Sur la Jauge des Tonneaux.</i>	100

---

## A S T R O N O M I E.

<i>Sur la hauteur apparente du Tropique du Cancer, &amp; sur la détermination du Solstice d'Ete.</i>	107
<i>Sur le troisième Satellite de Jupiter.</i>	110
<i>Sur le Calcul infinitésimal des Différences dans la Trigonométrie sphérique, par rapport à l'Astronomie.</i>	115

### Diverses Observations Astronomiques.

I. <i>Sur la Théorie de Saturne.</i>	120
II. <i>Sur un Satellite aperçu auprès de la Planète de Venus.</i>	124
III. <i>Sur les Antipodes.</i>	128
IV. <i>Projet pour l'invention des Longitudes.</i>	131
V. <i>Eclipse de Lune du 1.<sup>er</sup> Janvier 1741.</i>	133
VI. <i>Soleil vu Elliptique à une hauteur considérable sur l'Horizon.</i>	134

# T A B L E.

---

## GÉOGRAPHIE ET HYDROGRAPHIE.

<i>Cartes Géographiques &amp; Hydrographiques.</i>	135
<i>Cartes des Côtes méridionales de Terre-neuve, &amp;c.</i>	141

---

## M É C H A N I Q U E.

<i>Sur un Problème de Dynamique.</i>	143
<i>Sur les Instrumens qui assortissent la Machine Pneumatique.</i>	145
<i>Sur la construction d'un Pendule qui ne puisse s'allonger par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.</i>	147
<b>Divers Mémoires &amp; Observations de Méchanique.</b>	
I. <i>Sur les Forces Motrices des Corps.</i>	149
II. <i>Sur le jet des Bombes.</i>	153
III. <i>Sur le roidissement &amp; le relâchement alternatifs des Cordes qui tirent un Fardeau.</i>	155
IV. <i>Sur les différentes matières dont on peut fabriquer du Papier.</i>	159
<i>Machines &amp; Inventions approuvées par l'Académie en 1741.</i>	163
<i>Eloge de M. Petit, Médecin.</i>	169
<i>Eloge de M. le Cardinal de Polignac.</i>	180







# T A B L E

## P O U R

### L E S M É M O I R E S.

*R*ÉFLEXIONS sur la Théorie du troisième Satellite de  
Jupiter. Par M. MARALDI. Page 1

*Moyens de congeler l'Esprit de Vin, & de donner aux Huiles  
grasses quelques-uns des caractères d'une Huile essentielle.*  
Par M. GEOFFROY. 11

*Sur le Cas irréductible du troisième degré.* Par M. NICOLE. 25

*Théorie Chymique de la Teinture des Etoffes. SECOND  
MÉMOIRE.* Par M. HELLOT. 38

*Démonstrations de la Règle de Descartes, pour connoître le  
nombre des Racines positives & négatives dans les E'quations  
qui n'ont point de Racines imaginaires.* Par M. l'Abbé  
DE GUA. 72

*Observations sur la réunion des Fractures des Os. PREMIER  
MÉMOIRE.* Par M. DU HAMEL. 97

*Sur la hauteur apparente du Tropique du Cancer, observée en  
1740 avec un Secteur de six pieds de rayon.* Par M.  
CASSINI DE THURY. 113

*Observations sur les Remedes de M.<sup>lle</sup> Stephens, pour la Pierre.*  
SECOND MÉMOIRE. Par M. MORAND. 123

# T A B L E.

*Sur la détermination des Solstices.* Par M. CASSINI DE  
T H U R Y. 128

*Observations Botanico-Météorologiques pour l'année 1740.*  
Par M. DU HAMEL. 149

*Sur les mauvais effets de l'usage des Corps à baleine.* Par  
M. WINSLOW. 172

*Mémoire dans lequel on examine par voie d'expérience, quelles  
sont les forces & les directions d'un ou de plusieurs Fluides  
renfermés dans une même Sphère qu'on fait tourner sur son  
Axe.* Par M. l'Abbé NOLLET. 184

*Observations par lesquelles on tâche de découvrir la partie du  
Cerveau où l'Ame exerce ses fonctions.* Par M. DE LA  
PEYRONIE. 199

*Formule sur les E'chelles Arithmétiques.* Par M. DE BUFFON. 219

*Observations sur la réunion des Fractures des Os. SECOND  
MÉMOIRE.* Par M. DU HAMEL. 222

*Calcul des Différences dans la Trigonométrie sphérique.* Par  
M. l'Abbé DE LA CAILLE. 238

*Sur des Pierres de Fiel singulières.* Par M. MORAND. 261

*Extrait des Observations & Opérations qui ont été faites dans  
le bas Languedoc, pendant les mois de Mai & Juin de  
l'année 1740.* Par M. PITOT. 265

*Problèmes de Dynamique, où l'on détermine les Trajectoires  
& les vitesses d'une infinité de Corps mis en mouvement au-  
tour d'un centre immobile.* Par M. DE MONTIGNY. 280

# T A B L E.

*Expériences sur la force du Bois. SECOND MÉMOIRE.*

Par M. DE BUFFON. 292

*Observations sur l'étendue & la hauteur de l'Inondation du  
mois de Décembre 1740.* Par M. BUACHE. 335

*Sur les Instruments qui sont propres aux expériences de l'Air.*  
TROISIÈME PARTIE. Par M. l'Abbé NOLLET. 338

*Moyens de construire un Pendule qui ne puisse point s'allonger  
par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.* Par M.  
CASSINI. 363

*Observations sur de nouvelles Artères & Veines lymphatiques.*  
Par M. FERREIN. 371

*Sur un Instrument propre à jauger les Tonneaux & les autres  
vaisseaux qui servent à contenir des liqueurs.* Par M.  
CAMUS. 385

*Remarques sur l'ascension droite d'Arcturus.* Par M. LE  
MONNIER le Fils. 403

*De la formation de la Voix de l'Homme.* Par M. FERREIN. 409

*Instruction sur la manière de faire les Expériences rapportées dans  
le Mémoire précédent.* 430

*Eclipse de Lune observée le 13 Janvier 1740, à l'Hermitage  
qui est sur la montagne de Sainte-Victoire, à trois lieues  
à l'orient d'Aix en Provence.* Par M. l'Abbé DE LA  
CAILLE. 433

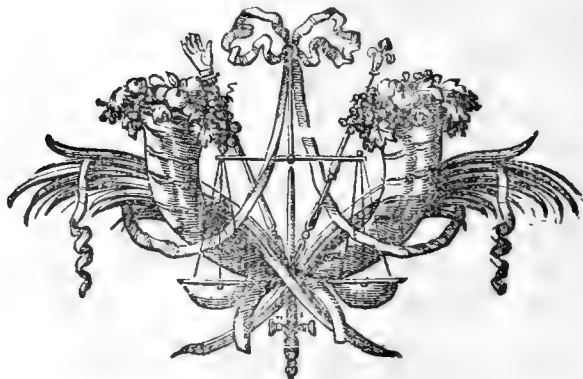
*Recherche du nombre des Racines Réelles ou Imaginaires,  
Réelles positives ou Réelles négatives, qui peuvent se trouver*

# T A B L E.

*dans les Equations de tous les degrés.* Par M. l'Abbé  
DE GUA. 435

*Observations Météorologiques faites à l'Observatoire Royal pen-  
dant l'année 1741.* Par M. MARALDI. 495

*Mémoire sur un Fœtus monstrueux.* Par M. GOURRAIGNE,  
de la Société Royale de Montpellier. 497





# HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

*Année M. DCCXLI.*



## PHYSIQUE GÉNÉRALE.

### *SUR LES TOURBILLONS CARTESIENS.*



l'Abbé de Molières, & M. l'Abbé Nollet ont fait cette année diverses expériences sur les forces & les directions d'un ou de plusieurs fluides renfermés dans une même sphère qui tourne sur son axe, relativement au système des Tourbillons. V. les M. p. 148.

Avant que de parler des expériences de M. l'Abbé Nollet, qui font le principal sujet de cet extrait, nous allons donner  
*Hist. 1741.* A

2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
une histoire succincte de ce qu'on avoit tenté avant lui sur la même matière.

Képler avoit pris garde que les corps légers, tels que les pailles & les fétus, qui viennent à rencontrer un tournant d'eau, y étoient bien tôt entraînés au centre de la circulation; & la raison qu'il en donnoit, étoit que l'eau se trouvant plus pesante que ces corps, & tendant avec plus de force à gagner les extrémités, ou à suivre la tangente du cercle, devoit repousser vers le centre tout ce qu'elle rencontroit de plus léger qu'elle. Mais Képler, au lieu de tirer de-là, comme a fait Descartes, une explication mécanique de la Pesanteur, employa ce même raisonnement à rejeter tout mécanisme de ce phénomène. Il aima mieux l'attribuer à une cause intrinsèque, à une *vertu naturelle attractive*, tant par rapport à la terre, qu'aux autres systèmes ou assemblages de matière de l'univers; & cela, disoit-il, parce que les corps terrestres sont certainement plus pesans que l'éther qui les environne, & qui circuleroit autour d'elle : raisonnement qui pêche & qui porte à faux par bien des endroits, puisqu'on y substitue l'effet à la cause, & qu'on y regarde déjà comme pesans des corps qui ne doivent le devenir que par le mouvement ou par l'impulsion des uns sur les autres. D'ailleurs, l'eau des tour-nans ne circule presque jamais dans des cercles, elle décrit plutôt des spirales qui vont aboutir à un centre, où il y a même quelquefois un enfoncement, lorsqu'elle s'engouffre dans quelque cavité. Ainsi il n'est pas étonnant dans tous ces cas, que les corps légers qui surnagent, soient entraînés vers le centre du tournant, & ils y sont en effet plutôt entraînés que chassés par voie d'impulsion, & par la force centrifuge de l'eau. Il n'est pas vrai encore que des corps plongés dans un fluide circulant, ne doivent céder à sa réaction vers le centre que par leur légèreté, ils le doivent aussi par le moins de mouvement qu'on leur suppose, & par le repos mutuel de leurs parties entr'elles.

Quant à l'usage que Descartes a fait du principe rejeté par Képler, il est trop connu, & il a été trop souvent

expliqué dans cette histoire, pour nous y arrêter. Il n'est question ici que d'une expérience que Descartes avoit indiquée, mais qu'il n'a point faite, sçavoir, de la rotation d'un globe plein d'eau, dans lequel nageroient plusieurs petits corps solides, ou même fluides, & tels que quelques bulles d'huile ou d'air. C'est, dit M. l'Abbé Nollet, un juge que ce Philosophe s'étoit nommé lui-même. S'il l'a trouvé dans ces derniers temps, ceux qui le lui ont procuré ne seront pas accusés d'avoir corrompu ce juge en sa faveur.

Dès la troisième année de l'établissement de cette Académie, c'est-à-dire, en 1669, la grande question de la Pesanteur des corps y fut agitée; & l'Attraction mutuelle des uns vers les autres, telle que quelques Philosophes la concevoient aujourd'hui, n'y manqua pas de partisans. M. de Roberval toujours antagoniste de Descartes, après avoir exposé modestement les raisons qu'il avoit de douter que nous fussions jamais en état de connoître la cause de ce phénomène, à l'égard duquel, ajoûtoit-il, nous ne sommes peut-être que comme des aveugles à l'égard des couleurs, se détermina en faveur d'une force interne & innée dans les corps, qui en réunit les parties & les détermine à s'assembler autour d'un centre commun. M. Frénicle s'éloigna peu de ce sentiment, & il adinit l'Attraction comme une *vertu conservatrice* que l'Auteur de la Nature avoit imprimée à tous les êtres corporels. Mais M.<sup>rs</sup> Buot, Perrault & Huguens s'opposèrent fortement à toutes ces vertus attractives, innées & conservatrices; ils ne voulurent admettre que les impulsions, quelle qu'en fût la cause, pour principe de la descente des graves vers le centre de la Terre; & ils proposèrent diverses expériences pour en démontrer la possibilité. M. Huguens qui a toujours cru qu'il falloit raisonner de tous les effets naturels d'après des causes mécaniques & intelligibles, ou bien renoncer à toute espérance de jamais rien comprendre dans la *Physique*, fut un de ceux qui insistèrent le plus en faveur de la théorie des Tourbillons, & l'on peut dire qu'il se la rendit propre par tout ce qu'il y ajoûta de nouvelles vûes pour

l'éclaircir & pour la rectifier. Il fit voir dès-lors à l'Académie une expérience mieux assortie à ce système que les tournans d'eau dont nous venons de parler, quoiqu'encore bien imparfaite. Il ajusta sur un pivot un vaisseau cylindrique à fond plat, rempli d'eau jusqu'à une certaine hauteur; il jeta dans cette eau plusieurs petits brins de cire d'Espagne concassée, dont la pesanteur spécifique est tant soit peu plus grande que celle de l'eau, & après avoir fait tourner quelque temps le vaisseau sur son axe, il l'arrêta subitement pour laisser à l'eau seule le mouvement acquis par la rotation, & l'on vit tous les brins de cire se rassembler en peloton autour du centre.

Nous ne nous étendrons pas sur cette expérience, qui est rapportée dans la plupart des Traités de Physique, & qui a vrai-semblablement enfanté toutes celles qui sont venues depuis. M. Huguens lui-même ne fut pas long-temps à s'apercevoir de ce qu'elle avoit de défectueux, sur-tout dans l'application qu'on en fait aux Tourbillons de Descartes. Il remarqua que la rotation ne s'y faisant pas sur un centre unique, mais, pour ainsi dire, sur une infinité de centres rangés en ligne droite ou sur l'axe de rotation, soit du cylindre, soit du Tourbillon quelconque, il falloit nécessairement que la matière chassée par le fluide vers cet axe, s'y rangeât autour en petit cylindre ou en fuseau, & par conséquent que si cette mécanique avoit lieu, il faudroit que la matière qui forme le Soleil & les Planètes se fût rangée de même sur les axes de leurs Tourbillons. C'est ce qui l'obligea, comme on vit depuis dans son Traité de la Pesanteur, à imaginer que la matière éthérée dont l'effort centrifuge cause la Pesanteur, tournoit en tous sens, & sur une infinité de grands cercles, autour du point central de chaque Tourbillon. Par ce moyen la matière du Soleil ou de la Planète étant également chassée de toutes parts vers ce point, elle sera contrainte de s'y assembler sphériquement. Mais M. Huguens n'en fit point l'expérience, qui seroit en effet d'une exécution très-difficile, par cette multiplicité d'axes sur lesquels il faudroit faire tourner le fluide autour d'un même centre.



Cependant M. Saurin peu satisfait de ce mouvement en tous sens de la matière éthérée de M. Huguens, & plus étroitement attaché aux Tourbillons de Descartes, donna en 1703, au Journal des Sçavans, un Mémoire dans lequel il fait voir que spéculativement parlant, un fluide qui circule autour d'un seul axe, & dans un globe creux d'où il ne peut s'échapper, devoit sans cesse être repoussé perpendiculairement par les parois intérieures, & réagir vers le centre. Il étendit & orna cette idée dans un Mémoire qu'il lut à une assemblée publique de l'Académie, & qu'on peut voir dans le volume de 1709. La réponse qu'il fait aux difficultés de M. Huguens sur cette matière, porte encore sur quelques-unes de celles de M. Newton.

Il faut compter parmi les expériences qui ont été entreprises en faveur des Tourbillons célestes, celles que fit M. Saulmon en 1712 & 1714\*, quoiqu'il n'eût pour but que de constater les différentes vitesses des couches du fluide, conformément à la règle de Képler, sur les temps périodiques des révolutions des Planètes autour du Soleil. Il se servoit d'un grand baquet cylindrique, comme avoit fait M. Huguens, avec cette différence, que ne s'agissant pas ici directement d'expliquer la cause de la Pesanteur, mais seulement les différentes vitesses des corps qui nagent à peu-près dans le même plan d'un grand cercle de la sphère, ou entre les limites assez étroites d'une même zone, les inductions qu'on en pouvoit tirer à cet égard, devoient être beaucoup plus légitimes que celles qu'on en avoit tirées par rapport à la Pesanteur. M. Saulmon y déterminoit l'eau à tourner par le moyen d'une canne, le vaisseau demeurant immobile, parce que, comme il l'avoit observé, lorsqu'on fait tourner le vaisseau sur un pivot, toutes les parties de l'eau, & les corps plongés dedans, achèvent leurs révolutions en des temps à peu près égaux. Mais malgré toutes les précautions de M. Saulmon, l'expérience demeura insuffisante, elle ne put représenter les mouvemens des Planètes dans le Zodiaque, & elle y fut même quelquefois contraire.

\* V. l'Hist.  
& les Mém.  
de ces années.

On en est venu bien tard à l'expérience du Tourbillon sphérique par le moyen d'un fluide renfermé dans un globe de verre creux, & tournant sur son axe. C'étoit pourtant la seule décisive sur les Tourbillons de Descartes, si quelque expérience le pouvoit être dans une matière où il est si difficile à l'art d'imiter la Nature; car nous ne parlerons pas de quelques expériences qui avoient été faites sur les Tourbillons considérés sous d'autres aspects que celui de la Pesanteur. M. Bulffinger ci-devant Professeur de Physique de l'Académie Impériale de Pétersbourg, & aujourd'hui Conseiller Privé de S. A. S. M. le Duc de Wirtemberg à Stutgard, est le premier que je sçache, qui nous ait donné quelque chose d'exact sur la matière dont il s'agit. Ses expériences accompagnées de réflexions sçavantes & judicieuses, se trouvent dans le premier tome des Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, & il en résulte que les corpuscules de matière, ou les bulles d'un autre fluide quelconque, plongés dans celui qui remplit le globe tournant, se rangent autour de son axe, non en noyau sphérique, mais cylindrique, selon la pensée de M. Huguens : ce qui donne occasion à M. Bulffinger de faire quelques remarques sur la démonstration de M. Saurin, qu'il ne croit pas applicable aux Tourbillons effectifs, & tels qu'ils peuvent exister dans la Nature.

Reste l'expérience qu'exigeoit l'hypothèse de M. Huguens, d'un fluide tournant en tous sens dans de grands cercles de la sphère. En tous sens, il n'est pas permis d'en espérer l'exécution; mais on peut en faire l'essai en y employant d'abord deux mouvemens dont les directions se coupent à angles droits.

M. Bulffinger qui nous a encore donné la description d'une semblable machine, dans l'excellente pièce qui remporta le Prix proposé par l'Académie en 1728, sur la cause physique de la Pesanteur, dit en avoir vû le jeu en petit, & sur le modèle que lui en avoit fourni un de ses amis; mais elle n'étoit pas encore achevée en grand, lorsqu'il fut obligé de nous envoyer sa dissertation. Cependant il en a détaillé & démontré

des effets d'après des principes de Méchanique & d'Hydrostatique, qui lui persuadent qu'étant bien exécutée, elle représentera le phénomène de la Pesanteur dans l'hypothèse des Tourbillons; c'est-à-dire, que les particules de matière plongées dans le fluide soumis à cette double rotation, s'assembleront autour de son centre, & y formeront un noyau sphérique. C'est aussi par l'hypothèse des Tourbillons que M. Bulffinger explique la Pesanteur, & il croit qu'on ne doit abandonner une idée si naturelle qu'à la dernière extrémité.

Enfin, M. l'Abbé de Molières ayant entrepris de rétablir les Tourbillons de Descartes, en tant que formés par la révolution d'un fluide autour d'un seul axe, & après avoir publié divers ouvrages sur ce sujet, voulut l'année dernière & dans celle-ci, en faire voir la possibilité & les effets, par rapport à la Pesanteur, dans un globe rempli d'eau, & tournant verticalement sur un axe horizontal. Il avoit lu auparavant un Mémoire où il attaquoit les difficultés de M.<sup>rs</sup> Huguens & Bulffinger contre le Tourbillon résultant d'un seul mouvement autour de l'axe. Toutes les expériences qui en faisoient naître un noyau cylindrique lui devenoient suspectes, ou lui paroissoient mal exécutées, & les loix du mouvement qui lui étoient communes avec ces deux Géomètres, devoient, selon lui, donner en cette occasion des résultats tout contraires aux conclusions de ces Auteurs.

M. l'Abbé de Molières prit donc un globe de verre creux rempli d'eau, où il enferma une bulle d'air, seulement d'une ou deux lignes de diamètre; car la petitesse de cette bulle, & le rapport de son diamètre à celui du ballon ou du Tourbillon factice entroient dans sa théorie; & ayant fait tourner le globe de la manière que nous venons de dire, par le moyen du tour sur lequel on a coutume de l'ajuster, on vit en effet quelquefois la petite bulle, ou quelque autre portion d'air encore plus petite, que la première agitation de l'eau avoit détachée de celle-ci, se retirer vers le centre. Cependant, comme l'air n'est jamais sans quelque adhésion aux corps

où il s'applique, la petite bulle qu'on vouloit faire aller au centre, s'arrêtoit souvent aux parois intérieures du globe, & sur-tout vers ses poles, aux extrémités de l'axe de rotation, où la force centrifuge du fluide qui devoit la repousser au centre, étoit moins grande. Pour l'arracher du verre, il falloit quelquefois & pour un moment, incliner un peu cet axe, qui auroit dû être toujours exactement horizontal ; après quoi la bulle d'air s'arrêtoit à la vérité quelquefois au centre du globe, ou vers le milieu de l'axe, mais encore & aussi souvent, à un autre de ses points quelconques, & elle remontoit au pole opposé, si l'on ne rétablissoit pas promptement la position horizontale ; position dont on ne pouvoit guère s'assurer parfaitement. Cependant M. l'Abbé de Molières prenoit pour preuve de son système, tous les cas où la bulle d'air paroissoit avoir été chassée vers le centre par la rotation du fluide, & n'attribuoit tous les cas contraires qu'à l'imperfection des instrumens, & aux difficultés inséparables de l'expérience. Mais l'Académie sous les yeux de qui cette expérience fut faite & répétée, n'en jugea pas de même. La plus grande partie de ceux qui en furent témoins, trouvèrent que la bulle d'air paroissoit indifférente à se porter vers quelque point que ce fût de l'axe, & que si elle affectoit de se fixer à l'un des poles, ce n'étoit que par les raisons que nous venons d'en donner ; en un mot, que l'expérience n'indiquoit dans le fluide circulant qu'une force *axifuge*, qui ne pouvoit par conséquent imprimer par sa réaction, une tendance centrale aux corps plus légers qu'on y avoit plongés.

M. l'Abbé Nollet, qu'on sçait être très-exercé dans la Physique expérimentale, se déclara non seulement contre l'expérience de M. l'Abbé de Molières, & contre les inductions que M. l'Abbé de Molières en tiroit, mais aussi contre les principes sur lesquels il les avoit fondées. Il fit voir à l'Académie la même expérience sous d'autres faces, & il y lut quelque temps après le Mémoire qu'il donne aujourd'hui. M. l'Abbé de Molières repliqua, comme par provision, & en attendant qu'il pût traiter la matière plus à fond,

fond. Il soutint que les expériences & les observations que M. l'Abbé Nollet & lui avoient faites, démontroient à l'œil, qu'outre la force axifuge incidente, & qui ne procédoit que du poids des parties de l'eau, il y avoit dans le Tourbillon sphérique une force centrifuge ou plutôt centrale qui en résultoit; que c'étoit cette force qui contraignoit la bulle d'air d'aller au centre du globe, & d'y séjourner malgré la tendance qu'elle a vers le pôle, lorsque l'axe du Tourbillon n'est pas exactement horizontal; & qu'à plus forte raison se maintiendrait-elle au centre, si l'on pouvoit toujours conserver à l'axe sa situation horizontale, & ôter à la bulle son adhésion, & à l'eau, qui tient lieu ici de matière éthérée, sa pesanteur. Il seroit à désirer en effet qu'on pût y employer des matières exemptes de toute pesanteur spécifique, & qui n'eussent de tendance quelconque que ce qu'elles doivent en recevoir du mécanisme proposé. Il faudroit presque opérer sur un petit monde séparé du grand, & pouvoir y répandre le mouvement & la vie.

On voit assez par tout ce que nous venons de dire, quel a été le but du Mémoire de M. l'Abbé Nollet, & quel en peut être le résultat. Il a examiné les effets rapportés ci-dessus, séparément, dans chaque cas, & dans le concours de toutes les circonstances qui contribuent à les produire, & il en a donné raison d'après l'expérience & par le raisonnement; il a suivi la petite bulle d'air de M. l'Abbé de Molières dans toutes les positions qu'elle prend sur l'axe du Tourbillon; il a montré sur-tout que la position centrale de cette bulle ne sauroit jamais être due à la force centrifuge & réactive du fluide circulant où elle nage, & qu'en quelque parallèle ou tranche verticale qu'elle se trouve, elle doit y rester, lorsque l'axe est exactement horizontal; parce que toutes les tranches d'eau contigues ayant à pareille distance de l'axe des forces centrifuges égales, on ne voit aucune cause qui puisse déterminer la bulle d'air à passer d'une tranche ou d'un parallèle à l'autre. Et à l'égard de l'objection fondée sur le poids de l'eau, ou de sa tendance

vers le centre de la Terre, bien différent de celui du globe qui renferme cette eau, il y répond, en ce que lorsqu'on fait tourner le globe sur son axe, toutes les parties de l'eau sont en équilibre entr'elles, & que leur pesanteur ne change rien à leur mouvement de rotation.

Comme il ne s'est pas borné à la seule expérience de M. l'Abbé de Molières, il a fait entrer dans le globe avec l'eau plusieurs autres matières solides ou liquides, par exemple, de l'huile de Térébenthine colorée, & en assez grande quantité pour pouvoir occuper & couvrir toute la place de l'axe de rotation. Le mouvement rapide de l'eau divise bien tôt cette huile en une infinité de petites bulles, qui, cédant à la force axifuge du fluide qui les emporte, viennent se ranger autour de l'axe. C'est ordinairement en cylindre, quelquefois en conoïde, en fuseau, & assez souvent sous une forme de bobine ou de cylindroïde évasé à ses extrémités; mais ce n'est jamais en forme de noyau sphérique, ni en rien qui approche d'une sphère. Ces expériences ont été faites en présence de l'Académie, & devant des Commissaires nommés par elle, & que M. l'Abbé Nollet avoit eu la délicatesse de demander.

Enfin il a voulu faire l'expérience du globe tournant en même temps sur deux axes qui se coupent à angles droits, & le succès en a été très-différent de celui qu'en attendoit M. Bulffinger.

Tout cela est exposé en détail & fort clairement dans le Mémoire de M. l'Abbé Nollet.

Cependant nous devons avertir que M. l'Abbé de Molières étoit bien éloigné de se rendre à toutes ces preuves expérimentales contre les Tourbillons. Il prétendoit toujours qu'elles tourneroient en leur faveur étant mieux approfondies, & dégagées des circonstances étrangères qui en changent l'effet à nos yeux; mais sa mort arrivée l'année suivante 1742, avant l'impression de ces Mémoires, a terminé la dispute.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires  
 Les Observations Météorologiques de M. Maraldi, V. les M.  
 pour la présente année 1741. P. 495.

Les Observations Botanico-Météorologiques de M. du p. 149.  
 Hamel.

Les Observations sur l'étendue & la hauteur de l'Inonda- p. 335.  
 tion du mois de Décembre 1740, avec un Plan de la ville  
 de Paris, relatif à cette inondation ; par M. Buache.

---

DIVERSES OBSERVATIONS  
 DE PHYSIQUE  
 ET D'HISTOIRE NATURELLE.

I.

*Sur le rapport des différens degrés de fluidité  
 des Liquides.*

LES qualités sensibles des corps ne sont pas seulement  
 difficiles à connoître en elles-mêmes & dans ce qu'elles  
 ont de mécanique, indépendamment de nos sens, elles  
 sont encore un sujet de recherche très-difficile par rapport  
 à leurs intensités, ou à l'évaluation de leur quantité & de  
 leur force plus ou moins grande. C'est ainsi que la quantité  
 ou l'intensité du Son & de la Lumière, ont fait de tout temps  
 des problèmes de Physique aussi curieux que mal-aisés à ré-  
 soudre. La dureté & la mollesse, la solidité & la fluidité,  
 qualités convertibles, comme la grandeur & la petitesse, &  
 presque toujours relatives à la résistance que nous éprouvons  
 en voulant diviser les corps, ne sont ni plus faciles à déter-  
 miner, ni moins dignes de la curiosité du Physicien. Elles  
 semblent même avoir un rapport plus immédiat à nos be-  
 soins que les autres, par les lumières que leur mesure exacte

peut fournir sur le différent degré d'activité de diverses substances employées dans la Médecine.

C'est dans ce point de vûe que M. le Monnier Médecin, fils & frère d'Académicien dans cette Compagnie, & digne émule de ses parens, a cherché une méthode pour déterminer les différens degrés de fluidité des Liqueurs, & qu'il a présenté à l'Académie le Mémoire dont nous allons rendre compte.

M. le Monnier définit le Fluide, un corps dont les parties sont si peu liées entr'elles, qu'elles cèdent à la moindre force qui tend à les désunir, & se mettent aussi-tôt en mouvement au milieu les unes des autres. Il avertit cependant que cette définition ne doit pas être prise à la rigueur, puisque l'expérience nous apprend, que quelque peu de liaison qu'il y ait entre les parties d'un fluide, il leur en reste toujours assez pour se faire appercevoir, & pour apporter une résistance sensible à leur séparation.

Le défaut d'adhérence ou de ténacité entre les parties d'un fluide faisant le caractère essentiel de la fluidité, & le fluide parfait ne pouvant être que celui où l'adhérence & la ténacité seroient nulles, on voit clairement qu'une liqueur fera d'autant plus fluide, que l'adhérence entre ses parties sera plus petite.

M. le Monnier s'abstient sagement d'entrer dans la discussion épineuse de ce qui produit cette adhérence de parties, soit pression de la part d'un fluide ambiant plus subtil, soit attraction quelconque; il ne s'agit ici que d'en déterminer la quantité. Ce sera la mesure qu'on cherche.

Newton s'est servi d'un Pendule, qu'il a fait osciller dans différens fluides, pour déterminer la résistance de différens milieux au mouvement des corps qu'on y a plongés, & il a conclu de ses expériences, que les milieux, ou ce qui est ici la même chose, les fluides, résistent à peu-près en raison de leur densité. Il trouve, par exemple, que selon sa règle la résistance de l'eau est à celle de l'air à peu-près en raison de 850 à 1; mais il a senti que cette règle n'avoit pas lieu



à l'égard des milieux ténaces, qu'il avoue résister plus que d'autres de même densité. Ainsi, ajoute-t-il, l'huile froide résiste plus que l'huile chaude, celle-ci plus que l'eau commune, & l'eau commune plus que l'esprit de Vin. Il laisse donc entrevoir ici une manière de déterminer les degrés de ténacité des liqueurs, puisque dans celles qui sont également denses ou de même pesanteur spécifique, les résistances du pendule seroient proportionnelles à leur ténacité. Le même Philosophe donne ailleurs une méthode plus positive pour découvrir la résistance qui résulte de la ténacité des parties d'un fluide, sçavoir, en y faisant tomber d'une même hauteur des corps spécifiquement plus pesans les uns que les autres, & en comparant les temps effectifs de leurs chûtes à ceux que donneroit la théorie dégagée de cette circonstance.

M. le Monnier convient de l'excellence de ces méthodes pour découvrir la résistance des milieux; mais il les juge peu praticables pour estimer les différens degrés de ténacité entre les parties intégrantes des liqueurs. Elles en exigent, selon lui, une trop grande quantité, & qui doit être au moins de 5 à 6 pieds cubiques.

Voici la méthode qu'il leur substitue, & qui peut faire connoître le degré de fluidité que l'on cherche, dans telle quantité de liqueur qu'on voudra.

Il a pris une bouteille sphérique de verre d'environ 4 pouces de diamètre; il y a fait souder vis-à-vis du centre deux petits tuyaux de verre d'environ trois lignes de diamètre, & qui communiquent avec le dedans de la bouteille. Il a fait rétrécir à la lampe des Emaillieurs l'orifice extérieur d'un de ces tuyaux, jusqu'à ce que son ouverture fût tout au plus d'un 12.<sup>me</sup> de ligne, l'autre tuyau demeurant tout-à-fait ouvert, pour laisser une entrée libre à l'air, sans quoi la liqueur, qu'on devoit mettre aussi par-là dans la bouteille, n'auroit pu couler par le petit orifice. Il a rempli successivement cette bouteille de différentes liqueurs, & l'ayant située perpendiculairement à l'horizon, par rapport à l'axe indiqué par les deux tuyaux, l'orifice rétréci se trouvant en embas,

il a observé avec un Pendule à secondes, en combien de temps toute la liqueur s'écouloit par cet orifice.

Chaque goutte de la liqueur qui sort de la bouteille s'écoule en vertu de sa pesanteur spécifique & du poids de toute la masse du fluide supérieur qui la presse, l'axe ou les deux tuyaux étant situés verticalement. Donc si les parties intégrantes des liqueurs étoient absolument dénuées de ténacité ou d'adhérence entr'elles, les temps de l'écoulement entier des quantités égales seroient réciproquement proportionnels aux pesanteurs ou gravités spécifiques. Mais en même temps que la gravité spécifique de la liqueur entraîne ses gouttes en embas, la ténacité de ses parties les retient unies à la masse qui lui est contigue, & aux bords du verre, dont elle tend à se détacher, jusqu'à ce qu'enfin la goutte ainsi suspendue, soit devenue assés grosse pour que sa pesanteur l'emporte sur son adhérence, & la détache entièrement de l'orifice qui la retenoit. Où il est aisé de remarquer que les gouttes qui font partie des liqueurs plus ténaces, sont toujours plus grosses avant leur chute, que celles des liqueurs plus fluides. La goutte restera donc plus ou moins longtemps suspendue à l'orifice du tuyau rétréci, selon que la ténacité de la liqueur dont elle fait partie, & dont elle doit se séparer, sera plus ou moins grande.

Donc dans les liqueurs de même gravité spécifique, les temps de l'écoulement seront en même raison que leurs ténacités, & dans celles de gravité spécifique & de ténacité différentes, ces temps seront en raison composée, inverse des gravités, & directe des ténacités. D'où l'on voit que les ténacités sont directement comme les produits des temps de l'écoulement, par les pesanteurs spécifiques, & enfin les degrés de fluidité réciproquement comme ces produits.

D'après cette méthode & les expériences faites en conséquence, M. le Monnier a dressé une Table où sont exprimés les rapports de différentes liqueurs les plus connues, & qui est partagée en 5 colonnes.

La première de ces colonnes contient les noms des

liqueurs considérées dans leur différent état de condensation & de raréfaction ; la seconde indique le degré de chaleur correspondant de ces liqueurs , tel qu'il a été pris sur le Thermomètre à mercure de M. Delisle, & réduit à la graduation du Thermomètre de M. de Réaumur ; & la troisième marque le temps de l'écoulement. On voit dans la quatrième la pesanteur spécifique & actuelle de chaque liqueur, comme elle se trouve au moment de l'expérience ; l'eau d'Arcueil supposée d'un poids quelconque exprimé par 1000, en est le terme de comparaison. La cinquième colonne donne enfin le rapport des fluidités, dont l'eau d'Arcueil est encore la commune mesure.

Il paroît par cette Table que la fluidité du vin de Bourgogne, par exemple, est un peu moins grande que celle de l'eau, & ne va qu'à environ  $996 \frac{1}{29}$  ; celle de l'huile d'Olive n'est que de  $45 \frac{22+}{2000}$  ; celle de l'huile de Noix, de  $122 \frac{8+}{1000}$  ; de l'huile de Lin  $149 \frac{6+}{1000}$ , &c. L'esprit de Vin & l'huile de Térébenthine, qui par leur grande facilité à s'évaporer, semblent être si fluides, n'ont pas cependant des fluidités bien différentes de l'eau commune, celle de l'un n'étant que d'environ 1098, & celle de l'autre de 1009 ; encore ces liqueurs, quand elles ont été mises en expérience, étoient-elles un peu moins froides que l'eau. Enfin, les liqueurs minérales, telles que le Mercure & l'huile de Vitriol, qu'on ne sçauroit appeller ni aqueuses ni huileuses, ont des degrés de fluidité bien au dessous de celui de l'eau & de l'huile, le Mercure ne donnant que 134 degrés de fluidité par rapport à l'eau, que nous supposons en avoir 1000, & l'huile de Vitriol ne passant guère 60 de ces mêmes degrés.

Nous ne toucherons que succinctement quelques objections qu'on pourroit faire contre la Méthode de M. le Monnier, & qu'il s'est faites lui-même pour la plupart.

Le tuyau inférieur d'où la liqueur découle par un très-petit orifice, tombe dans le cas des tuyaux capillaires. Or

on sçait que l'adhésion des liqueurs au verre, ou leur ascension dans les tuyaux capillaires de verre, diffère quelquefois considérablement en différentes liqueurs, & apparemment aussi dans la même liqueur, soit par la température actuelle où elle est, soit par celle de l'air qui l'environne. D'où il suit, qu'il restera toujours dans le tuyau inférieur une certaine quantité plus ou moins grande de liqueur, qui se refusera à l'entier écoulement. Mais il est clair qu'il n'y a qu'à tenir compte de ce reste, par rapport à la masse totale, ou mieux encore, qu'à prendre la fin de l'écoulement à l'endroit du tuyau, où l'on aura éprouvé auparavant que la liqueur dont il s'agit, dans l'état donné, se soutient par la simple adhésion. Et l'on prévient même une partie de cet inconvénient en faisant toujours l'expérience à peu près dans la même température d'air. La température que M. le Monnier a choisie par préférence, est celle de 2 degrés au dessus de la congélation.

Quant aux changemens que la froideur ou la chaleur des liqueurs pourroit causer à la capacité de la bouteille qui les contient, par le rétrécissement, ou par la dilatation du verre, ils ne sçauroient apporter ici d'erreur sensible, pourvû qu'on ne remplisse pas entièrement la bouteille, & que la quantité de liqueur qu'on y met ne soit réglée que par le poids, comme l'a pratiqué M. le Monnier. Mais l'élargissement, ou le rétrécissement que la même cause doit produire en pareils cas, sur le petit trou du tube inférieur par où la liqueur découle, nous paroît de plus grande conséquence, & nous ne voyons pas par quelle voie on pourroit y remédier. Nous remarquerons seulement que cet inconvénient n'a lieu qu'à l'égard de la même liqueur dans ses différens états, & n'influe point sur la plûpart des résultats de la Table, où les liqueurs sont considérées à un même degré de chaleur.

La gravité spécifique & relative de chaque liqueur dans ses différens états, entre nécessairement, comme nous l'avons vû, dans le produit qui constitue le degré de fluidité des liqueurs. Aussi M. le Monnier a-t-il pris grand soin de la  
bien

bien déterminer. Il s'est servi pour cela de la balance hydrostatique décrite dans plusieurs Auteurs modernes, & à laquelle il a ajusté, au lieu du poids de verre solide qu'on a coutume de suspendre à l'un de ses bras, une bulle de verre fort mince, & presque pleine de mercure. Il a trouvé que la diminution de poids de cette bulle ainsi chargée étoit dans l'eau bouillante, de 128 grains, & dans l'eau froide approchant de la congélation, de 133 grains; d'où il a calculé, conformément au terme de comparaison qu'il a choisi pour toutes les autres liqueurs, que la gravité spécifique de l'eau à ce degré de froideur, étoit à celle de l'eau bouillante, comme 1000 est à 962. M. Halley avoit conclu d'une semblable expérience qu'il fit en 1693, que c'étoit comme 1000 à 963 : différence presque insensible d'avec le résultat de M. le Monnier, & qui prouve l'extrême attention qu'il a donnée à cette partie de sa recherche.

Du reste M. le Monnier ne donne tout ceci que pour un premier essai, qui ne lui laisse pas ignorer combien la matière qui en fait l'objet, exigeroit encore d'expériences, tant sur le même plan que sous de nouveaux points de vûe, pour être portée au degré de certitude que l'on pourroit y désirer.

## I I.

*Sur l'Evaporation de l'Eau.*

Il est assez surprenant que la terre imbibée d'eau, & qui fait en tout une masse plus solide & plus pesante qu'un pareil volume d'eau pure, fournisse une Evaporation plus prompte que l'eau. C'est cependant ce qui résulte de l'expérience qu'on va voir, & qui est dûe à M. Bazin déjà connu dans le monde savant par d'excellentes observations de Physique & d'Histoire Naturelle. Cette expérience nous a été communiquée par M. de Réaumur, à qui M. Bazin en a fait part dans une lettre qu'il lui a écrite de Strasbourg. Le fait est d'autant plus digne de remarque, qu'il contredit une observation de M. Hales, l'un des plus habiles observateurs de l'Europe; car on trouve en propres termes dans la *Statique*

*des végétaux de cet Auteur, que l'évaporation de la surface de l'eau, est à l'évaporation de la surface de la terre, comme 110 est à 3, ce qui fait plus du triple.*

M. Bazin avoit depuis 2 ans & demi une terrine vernissée presque pleine de terre à potier, qu'il arrosoit constamment tous les jours d'une certaine mesure d'eau, & qui cependant n'en étoit pas plus imbibée que le premier jour, quoiqu'il lui parût que la quantité d'eau qu'il y mettoit chaque jour, fût plus grande que celle qui pouvoit s'en évaporer en 24 heures. Surpris de ce phénomène il voulut s'en assurer plus parfaitement. Il mit à côté de la terrine un vase de la même grandeur, & il y versa pendant six mois de suite la même quantité d'eau qu'il versoit dans le vase où étoit la terre. Il remarqua que ce vase où il n'y avoit que de l'eau, se trouvoit rempli, & avoit besoin d'être vuider plusieurs fois, tandis que celui où étoit la terre demeurait toujours dans le même état; preuve certaine que l'évaporation étoit plus prompte & plus abondante dans celui-ci. M. Bazin fit encore deux fois la même expérience, & y employa même d'autres moyens, & elle eut le même succès.

Nous présomons, quoiqu'il ne l'ait pas énoncé dans sa lettre, qu'il n'aura pas manqué de mettre toujours les deux vaisseaux à couvert de la pluie, & sur-tout de la rosée; puisque selon le même M. Hales, dont il combattoit le sentiment, la rosée tombe en plus grande quantité & du double sur une surface d'eau, que sur une pareille surface de terre humide, ce qui rendroit l'expérience équivoque.

Si ce que nous venons de dire arrivoit sur une terre qui n'eût pas été imbibée d'eau depuis long temps, on pourroit croire que la chaleur de la fermentation seroit capable d'y produire cette prompte évaporation de l'eau; mais qu'une terre arrosée chaque jour & pendant deux ans & demi, ait constamment produit cet effet, c'est ce qu'il est difficile d'attribuer à la fermentation.

Il seroit à désirer cependant pour plus de sûreté, qu'on eût toujours tenu dans chacun des deux vaisseaux un Ther-

momètre de semblable graduation ; car enfin il est rare que deux différentes substances renfermées dans le même lieu aient le même degré de chaleur, & il est certain que, toutes choses d'ailleurs égales, une chaleur différente change considérablement l'évaporation de l'eau. Il paroît par les expériences que M. Halley fit sur ce sujet, pendant tout le cours de l'année 1693, & qui sont rapportées dans les Transactions philosophiques, que la différence va quelquefois à plus du quadruple, de l'Hiver à l'Été de Londres.

On trouve à la fin du volume de nos Mémoires de 1709, un Mémoire de M. Gauteron Médecin de Montpellier & Secrétaire de la Société Royale des Sciences de cette ville, dans lequel il conclut de diverses expériences qu'il avoit faites la même année, que l'évaporation de certains liquides (& l'eau est de ce nombre) est plus grande pendant une forte gelée, que lorsque l'air est dans un état moyen entre le grand froid & le grand chaud. Nous fîmes aussi quelques expériences en 1716, en travaillant sur la formation de la glace, qui nous persuadèrent que l'eau glacée, & à surfaces égales en apparence, s'évaporoit quelquefois plus promptement que dans son état de liquidité ; mais nous remarquâmes en même temps, que dans un vaisseau de même diamètre la surface de l'eau glacée n'est jamais réellement égale à celle de l'eau tranquille & dans son état de liquidité, tant à cause des rides & des inégalités dont la superficie de la glace est presque toujours remplie, que parce que la glace en se détachant des parois intérieures du vase où elle est contenue, & en montant au dessus de son premier niveau, sans quoi elle feroit crever ce vase, présente de plus en plus de nouvelles surfaces à l'air qui l'environne, & se trouve exposée par-là à une plus grande évaporation.

Peut-être y auroit-il quelque chose de pareil à observer sur la terre imbibée d'eau, & dont la surface n'est qu'un tissu de rugosités & de petits grains ; mais quoi qu'il en soit, nous ne savons pas qu'on ait rien donné jusqu'ici de si positif & de si concluant sur ce sujet, que les expériences de M. Bazin.

## I I I.

*Trombe observée sur le Lac de Genève.*

M. Jallabert Professeur de Physique expérimentale à Genève, l'un des plus sçavans & des plus utiles Correspondans de l'Académie, nous a communiqué une observation dont on lui a fait part, sur une espèce de météore qu'on a vû sur le Lac de Genève.

Ce Phénomène qui étoit nouveau pour le pays, fut aperçu à 7 heures du matin sur ce Lac, & à une portée de mousquet de ses bords, dans le mois d'Octobre de cette année. C'étoit une colonne dont la partie supérieure aboutissoit à un nuage assez noir, & dont la partie inférieure qui étoit plus étroite, se terminoit un peu au dessus de l'eau. Il avoit plu & fait beaucoup de vent la veille; mais le vent avoit cessé sur le matin, & le Ciel demouroit seulement chargé de quelques nuages. Ce météore fut observé pendant deux ou trois minutes, après quoi il se dissipa; mais on apperçut aussi-tôt une vapeur épaisse qui montoit de l'endroit sur lequel il avoit paru, & là même les eaux du Lac bouillonnaient & sembloient faire effort pour s'élever. On voit ordinairement quelque chose de pareil après les Trombes de Mer, ou pendant qu'elles paroissent. Aussi M. Jallabert juge-t-il que celle du Lac de Genève n'étoit pas d'une nature différente; mais il ajoute une circonstance singulière, & qu'il tient d'un Observateur digne de foi, qui n'étoit qu'à quelque 300 pas de la colonne, c'est que le temps étoit alors fort calme, & que lorsqu'elle se dissipa, il ne s'ensuivit ni vent ni pluie. Avec tout ce que nous sçavons déjà sur les Trombes marines, ne seroit-ce pas une preuve de plus, qu'elles ne se forment point par le seul conflict des vents, & qu'elles sont presque toujours produites par quelqu'éruption de vapeurs souterraines, ou même de volcans, dont on sçait d'ailleurs que le fond de la mer n'est pas exempt? Les tourbillons d'air & les ouragans qu'on croit communément être



la cause de ces sortes de Phénomènes, pourroient donc bien n'en être que l'effet ou une suite accidentelle.

On a remarqué sur ce même Lac un Flux & Reflux, appelé dans le pays, *Sèches* ou *Laidece*, & que M<sup>r</sup> Jallabert croit être un des plus réguliers qu'on y observe. Dans de certains temps, & sur-tout en Été, les eaux de ce Lac croissent de 9, 10, 12 pouces & plus, dans l'espace de quelques minutes; elles décroissent aussi rapidement, & ces crûes se succèdent plus d'une fois en moins d'une heure. Comme ce Flux périodique n'avoit été observé jusqu'à présent qu'à Genève, ou tout au plus deux lieues au delà, & qu'on ne croyoit pas qu'il s'étendît plus loin, on en a attribué la cause aux vents qui retardent quelquefois le cours du Rhône, ou à la grande quantité d'eaux qui se jettent par cet endroit dans ce fleuve, & qui pourroient refluer vers le Lac. Mais plus M. Jallabert a examiné le fait, plus il s'est convaincu que ce n'en est point-là la véritable cause. Il travaille actuellement à l'approfondir, & il fera part à l'Académie de ce qu'il aura trouvé sur ce sujet.

D'habiles Géographes & des personnes du pays assurent que l'on sent quelquefois sur le Lac de Genève des vents souterrains qui en soulèvent les eaux. Si cette circonstance n'entre point dans la production des Flux & Reflux réglés dont nous venons de parler, elle indique du moins sous le bassin de ce Lac, quelques matières bitumineuses & inflammables, qui pourroient bien y avoir produit, conformément à notre idée, la Trombe décrite ci-dessus.

Nous ne hazardons nos conjectures que pour faire naître de nouvelles observations.

## I V.

*Enfant beaucoup plus grand que ne comporte son âge.*

On amena à l'Académie en 1736\* un Enfant de 7 ans, \* V. l'Hist. de la paroisse de Fresnay-le-Buffard près de Falaise en Normandie, qui avoit 4 pieds 8 pouces 4 lignes de hauteur.

\* V. l'Hist. étant sans souliers. En 1739\*, il avoit crû seulement de 3 pouces 2 lignes, & il ne se trouve avoir cette année 1741, & à l'âge de 12 ans, qu'environ 1 pouce de plus, & en tout 5 pieds &  $\frac{1}{2}$  pouce. Ce qui est bien éloigné de cet accroissement rapide qu'il avoit pris dès les premières années après sa naissance; car il n'avoit rien d'extraordinaire en venant au monde. M. Geoffroy qui s'en est informé, & de qui nous tenons ces particularités, croit que le jeune Payfan pourroit bien avoir abusé de son tempérament prématuré.

## V.

*Rouille singulière.*

On a donné le nom de *Verdet* ou *Verd de gris* à la rouille du Cuivre & du Laiton. Ce n'est point une corruption, mais une simple dissolution de parties, puisqu'on retrouve dans le verdet toutes les parties du Cuivre. La manière ordinaire de se procurer du verd de gris, est de mettre le Cuivre dans du marc de raisin. C'est ainsi qu'on le pratique en Languedoc, en Provence & en Italie, où le marc de raisin a beaucoup de force pour pénétrer ce métal, & pour l'empreindre de son sel. Un peu d'eau & la seule humidité de l'air suffisent quelquefois pour faire paroître la rouille du Cuivre ou le verd de gris, mais en petite quantité.

Avec ces notions on auroit de la peine à se persuader que le voisinage du vernis eût pu produire sur plusieurs pièces de Cuivre un verd de gris presque aussi abondant que si elles avoient été mises dans le marc de raisin : voici le fait.

Un mouvement de Pendule qui avoit été achevé le 8.<sup>e</sup> Juillet 1736, fut enfermé tout de suite dans une boîte de bois vernie en dehors & en dedans d'un vernis à l'imitation de celui de la Chine, & posée en même temps sur un serrepapiers & sur un bureau vernissé de même. En mai 1738 la Pendule cessa d'aller, & l'on trouva ses roues, ses platines & toutes les pièces de Cuivre ou de Laiton qui la composoient, couvertes de verd de gris. Elle fut envoyée à

l'Horloger qui l'avoit faite, & qui la nétoya, la repolit & en travailla de nouveau le mouvement; mais en Juillet 1740 la Pendule s'arrêta encore, & les mêmes pièces se retrouvèrent couvertes de verdet. L'Horloger que l'on vouloit rendre responsable de cet accident, fit remarquer que depuis la première époque où la rouille avoit fait arrêter le mouvement, jusqu'à la seconde, il y avoit quatre mois de plus que depuis le jour où la Pendule fut livrée, jusqu'à la première. D'où il conclut que le vernis étoit l'unique cause de cette rouille, & que l'impression en avoit été d'autant plus prompte, qu'il avoit été plus récemment appliqué & moins sec. Il assure d'ailleurs que le métal de cette Pendule est le même absolument que celui qu'on a coutume d'employer dans l'Horlogerie.

L'Académie consultée sur ce sujet a jugé provisionnellement que l'Horloger ne devoit pas être responsable de cet accident. Mais il faut qu'il y ait ici quelque circonstance extraordinaire, ou dans le vernis, ou dans le métal, ou dans les deux à la fois; car on a vû d'autres Pendules ainsi renfermées dans du bois vernissé, & auxquelles il n'est rien arrivé de pareil. La chambre où étoit le bureau, & le mur contre lequel il étoit appuyé, y entreront peut-être encore pour quelque chose. Il faudroit souvent des recherches sans fin pour expliquer les moindres phénomènes.

## V I.

*Histoire Naturelle de la France Equinoctiale.*

Quelques Voyageurs ont nommé *France Equinoctiale*, ce que les François possèdent autour de la Rivière & de l'Isle de Caienne en Amérique, à environ 5. degrés de latitude Nord, pays célèbre par les observations Astronomiques de M. Richer en 1672, & sur-tout par celle de l'accourcissement du Pendule à secondes, d'où la question de la Figure de la Terre prit naissance.

C'est de cette Isle & des environs sur les côtes de la Mer,

& dans le continent de la Guiane, que M. Barrere Docteur & Professeur Royal en Médecine en l'Université de Perpignan, Correspondant de l'Académie, publie aujourd'hui l'Histoire Naturelle, sous le titre d'*Essai sur l'Histoire Naturelle de la France Equinoxiale*, après en avoir obtenu l'approbation de la Compagnie. C'est un dénombrement des Plantes, des Animaux & des Minéraux qui se trouvent dans le pays, avec leurs noms différens, Latins, François & Indiens, & quelques observations sur leurs usages dans la Médecine & dans les Arts. M. Barrere fut à Caienne en 1722 par ordre du Roi, & avec les instructions de l'Académie, & il y demeura trois ans, pendant lesquels il fit toutes ces recherches curieuses. Il les rapporta en Europe en bon ordre, & avec des desseins fort bien exécutés, qu'il fit voir à l'Académie d'abord après son retour. Ce qu'il donne aujourd'hui n'est cependant que le plan ou l'abrégé d'un plus grand ouvrage qu'il prépare sur ce sujet.

Nous n'entrerons point dans le détail d'une matière si vaste & si abondante. Nous remarquerons seulement d'après M. Barrere, qu'on trouve presque par-tout dans les montagnes de Caienne, & bien avant dans la terre ferme d'alentour vers le Sud, des Mines de Fer, qui se montrent même sur la superficie du terrain. C'est cependant une opinion reçue, que le nouveau Monde n'a point de Fer. Comment les Américains ont-ils ignoré un trésor que la Nature leur offroit avec si peu de mystère! Ce n'est pas qu'ils n'aient bien senti combien ce métal étoit préférable à leurs Mines d'Or & d'Argent, & qu'ils ne se soient montrés à cet égard très-sensés & très-habiles, avec les premiers Européens qui portèrent du Fer chez eux; mais c'est qu'apparemment, & comme nous l'avons remarqué dans une autre occasion, le Fer qui se découvre si manifestement à des yeux Physiciens qui le connoissent déjà, est infiniment difficile à imaginer & à découvrir sous les apparences qui nous le cachent, & que la manière de le préparer & de s'en procurer les usages, suppose dans les Peuples qui le possèdent, une ancienneté d'origine,

d'origine, ou une longue suite de connoissances que les Américains n'avoient pas.

## VII.

*Dents de Lamie.*

M. Geoffroy nous a fait part d'une lettre qu'on lui a écrite de Marseille, en lui envoyant quatre dents d'une Lamie qui a été prise aux Isles Sainte-Marguerite. La Lamie est un grand Poisson ou Chien de mer, qu'on croit être le *Carcharias* des Anciens, & qu'on voit quelquefois sur les côtes de Languedoc & de Provence, d'Italie & d'Espagne. Les prétendues dents de Serpent qu'on trouve montées en argent chez les orfèvres, ne sont autre chose que des dents de Lamie; car entr'autres vertus qu'on leur attribue, quelques Naturalistes se sont figurés, je ne sçais sur quel fondement, qu'étant pendues au col des enfans, elles leur faisoient grand bien quand les dents leur sortoient, &, ce qui est encore plus merveilleux, qu'elles les garantissoient de la peur. Ces dents sont très-dures & très-aigues, de forme triangulaire, tranchantes & découpées des deux côtés, comme une scie; il y en a six rangs à chaque mâchoire, celles du premier rang se montrent hors de la gueule du Poisson, & tendent vers le devant; celles du second sont droites, & celles des autres rangs sont courbées en dedans. La Lamie prise aux Isles Sainte-Marguerite se trouva embarrassée dans la *Thounine*, ou filet à prendre le Thon; elle pesoit près de cent quintaux, & l'on fut obligé de la remorquer avec une Félouque jusqu'à Cannes, qui est à environ deux lieues de là. C'est apparemment une des plus grandes qu'on connoisse, puisque Rondelet, dans son Histoire des Poissons, en parlant de la grandeur ordinaire des Lamies, dit en avoir vû une qui pesoit dix quintaux. On l'éventra, & on lui trouva un Cheval encore tout entier dans l'estomac. C'est ce dont l'auteur de la lettre, qui étoit alors sur les lieux, dit avoir été témoin oculaire. On en fit beaucoup d'huile, & l'on en auroit mangé la chair qui

est réputée saine & de bon goût, sans ce Cheval mort qu'on lui avoit trouvé dans le corps, & qui en dégoûta les habitants de Cannes. Cependant cette chair fut vendue à des Etrangers qui n'en sçavoient rien.

## VIII.

*Cachalot échoué près de Baïonne.*

Voici encore un Poisson cétacée, & d'une toute autre grandeur que le précédent. C'est une sorte de Baleine appelée communément *Cachalot*, du nombre de celles qui ont des dents & des naseaux ou évents, par où elles rejettent une partie de l'eau qui est entrée dans leur gueule ; car la plupart des Baleines n'ont point de dents, & plusieurs manquent de ces naseaux, quoiqu'elles ayent toutes des pounions & plusieurs autres parties semblables à celles des quadrupèdes terrestres, ce qui les distingue de presque tous les autres Poissons. De longs fanons ou barbes qui pendent de leur mâchoire supérieure, leur tiennent lieu de dents, & se terminent en une espèce de frange assez semblable aux soies de Sanglier ; c'est la matière qu'on appelle proprement *baleine*, & qui sert à divers ouvrages de l'art.

Le Cachalot dont il s'agit ici, vint échouer auprès de la barre de Baïonne dans la rivière de l'Adour, le 1.<sup>er</sup> Avril de cette année. Nous en allons donner la description avec quelques autres détails, d'après les mémoires & le dessin que M. de la Peyronie nous a remis sur ce sujet, & qui lui ont été envoyés à diverses reprises, par M. Despelette Chirurgien major de l'Hôpital militaire de Baïonne.

Ce dessin montre le Poisson de profil, & posé horizontalement selon sa longueur, & le Cachalot qu'il représente, & qu'on dit être un des plus grands qu'on ait vûs sur ces côtes, a en ce sens 49 pieds de longueur, depuis l'extrémité de sa queue jusqu'au bout de son museau, sur environ 12 pieds  $\frac{1}{2}$  de largeur ou de hauteur ; son pourtour qu'on a mesuré à l'endroit le plus large, qui se trouve à peu-près vis-à-vis

de l'œil, est de 27 pieds. Il a sur le dos vers les deux tiers de sa longueur, à prendre depuis la tête, une petite éminence qu'on appelle *taquet*, d'environ un pied de hauteur; sa tête est fort grande & fort large vers le museau, dont le bout est applati en avant comme un muse de Taureau; elle partage presque toute la longueur du corps en deux parties égales. La figure extérieure de l'œil ressemble assez à celle de l'œil humain, il n'est que de 9 pouces de longueur sur quatre de largeur. Le milieu des trous de ses naseaux ou événements est à environ 2 pieds de la partie supérieure du museau, & ces trous paroissent avoir au moins un pied de diamètre: c'est par où ces Poissons soufflent l'eau, ce qui les a aussi fait nommer *Souffleurs*. La longueur de sa gueule est de 9 pieds. Il a 18 dents de chaque côté de la mâchoire inférieure seulement, n'y ayant à la supérieure que des trous placés vis-à-vis, & où ces dents peuvent se loger. A 14 pieds de distance du bout de sa queue est l'anus, d'environ un pied d'ouverture en longueur, & de 5 à 6 pouces de large. En suivant ainsi le dessous du ventre, & 6 pieds au delà vers la tête, se trouve une ouverture un peu plus grande, d'où sort le *Baleas* ou membre génital de ce Poisson; car les Baleines ont encore cela de commun avec les quadrupèdes terrestres, qu'elles s'accouplent & engendrent de même. Ce membre est d'abord à sa sortie de près d'un pied de diamètre, & long seulement de 18 pouces, d'une substance charnue & musculeuse; mais il se termine par une verge droite & pointue, d'environ 4 pieds de longueur sur 6 à 7 pouces de diamètre vers son milieu, de la même substance à peu-près que les fanons, & qu'on emploie aux mêmes usages. Les nageoires de la queue ont 13 pieds d'ouverture; celles qui sont à 10 pieds en deçà de l'œil, un peu au dessous, n'en ont que 4 de longueur &  $2\frac{1}{3}$  de largeur; ainsi c'est principalement la queue de ce Poisson, comme on le sçait d'ailleurs, qui lui sert à se mouvoir & à se conduire dans l'eau.

Ce Cachalot a fourni une prodigieuse quantité de *Sperma-ceti*, d'une beauté admirable. Le *Sperma-ceti* n'est autre chose

que la cervelle de l'animal préparée sous la forme de cette drogue. On a rempli dix barriques de la cervelle & du cercelet de celui-ci, quantité que la préparation réduit ordinairement à la moitié ou au tiers. On lui trouva dans l'estomac une grosse boule, du poids d'environ 7 livres, qui fut prise pour de l'Ambre gris; c'étoit une substance assez molle, & d'un rouge clair lorsqu'on la retira du corps de l'animal; elle avoit une odeur désagréable & approchant de celle du Poisson corrompu; mais en s'obstinant à la sentir, cette odeur paroissoit bien tôt surmontée par une autre qui approchoit de celle de l'Ambre gris. Un marchand qui prétend s'y connoître, a acheté la boule entière 650 livres, ne doutant point que dans peu d'années, & en se desséchant, elle ne perdît sa couleur rouge & toute sa mauvaise odeur, pour prendre entièrement la couleur & l'odeur de l'Ambre gris, ce qu'il assure avoir déjà éprouvé plusieurs fois; & il est vrai que depuis quelques mois seulement que cette substance a été tirée du corps du Poisson, elle a pris une couleur plus brune, & une odeur fort semblable à celle de l'Ambre gris.

M. de la Peyronie a fait voir à la Compagnie, des échantillons du *Sperma-ceti* préparé, qu'on a tiré de la cervelle de ce Cachalot, & qui a paru fort beau, & aussi de ce vrai ou prétendu Ambre gris dont nous venons de parler. M. de la Peyronie est cependant bien éloigné de croire que l'Ambre gris prenne son origine dans le corps de ce Poisson; il pense au contraire que si l'on en trouve quelquefois dans l'estomac de ces animaux, c'est parce qu'ils l'ont avalé; car voraces comme ils sont, que n'avalent-ils pas?

Le reste du corps du Cachalot de Baïonne n'étoit presque que du lard ou une graisse, dont on a fait beaucoup d'huile.

## IX.

### *Crapaud mâle Accoucheur de la femelle.*

Il seroit à souhaiter pour quelques Lecteurs, que ce que nous avons à dire dans cet article, pût regarder les Colombes.



& les Tourterelles, plutôt qu'une espèce d'animaux qu'on ne voit ou qu'on n'imagine ordinairement qu'avec horreur. Mais l'imagination & les yeux du Physicien ne sont pas si délicats, ils sont accoutumés à voir la Nature agir bien différemment de ce que nos goûts & nos préjugés voudroient lui prescrire, & partager souvent avec distinction les animaux les plus vils en apparence, & les plus hideux.

Les Crapauds sont un genre particulier dans la classe des amphibies, & quoiqu'amphibies, ils se divisent en aquatiques & terrestres; parce que ces derniers qu'on divise encore en grande & petite espèce, quoique nés dans l'eau, n'y passent que les premiers jours de leur vie. C'est du Crapaud terrestre de la petite espèce dont nous avons à parler, d'après le Mémoire que M. Demours Médecin est venu lire à la Compagnie sur ce sujet.

L'occasion de ce Mémoire est un de ces heureux hasards dont les Naturalistes seuls peuvent connoître le prix. Sur le soir d'un grand jour d'Été, M. Demours étant dans le Jardin du Roi, aperçut deux de ces Crapauds accouplés au bord d'un trou que formoit en partie une grande pierre qui étoit au dessus. La curiosité le fit approcher pour voir quelle étoit la cause des mouvemens qu'ils se donnoient. Deux faits également nouveaux le surprirent; le premier étoit l'extrême difficulté qu'avoit la femelle à pondre ses œufs, de manière que sans un secours étranger elle ne paroïssoit pas pouvoir les faire sortir de son corps; le second, que le mâle travailloit de toute sa force, & avec les pattes de derrière, à lui arracher ses œufs.

Pour bien comprendre la mécanique de cet accouchement, il faut sçavoir, 1.<sup>o</sup> Que les pattes de ces animaux, tant celles de devant que celles de derrière, sont divisées en plusieurs doigts. C'est par le moyen de ces doigts que le mâle tiroit les œufs du fondement de la femelle.

2.<sup>o</sup> Que les œufs sortent du fondement de la femelle, parce que le réceptacle dans lequel ils sont contenus jusqu'au temps de la ponte, s'ouvre à la partie inférieure du *rectum*.

3.<sup>o</sup> Que les Crapauds s'accouplent comme les Grenouilles, c'est-à-dire, que le mâle monté sur le dos de la femelle, l'embrasse avec ses pattes de devant : la seule différence qu'il y a, est que le mâle des Grenouilles a les pattes de devant assez longues pour embrasser entièrement la femelle, & pour entrelasser ses propres doigts au dessous les uns avec les autres ; au lieu que les pattes du Crapaud mâle étant beaucoup plus courtes, il ne peut les joindre de même, elles n'atteignent qu'aux côtés de la poitrine de la femelle, où il les applique quelquefois si fortement, qu'il y survient une inflammation avant que les deux animaux se séparent.

4.<sup>o</sup> Enfin, que les œufs de cette espèce de Crapauds sont renfermés chacun dans une coque membraneuse très ferme, dans laquelle est contenu l'embryon, & que ces œufs qui sont oblongs, & qui peuvent avoir deux lignes de longueur, sont attachés les uns aux autres par un court filet très-fort ; ils forment une espèce de chapelet, dont les grains sont distans les uns des autres d'environ la moitié de leur longueur.

Ces conformations étant bien entendues, il y a lieu de croire que la femelle fait beaucoup d'effort pour se procurer la sortie du premier œuf ; mais dès qu'il est sorti, c'est au mâle à faire le reste. C'est alors qu'il commence à exercer sa fonction d'Accoucheur, & il s'en acquitte avec une adresse qu'on ne soupçonneroit pas dans un animal qui paroît si engourdi. Celui-ci avoit déjà tiré le second œuf, lorsque M. Demours arrêta sur lui ses regards, & il redoubloit ses efforts pour tirer le troisième. Le premier œuf étoit engagé entre les deux doigts du milieu de sa patte droite de derrière, par le filet qui l'attachoit au second, & c'est en allongeant cette patte qu'il tendoit le cordon du chapelet vis-à-vis le fondement de la femelle, qui pendant ce temps-là restoit immobile. Il tâchoit aussi de se saisir du cordon avec la patte gauche, & il en vint à bout après plusieurs tentatives. Cependant la présence de l'observateur ne l'embarrassoit pas peu, & lui causoit sans doute bien des distractions ; car tantôt il s'arrêtoit tout court, & alors il jettoit sur ce curieux importun

des regards fixes qui marquoient son inquiétude & sa crainte; tantôt il reprenoit son travail avec plus de précipitation qu'auparavant, & un moment après il paroissoit indécis, s'il devoit continuer ou non. La femelle marquoit aussi son embarras, par des mouvemens qui interrompoient quelquefois le mâle dans son opération. Mais enfin, soit que le silence & l'immobilité du spectateur eussent dissipé leur crainte, soit que le cas fût pressant, le mâle reprit son ouvrage avec la même vigueur, & toujours avec de nouveaux succès.

La curiosité de M. Demours avoit encore un autre objet; il observoit attentivement si, à mesure que le mâle tiroit les œufs, il ne les arrosoit pas de sa liqueur séminale; car c'est par un semblable arrosement, comme le rapportent plusieurs Auteurs, que les œufs de ces animaux aquatiques & amphibies sont fécondés, & en particulier les œufs des Grenouilles. C'est ainsi, selon Swammerdam, l'un des plus fameux Naturalistes de ce siècle, qu'après un accouplement d'environ 40 jours, la Grenouille mâle féconde les œufs de la femelle au moment qu'elle les a pondus. Mais comme M. Demours n'appercevoit rien de pareil aux deux Crapauds accouplés, & que l'endroit où ils se trouvoient étoit un peu sombre, il se détermina à les mettre sur sa main. L'ouvrage fut encore interrompu pendant quelques instans, & repris ensuite comme auparavant; mais le mâle ne donna jamais le moindre signe de ce que l'observateur s'attendoit à découvrir par ses yeux, ou à sentir sur sa main où il les tint un quart d'heure.

Swammerdam avoit remarqué que le mâle de la Grenouille aide aussi à la ponte de la femelle; mais il paroît que c'est d'une manière moins suivie, moins parfaite, moins décidée que le Crapaud, & telle enfin qu'on ne voit pas clairement que ce secours y soit absolument nécessaire. Ce n'est peut-être qu'en lui serrant les côtés dans ce moment; car la femelle de la Grenouille accouche fort vite de tous ses œufs, &, comme dit le même Naturaliste, *uno impetu omnia ejaculatur.* Swamm. T. 2.  
p. 802.

C'est dommage que quelques Naturalistes qui ont pris extrêmement à cœur de nous persuader que c'est aux Animaux que nous devons originairement nos Arts mécaniques & libéraux, ainsi que nos Sciences les plus sublimes, la Géométrie, la Dialectique, la Métaphysique même, & sur-tout la Médecine, n'aient point eu connoissance du fait que nous venons de rapporter; ils en auroient tiré sans doute, & très-directement, l'art des Matrones & des Accoucheurs.

## X.

*Insectes qui se multiplient sans accouplement, & par la seule fécondité de chaque individu.*

Il y a des accouplemens d'Insectes qui ne peuvent être apperçus, quoique très-réels, parce qu'ils commencent & qu'ils s'accomplissent en des lieux cachés & impénétrables à nos regards. Il y en a d'autres qu'on ignore & qu'on n'a point vûs, faute d'avoir appris à les voir, & de connoître les temps & les circonstances où ils pourroient être observés. Mais quelque difficulté qu'il y ait à découvrir la manière dont certains Insectes s'accouplent, & quelque diversité qu'il règne dans leurs accouplemens, tous les Naturalistes modernes sembloient s'être réunis à regarder le concours des individus pour la propagation de chaque espèce, comme une condition indispensable, & comme une de ces loix générales qu'on n'avoit point encore vû enfreindre à la Nature. Si quelques espèces d'Animaux avoient paru devoir s'y soustraire, c'étoient celles des Hermaphrodites; mais il a été

\* V. l'Hist. remarqué dès les premières années de cette Histoire\*, que  
de 1699. p. 4. les Insectes hermaphrodites les plus connus, tels que les  
de 1708. p. Limaçons & les Vers de terre, n'étoient pas moins soumis  
48. de 1724. à cette loi, quoiqu'avec des modifications & des variétés  
p. 34. particulières.

Voici cependant une exception à la loi générale, & une exception qui pourra vrai-semblablement être suivie de plusieurs

plusieurs autres. M. de Réaumur donna il y a quelques années l'histoire d'une espèce d'Insecte fort commun à la campagne & dans nos jardins, appelé *Puceron*; petit animal vivipare qui s'attache aux bourgeons, aux fleurs & aux jets des Plantes, souvent ailé, & quelquefois sans aîles. M. de Réaumur soupçonna dès-lors sur plusieurs indices qui auroient suffi à un observateur moins habile & moins exercé à douter, que les Pucerons accouchoient sans avoir eu d'accouplement ni aucune sorte de commerce entr'eux, ou avec quelqu'autre Insecte quelconque de grandeur sensible. Il tenta les moyens de s'en assurer; mais divers accidens ayant fait périr les Pucerons tenus en solitude, avant qu'ils fussent parvenus à l'âge où ils mettent des petits au jour, il en écrivit à plusieurs de ses correspondans pour l'Histoire Naturelle, en les exhortant à répéter cette expérience avec toutes les précautions qu'elle demandoit. M. Bonnet de Genève s'acquitta le premier de cette commission délicate, & vérifia le fait par mille observations qui n'exigeoient pas moins de patience que de sagacité; & enfin M. de Réaumur s'en est pleinement convaincu lui-même sur des Pucerons de la fleur de Pavot. Il ne nous a encore rien communiqué là-dessus que verbalement, mais il nous en promet le détail dans un de ses volumes sur les Insectes.

Nous allons voir une fécondité encore plus singulière.

## XI.

*Animaux coupés & partagés en plusieurs parties, & qui se reproduisent tout entiers dans chacune.*

L'Histoire du Phœnix qui renaît de ses cendres, toute fabuleuse qu'elle est, n'offre rien de plus merveilleux que la découverte dont nous allons parler. Les idées chimériques de la Palingénésie ou régénération des Plantes & des Animaux, que quelques Alchymistes ont cru possible par l'assemblage & la réunion de leurs parties essentielles, ne tendoient qu'à rétablir une Plante ou un Animal après sa

destruction; le Serpent coupé en deux, & qu'on a dit se rejoindre, ne donnoit qu'un seul & même Serpent; mais voici la Nature qui va plus loin que nos chimères. De chaque morceau d'un même animal coupé en 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40 parties, & pour ainsi dire, haché, il renaît autant d'animaux complets & semblables au premier. Chacun de ceux-ci est prêt à subir la même division, & à renaître de même dans ses débris, & ainsi de suite, sans qu'on sçache encore où s'arrêtera cette étonnante multiplication. On voit par-là, qu'à la tête séparée du reste de son corps, doit revenir un corps semblable à celui qu'elle a perdu; que la queue recouvrera de même un corps & une tête, & que les tronçons intermédiaires vont s'accroître de part & d'autre par l'addition de nouvelles parties, & se terminer enfin par une queue & une tête toutes semblables à celles qu'on leur avoit enlevées, & qui appartiendront désormais à d'autres individus. Si l'animal est coupé en deux, par exemple, selon sa longueur, de manière que les deux moitiés n'étant pas encore entièrement séparées, demeurent unies par une extrémité de son corps, vers la queue, ou vers la tête, il en vient un Monstre à deux têtes ou à deux queues. Et tout cela quelquefois en vingt-quatre heures, ou en un petit nombre de jours.

Cette découverte est due à M. Trembley qui fait actuellement sa résidence à la Haye en Hollande, & c'est par M. de Réaumur, à qui M. Trembley en avoit écrit, que l'Académie en a été informée. L'expérience ne fut faite d'abord que sur une petite espèce d'Insecte ou Ver, de deux ou trois lignes de longueur, qu'on trouve ordinairement dans l'eau où croît la lentille de marais. M. de Réaumur l'appelle *Polype*, parce qu'il se termine par une des extrémités de son corps en plusieurs pieds ou bras, & *Polype d'eau douce*, pour le distinguer des *Polypes marins*. Comme les mouvements de cet animal sont fort lents, M. Trembley douta si c'étoit un vrai animal ou une plante: ce doute accompagné de toutes les lumières d'un sçavant Naturaliste & de

détails très-curieux, fit le sujet de la première lettre, & ce n'a été qu'après avoir sçu l'avis de l'Académie, & avoir réitéré bien des fois les mêmes expériences, qu'il s'est enfin rendu à cette espèce de prodige. Cependant M.<sup>rs</sup> Bonnet & Lyonnet, autres observateurs habiles, & correspondans de M. de Réaumur, l'un à Genève, l'autre à la Haye, tentèrent la même expérience sur d'autres espèces de Vers aquatiques, parmi lesquels ils en trouvèrent plusieurs qui avoient la même propriété. Ils purent aussi s'en convaincre plus facilement, & d'une manière plus sensible, sur des Vers assez longs, & qui avoient encore cet avantage, qu'on ne pouvoit douter que ce ne fussent de vrais animaux, leurs mouvemens étant très-vifs. M. Lyonnet en découvrit une espèce d'environ 3 pouces  $\frac{1}{2}$  de longueur, & de la grosseur à peu-près d'une chanterelle de violon, & c'est sur cette espèce qu'il poussa la division jusqu'à 30 ou 40 parties.

On peut juger que M. de Réaumur n'étoit pas demeuré oisif sur les progrès d'une découverte si digne d'exciter sa curiosité, & qui tenoit en quelque sorte à son domaine: c'est lui qui en a rendu l'Académie témoin oculaire, & avec l'Académie, la Cour & la Ville, qui dans le siècle éclairé où nous vivons, diffèrent peu des Sçavans à cet égard.

Nous laisserons au lecteur à tirer ses conséquences, & à suivre les réflexions & les nouvelles vûes qu'un tel phénomène est capable de faire naître sur la génération des Animaux, sur leur ressemblance extrême avec les Plantes, & peut-être sur des matières encore plus élevées.

## X I - I .

*Cire blanche de la Chine.*

M. Geoffroy a reçu une lettre du P. d'Incarville, Jésuite, écrite de Canton le 15 Janvier de cette année, dans laquelle ce Père lui marque que la Cire blanche de la Chine vient de petits Vers que l'on trouve sur un arbre dans une Province de cet Empire. Ils se nourrissent sur cet arbre,

on les y ramassé, on les fait bouillir dans de l'eau, & ils rendent une espèce de graisse qui, étant figée, est la Cire blanche de la Chine. Cette lettre contient quelques autres particularités d'Histoire Naturelle, sur lesquelles M. Geoffroy espère recevoir une plus ample instruction.

## X I I I.

*Ruisseau inflammable.*

Feu M. Raoul Conseiller au Parlement de Bordeaux apprit à M. de Réaumur, par une lettre du mois de Juillet de l'année dernière, qu'il y avoit dans le Prieuré de Trémolac de l'ordre de Clugny, à 5 lieues de Bergerac, un ruisseau inflammable & brûlant ; ce qui fut découvert il y a 4 ans par un voleur d'Ecrevisses, qui, pour mieux appercevoir les trous où elles se cachent, se servoit de torches de paille allumées. Tant que cet homme marcha sur le gravier du lit presque horizontal de ce ruisseau, le feu ne prit point à l'eau de la superficie ; mais étant arrivé à des endroits plus inégaux & parsemés de creux, il fut bien étonné de voir que l'eau s'enflamma, au point qu'il en eut sa chemise brûlée. C'étoit une flamme bleuâtre. M. l'Abbé d'Alême alors Prieur de Trémolac en fit répéter l'expérience deux ou trois fois, & elle réussit toujours de même. On peut croire avec beaucoup de vrai-semblance qu'il est tombé & qu'il s'est assemblé dans ces endroits creux, quelque limon chargé d'une matière sulfureuse, assez en mouvement pour s'exhaler au travers & au dessus de l'eau, & pour y prendre feu à la moindre approche d'une flamme étrangère.

Il s'en faut bien que la fameuse fontaine brûlante de Dauphiné mérite ce nom à aussi juste titre que le ruisseau de Trémolac, puisqu'elle se réduit, du moins aujourd'hui & depuis fort long temps, à un simple terrain bitumineux sans eau, où l'on voit quelquefois une flamme errante & légère, fort semblable à celle de l'eau-de-vie allumée\*.

\* V. l'Histoire  
de l'Ac. 1699,  
page 222.



## XIV.

*Fontaine sans fond, de Sablé.*

M. le Marquis de Torcy nous a communiqué une relation en forme de lettre, qui lui a été adressée pour l'Académie, sur une Fontaine curieuse qui est auprès de Sablé en Anjou, & qu'on appelle *la Fontaine sans fond*, parce qu'en effet ceux qui l'ont sondée n'y ont point trouvé de fond, & que, selon la tradition du pays, plusieurs bestiaux qui y sont tombés n'ont jamais été retrouvés. C'est une espèce de gouffre de 20 à 25 pieds d'ouverture, situé au milieu & dans la partie la plus basse d'une lande de 8 à 9 lieues de circuit, dont les bords élevés en entonnoir descendent par une pente insensible jusqu'à ce gouffre, qui en est comme la citerne. La terre tremble ordinairement tout autour, sous les pieds des hommes & des animaux qui marchent dans ce bassin. Il y a de temps en temps des débordemens qui n'arrivent pas toujours après les grandes pluies, & pendant lesquels il sort de la fontaine une quantité prodigieuse de poisson, & sur-tout beaucoup de brochets truités, d'une espèce fort singulière, & qu'on ne connoît point dans le reste du pays. Il n'est pas facile cependant d'y pêcher, parce que cette terre tremblante & qui s'affaisse au bord du gouffre, & quelquefois assez loin aux environs, en rend l'approche fort dangereuse. Il faut attendre pour cela des années sèches, & où les pluies n'ayent pas ramolli d'avance le terrain inondé. En général il y a lieu de croire que tout ce terrain est comme la voûte d'un lac qui est au dessous. L'Académie qui porte par préférence son attention sur les curiosités naturelles du Royaume, mais qui veut en même temps que ce soient de vraies curiosités, a jugé que celle-ci méritoit une plus ample instruction. Elle avoit chargé M. de Bremond parent de M. l'Abbé Auvé, de qui nous vient la relation, de s'informer plus particulièrement de certains faits

38 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
& de quelques circonstances, qui pourront plus sûrement  
faire juger de la singularité de cette fontaine : mais une  
longue maladie, & la mort de M. de Bremond arrivée dans  
l'intervalle de cette recherche & de l'impression de cette  
Histoire, ayant arrêté les vastes & utiles projets de cet Aca-  
démicien, nous n'avons pas voulu priver le public de ce  
que nous sçavions déjà sur la Fontaine de Sablé, ni manquer  
l'occasion de donner à M. l'Abbé Auvé cette petite marque  
de notre reconnoissance.





## ANATOMIE.

---

 SUR LE SIEGE DE L'AME  
DANS LE CERVEAU.
 

---

DE quelque manière que l'on conçoive ce qui pense en nous, il est certain que les fonctions en sont dépendantes de l'organisation & de l'état actuel de notre corps pendant que nous vivons. Cette dépendance mutuelle du Corps & de ce qui pense dans l'Homme, est ce qu'on appelle *l'union du Corps & de l'Ame*: union que la saine Philosophie & la révélation nous apprennent être uniquement l'effet de la volonté libre du Créateur. Du moins n'avons-nous nulle idée immédiate de dépendance, d'union, ni de rapport entre ces deux choses, corps & pensée. Cette union est donc un fait que nous ne pouvons révoquer en doute, mais dont les détails nous sont absolument inconnus : c'est à la seule expérience à nous les apprendre, & à décider sur toutes les questions qu'on peut proposer sur cette matière. Une de ces questions des plus curieuses, des plus intéressantes & la seule dont il s'agit ici, est de sçavoir si l'Ame exerce également ses fonctions dans toutes les parties du corps auquel elle est unie, ou s'il n'y en a pas quelqu'une à qui ce privilège soit particulièrement attaché, & quelle est cette partie ; de manière que ses blessures ou la destruction emportent nécessairement la cessation ou l'interruption des fonctions spirituelles, tandis que toutes les autres parties peuvent être altérées ou détruites, sans que le Sujet cesse de raisonner & de sentir. Nous disons & de sentir, parce que tout ce qui s'appelle sensation, voir, entendre, &c. n'appartient pas moins à l'Ame que la faculté de recevoir des idées, de les comparer & de raisonner ; quoique, selon le

V. les M.  
P. 199.

langage ordinaire, ce ne soit presque jamais qu'à ces dernières qu'on accorde le nom de pensée. Les sensations n'expriment, il est vrai, que des manières de penser très-confuses, ou des modifications purement passives du Sujet pensant, tandis que les pensées proprement dites semblent en être l'action; mais ces modifications sont réellement aussi incompatibles avec l'idée du corps, que les spéculations métaphysiques les plus subtiles & les plus profondes. S'il y a donc quelque partie dans le corps humain d'où partent nos pensées & nos sensations, ou plutôt à laquelle toutes les affections corporelles & tous les mouvemens unis par institution à nos pensées & à nos sensations aillent aboutir, comme à une espèce de foyer ou de commun organe, c'est cette partie que nous appellerons *le siège de l'Ame*.

La première idée qui s'est présentée aux Philosophes sur ce sujet, a été sans doute, que l'Ame ne pouvant être par sa nature plus en un lieu qu'en un autre, & à la rigueur n'occupant aucun lieu, il falloit en vertu de son union intime avec le corps, l'imaginer comme répandue dans toutes ses parties, toutes étant capables de sentiment. Et s'il y avoit quelque préférence à donner à une portion de notre corps plutôt qu'à l'autre, pour en faire l'organe immédiat des opérations de l'Ame, il semble que ce devroit être au genre nerveux, puisque les nerfs sont la source & les instrumens du mouvement & du sentiment, & qu'ils se distribuent par tout le corps, depuis leur origine dans le cerveau jusqu'aux extrémités les plus reculées. Mais c'est un fait connu & que mille exemples ne permettent pas de révoquer en doute, que les nerfs d'une partie du corps, telle qu'un bras ou une jambe, peuvent être coupés, & la partie absolument retranchée, sans que l'on cesse d'y éprouver ou d'y rapporter les mêmes sensations, les mêmes douleurs, que si elle subsistoit encore. Il faut donc nécessairement reconnoître qu'il y a dans le corps humain quelque lieu privilégié, où l'Ame exerce ses fonctions, & où les corps qui viennent frapper celui qu'elle anime, vont aussi l'affecter, &, pour ainsi dire, la frapper elle-même.

La question du siège de l'Ame, réduite à ses véritables termes, n'est donc pas l'objet d'une recherche vaine, mais elle est très-difficile à résoudre. Nous ne nous arrêterons point aux opinions de ceux qui ont placé ce siège hors du Cerveau, dans le Cœur, par exemple, dans l'estomac, & même dans la masse du sang; trop de faits en attestent la fausseté. Le Cerveau seul est aujourd'hui & depuis long temps en possession de fournir matière aux conjectures des Philosophes & des Anatomistes sur ce sujet; mais parmi tant de parties qui composent le Cerveau, laquelle choisirons-nous pour donner le mouvement aux autres, & pour en faire le siège des fonctions de l'Ame? Descartes s'est déterminé en faveur de la Glande pinéale, Willis Anatomiste Anglois, célèbre sur-tout par son Traité du Cerveau, l'a mis dans les Corps cannelés, & il n'y a pas de partie dans ce viscère à laquelle quelqu'Auteur n'ait attribué la même prérogative. Quelqu'un a donc nommé ou rencontré la partie du Cerveau qui est véritablement le siège de l'Ame; mais rencontrer ainsi la vérité & sans preuves suffisantes, c'est deviner & non pas découvrir.

M. de la Peyronie qui s'est appliqué il y a long-temps à cette recherche, & qui en avoit donné une ébauche à la Société Royale de Montpellier dès l'année 1709, l'a présentée cette année-ci à l'Académie des Sciences, avec plus d'ordre & d'étendue, & l'a appuyée d'un si grand nombre de preuves & d'observations tant anciennes que nouvelles, qu'on peut regarder son Mémoire sur ce sujet, comme un nouvel ouvrage.

Après avoir bien établi l'état de cette question délicate, & avoir pris les précautions qu'elle pouvoit exiger, il place le siège de l'Ame dans le *Corps calleux*, ce petit corps blanc un peu ferme & oblong, qui est comme détaché de la masse du Cerveau, & que l'on découvre quand on éloigne les deux hémisphères l'un de l'autre, leurs faces internes étant contigues & simplement couchées sur lui par leurs bords inférieurs.

Ce n'est ni sur l'inspection de la partie, ni sur sa structure particulière, qu'il lui accorde cette noble fonction, le Corps calleux n'ayant rien par lui-même de plus analogue avec la pensée & le sentiment que toute autre partie du Cerveau & qu'une matière quelconque, mais d'après les faits, par voie d'exclusion, & en montrant que les blessures ni la destruction entière d'aucune des autres parties de ce viscère n'influent point sur les opérations de l'Ame, tandis que celle que nous en avons nommé *le siège*, ne sçauroit être affectée le moins du monde, sans que ces opérations ne soient troublées, ou qu'elles ne cessent totalement. L'on voit assez que cette méthode & cette espèce de démonstration indirecte étoit la seule qu'il convenoit d'employer en semblable matière.

L'exclusion ayant été donnée à tout ce qui n'est pas le Cerveau, on a dû chercher d'abord si c'est dans toute son étendue que le Cerveau constitue le siège de l'Ame ; mais pour se convaincre du contraire, il ne faut que se rappeler une infinité d'exemples de Cerveaux altérés, pourris, gangrenés dans presque toute leur substance, sans que la raison & le sentiment en aient souffert, ces mêmes fonctions s'exécutant encore dans tous ces cas avec la même force, la même promptitude & la même vivacité que dans l'état de santé. La déperdition même d'une grande partie de la substance du Cerveau, comme on l'a vû après certaines blessures ou après certaines opérations chirurgiques, n'a pas empêché les malades de raisonner, de sentir & de vivre comme auparavant. M. de la Peyronie a ouvert plusieurs de ces Cerveaux altérés ou défectueux, dont les Sujets n'avoient cependant éprouvé aucune des suites fâcheuses qu'il sembloit qu'on en devoit attendre. L'Ame ne réside donc pas dans toute l'étendue du Cerveau.

Venons-en au détail, & commençons par la Glande pinéale. Descartes qui avoit beaucoup observé en Anatomie, qui avoit fait une attention toute particulière à la nature & au mécanisme de nos sensations, & qui a été aussi le premier des Philosophes qui nous en ait donné une notion exacte,

qui ait ramené les qualités sensibles des corps à leur véritable principe, avoit jugé cette glande plus propre qu'aucune autre partie, à être l'organe des fonctions de l'Ame. Elle est unique, & comme suspendue au milieu des ventricules du Cerveau par deux filamens nerveux & flexibles qui lui permettent de se mouvoir en tout sens, & par où elle reçoit toutes les impressions que le cours des esprits ou du fluide quelconque qui coule dans les nerfs, y peut apporter de tout le reste du corps ; elle est entourée d'une infinité d'artérioles, tant du *Lacis choroïde* que des parois intérieures des ventricules, où elle est renfermée, & dont les plus déliées tendent vers cette glande. C'est du moins par ces circonstances & par cette situation avantageuse, que Descartes, & après lui quelques Anatomistes, ont cru que la Glande pinéale étoit le véritable siège de l'Ame & l'organe commun de toutes nos sensations. Mais enfin on a découvert que la Glande pinéale manquoit dans certains Sujets, ou qu'elle y étoit entièrement oblitérée, sans qu'ils eussent perdu l'usage de la raison & des sens ; elle a été trouvée pétrifiée dans quelques autres dont le sort n'avoit pas été différent, & M. de la Peyronie l'a vûe pourrie dans une femme de 28 ans, qui avoit conservé la raison & le sentiment jusqu'à la fin de sa vie. Il remarqua aussi dans le même Sujet quelques autres parties du Cerveau, telles que les *Nates* & les *Telles*, détruites par la pourriture ; preuve que celles-ci ne sont pas non plus destinées à être le siège de l'Ame.

Nous en dirons autant des *Corps cannelés* malgré leur structure singulière ; les observations de feu M. Petit Médecin, se réunissent avec celles de M. de la Peyronie, pour montrer que ces Corps ne sçauroient être le centre de nos sensations ou le *Sensorium commune*, ainsi que l'appelle Willis, qui le plaçoit dans cette partie.

Les couches des nerfs optiques qui ne sont que des protubérances des nerfs qui servent à la vision, le Cervelet & toutes les autres parties intérieures de la tête, excepté le seul *Corps calleux*, passent en revue de la même manière, c'est-

à-dire, que M. de la Peyronie apporte une foule d'exemples où l'on voit que les maladies les plus marquées & les plus dangereuses de ces parties n'ont point interrompu les fonctions de l'Ame, ni même quelquefois attaqué celles de la vie.

La conséquence après cela est aisée à tirer en faveur du Corps calleux, & elle est d'autant plus légitime, que par une suite contraire d'exemples aussi formels que les précédens, cette partie paroît être plus constamment liée avec l'exercice de la raison & des sens. Ce que M. de la Peyronie s'est attaché à prouver de la manière la plus solide.

Comme il y a long-temps que l'esprit & la main travaillent chez lui de concert pour éclaircir cette fameuse question, & qu'il a été attentif à saisir tout ce qui pouvoit y conduire, il n'a manqué ni d'observations ni d'exemples. Il fait voir que dans tous les cas, soit de blessures accidentelles, soit de maladies internes, le Corps calleux ne sçauroit être atteint, comprimé ou vicié par quelque cause que ce puisse être, sans que les étourdissemens, l'affaiblissement des membres, la léthargie, le délire & la cessation totale des fonctions de l'Ame ne s'ensuivent; & il y a tel de ces cas parmi ceux qu'il rapporte, où ces fonctions étoient alternativement & comme à volonté de la part du Chirurgien, suspendues ou rétablies, selon qu'avant ou après le pansement, le Corps calleux se trouvoit surchargé ou délivré de la matière étrangère qui s'amassoit & qui séjournoit sur un des côtés de sa surface. C'est M. de la Peyronie lui-même qui faisoit l'opération, & qui a vû ainsi plusieurs fois la raison & le sentiment du malade s'éclipser & reparoître.

Il conclut donc, & il est mal-aisé de ne le pas conclurre avec lui, d'après toutes les observations & tous les faits que nous venons d'indiquer, que le Corps calleux est véritablement cet organe primitif de la raison & des sensations, auquel tous les autres ne font, pour ainsi dire, que porter le résultat de ce qui se passe chez eux, & les impressions qu'ils ont reçues des objets, en un mot, le siège de l'Ame.

Cette théorie peut éclairer celle des maladies & des



dérangemens du Cerveau, & déterminer par conséquent les secours qu'on est en état d'y apporter. Tout est lié dans la Nature, & il seroit difficile d'y trouver quelque découverte à faire qui ne fût que curieuse, & qu'avec le temps de nouveaux points de vûe, de nouveaux faits, ou quelque autre découverte ne pussent rendre utile.

## SUR LA REUNION DES FRACTURES DES OS.

ON a vû dans l'Histoire de 1739\*, que les Os des Animaux, dans les alimens desquels on avoit mêlé de la racine de Garence, se coloroient en peu de temps d'un rouge plus ou moins vif, & quelquefois aussi vif que du Carmin. Cette singularité, dont la première connoissance est dûe au hazard, ayant été observée par M. Belchier Chirurgien de Londres, & communiquée à l'Académie par M. Sloane Président de la Société Royale, M. du Hamel la jugea digne d'une plus ample recherche ; il en répéta les expériences avec grand soin, & sur un grand nombre d'animaux de tout âge. Le résultat de ces observations fut,

1.° Que les Os des jeunes animaux se coloroient beaucoup plutôt que ceux des vieux. 2.° Que les progrès de la teinture des Os, & l'ossification même, étoient d'autant plus prompts, que les animaux croissoient plus vite & parvenaient en moins de temps à leur grandeur ordinaire. 3.° Que quand on supprimoit la Garence des alimens d'un animal dont les Os avoient acquis ainsi la couleur rouge, cette couleur disparoissoit peu-à-peu, & que les Os redevenaient blancs. 4.° Que ce rétablissement des Os dans leur couleur naturelle, se faisoit par la superposition des couches blanches sur les couches rouges, à mesure que la couleur de celles-ci s'affoiblissoit, & disparoissoit enfin entièrement.

Nous rappelons ces premières observations pour mieux faire sentir quelle a été leur fécondité entre les mains de

M. du Hamel. Elles l'ont conduit aux plus importantes découvertes sur le développement & la formation des Os, sur la cause & sur la guérison de leurs maladies, & principalement sur la réunion de leurs Fractures, qui fait le sujet des deux Mémoires qu'on trouvera dans ce volume. C'est le commencement d'une théorie plus étendue qu'il prépare sur la même matière; mais d'une théorie toujours fondée sur de nombreuses expériences, & très-applicable à la pratique. L'Anatomie, la Chirurgie & la Physique même, dans cette partie de l'Histoire Naturelle, ne peuvent qu'en retirer de grands avantages.

On avoit pensé jusqu'ici que la réunion des os fracturés se faisoit par l'effusion du suc osseux, qui, venant à couler dans les interstices de la fracture, en rejoignoit les bouts à peu-près comme la colle rejoint les parties d'un morceau de bois rompu : pensée si naturelle & si analogue à ce que l'art nous enseigne, qu'il n'est pas étonnant qu'on s'y fût arrêté. Mais M. du Hamel prouve par un nouvel enchaînement d'observations & d'expériences, que c'est le Périoste seul qui réunit les os. Cette membrane se tuméfie d'abord & s'épaissit, elle devient ensuite cartilagineuse & enfin osseuse, ce qui forme le cal, ou cette espèce de virole qui entoure l'endroit rompu, & qui en assujettit les parties. C'est en suivant pas à pas cette ossification & cette réunion, que M. du Hamel s'est convaincu de la route que tenoit la Nature pour y arriver, route qui ne s'écarte pas du mécanisme qu'on peut remarquer dans la réunion des parties rompues des arbres & des plantes.

Quoique le Corps humain soit le sujet propre de l'Anatomie, on sçait cependant de quelle utilité est la dissection des brutes, par la comparaison qu'on fait de leurs viscères avec ceux de l'Homme. Cette comparaison étoit en usage dès le temps de Galien. Mais une autre espèce d'*Anatomie comparée*, celle des Végétaux, a été encore cultivée par les Modernes; & l'on peut voir à cette occasion dans l'Histoire de l'Académie\*, combien la génération & la structure de ces deux

\* V. l'Hist.  
de 1711.  
p. 51.

espèces de corps vivans, les Plantes & les Animaux, se ressemblent. M. du Hamel qui a beaucoup étudié l'une & l'autre, avoue que ce sont ses recherches sur la réunion des arbres rompus, qui l'ont conduit à l'utile & curieuse découverte qu'il nous donne aujourd'hui sur la formation du cal dans les fractures des os.

L'Écorce des arbres est leur Périoste, leurs parties ligneuses sont leurs os. Or, comme M. du Hamel le fera voir plus particulièrement dans la suite, c'est par un allongement de l'écorce que la fracture ou la plaie de l'arbre est remplie, & non par l'allongement de ses fibres ligneuses, ou par l'effusion du suc nourricier qui suinte de leurs bouts rompus. L'écorce se tuméfie, s'épaissit sur la plaie, & elle y forme enfin un cal tout semblable à celui qui se fait sur les os par l'ossification du Périoste.

Quand ces sortes d'analogies se trouvent soutenues d'autant d'observations & de recherches répétées que l'est celle-ci, elles deviennent de sûrs guides pour les Physiciens; car enfin la Nature n'est pas moins simple ni moins uniforme dans ses procédés, que variée dans ses ouvrages.

## SUR DE NOUVELLES ARTERES ET VEINES LYMPHATIQUES.

LES découvertes qui nous intéressent le plus, sont celles qui fournissent des vûes générales, ou qui tiennent de plus près aux principes fondamentaux des Sciences. Telles sont en Anatomie, celles qui ont rapport à la structure ou à l'usage de tous les organes du corps animé. V. les M.  
p. 371.

L'Anatomie ne connoissoit autrefois dans l'économie animale de fluide *universel* que le sang, mais la Physiologie ou la Physique du Corps humain en supposoit deux autres, l'un étoit l'esprit animal ou vital, l'autre une rosée ou lymphe nourricière qu'on croyoit renfermée dans les extrémités des vaisseaux qui doivent porter le sang du centre à la

circonférence. Des Médecins célèbres firent dans la suite une découverte à jamais mémorable dans l'Anatomie, ce fut celle des Vaisseaux lymphatiques & de la liqueur qu'ils contiennent. Ces vaisseaux sont de véritables veines qui reçoivent de toutes les parties du corps une liqueur limpide, & qui la versent par des troncs remarquables dans les réservoirs du chyle, dans le canal thorachique, &c.

La connoissance des Veines lymphatiques donna lieu d'imaginer aussi des Artères d'un genre nouveau, destinées à recevoir la sérosité ou la lymphe du sang, en laissant la partie rouge dans les vaisseaux sanguins. M. Boerhaave qui est celui qui a donné le plus de crédit à ce système, se crut en droit de supposer autant de différens genres d'artères qu'il y a de liqueurs dans le Corps humain ; mais cette opinion, quelque poids que pût lui donner un nom si fameux, n'a pas enlevé tous les suffrages ; l'Anatomie n'a reconnu constamment jusqu'ici, que les Artères qui portent le sang dans toutes les parties du corps. Et d'ailleurs, il n'étoit pas naturel de penser que si les Artères lymphatiques existoient, elles eussent échappé aux recherches de tant d'habiles Anatomistes, qui ont paru depuis qu'il en est question, & surtout dans un temps où l'usage du Microscope & des injections anatomiques est devenu si familier.

Les partisans des Artères lymphatiques répondoient qu'on n'avoit pu les observer à cause de leur extrême petitesse, & de plus, parce qu'il n'est pas facile de les distinguer d'avec les vaisseaux sanguins ; tous les petits vaisseaux, quelle que soit la liqueur qui les remplit, vûs au Microscope, paroissant à peu-près de la même-couleur & comme cristallins : mais ce ce n'est-là qu'une raison de possibilité & non d'existence.

On voit donc que l'idée des Artères lymphatiques n'a été jusqu'ici qu'une hypothèse dont on a pu se servir pour expliquer des faits connus, mais non pas pour développer ceux qui étoient cachés. En un mot, l'Anatomie qui n'admet de véritables preuves que le témoignage des sens, n'avoit pas encore prononcé sur cet article ; mais les Sciences exactes profitent

profitent quelquefois des conjectures les plus hasardées : il y a peu de découvertes importantes que l'imagination n'ait saisies ou effleurées d'avance ; & la question dont il s'agit en fournit un exemple.

M. Ferrein a enfin découvert & constaté l'existence des Artères lymphatiques, & avec elles de nouvelles Veines lymphatiques qui les accompagnent. Il regardoit l'idée de ces artères comme une hypothèse qui n'avoit aucun fondement, lorsqu'il observa dans l'intérieur de la matrice une manière de velouté blancheâtre & extrêmement mince, qu'il examina en différens temps & en différens états. La comparaison qu'il fit de toutes ses observations lui donna lieu de juger que ce velouté n'étoit en effet qu'un tissu de vaisseaux lymphatiques artériels & veineux ; mais tout cela étoit encore fort éloigné d'une démonstration anatomique. Il aperçut ensuite sur le haut de l'œil d'un Chien un appareil de vaisseaux qui le frappa ; c'étoit un nombre considérable de petits tuyaux ramifiés à la manière des artères & des veines, & pleins d'un fluide qui avoit toutes les apparences du lymphatique. Ils lui parurent très-différens des Veines lymphatiques déjà connues, & il ne pouvoit guère les soupçonner d'être autre chose que les artères mêmes dont il s'agit. Il aperçut ces mêmes tuyaux dans une autre occasion ; mais il lui fut impossible de reconnoître leur origine, & d'éclaircir les difficultés qu'il avoit à ce sujet. Il revint donc à la matrice, & y fit de nouvelles tentatives, qui lui dévoilèrent enfin le secret que la Nature sembloit cacher depuis si long temps. La finesse extrême de ces vaisseaux ne les empêcha pas de se montrer pour ce qu'ils étoient, & avec des ramifications tout-à-fait semblables à celles des artères ordinaires. Ce ne fut pas cependant sans beaucoup de peine que M. Ferrein vint à bout & de les bien voir & de s'assurer de leur véritable nature ; mais que ne surmonte-t-on point en des occasions si intéressantes, & où l'avancement d'une Science que l'on chérit, l'utilité publique & les mouvemens les plus légitimes de l'amour propre concourent à nous animer ?

*Hist. 1741.*

G

Il restoit à M. Ferrein de faire voir aux autres ce qu'il s'étoit démontré à lui-même. Il avoit pris garde que les objets à demi-transparens regardés avec une forte loupe, paroissent d'ordinaire plus distinctement sur un fond noir que sur des couleurs claires, & il se rappella que *l'Uvée*, cette tunique de l'œil qu'on a ainsi nommée, parce qu'elle ressemble à un grain de raisin noir, se trouvoit par-là très-propre à faire paroître les vaisseaux diaphanes qui la tapissent. L'Uvée des enfans est préférable pour cela à celle des hommes faits, & l'Uvée des yeux bleus ou bleuâtres à celle des yeux noirs. M. Ferrein tira donc de l'orbite l'œil d'un Sujet âgé de six ans, mort depuis environ 24 heures; il enleva la partie antérieure de la sclérotique ou la cornée, pour mettre la Choroïde & l'Uvée à découvert; il regarda ces deux membranes de front, avec une lentille de 5 lignes de foyer. La Choroïde lui offrit une quantité extraordinaire de vaisseaux sanguins; il n'en vit aucun dans l'Uvée, mais il y découvrit, & avec une espèce de ravissement, une multitude innombrable de vaisseaux blancheâtres & transparens, qu'il ne put douter qui ne fussent les nouvelles Artères lymphatiques tant désirées. C'est principalement sur cette partie qu'il en a démontré l'existence à l'Académie, leur origine, leur progrès & leurs ramifications, semblables à celles des artères sanguines, & disposées d'une manière qui n'est pas moins merveilleuse.

On trouvera dans son Mémoire un détail curieux & exact de tout ce qu'il faut observer pour appercevoir clairement ces tuyaux, aussi-bien que les nouvelles Veines lymphatiques, & une idée générale de la disposition naturelle des vaisseaux sanguins avec les lymphatiques, & les sécrétoires du corps. Il a touché en passant & par la liaison des matières, quelques autres points d'Anatomie qui peuvent passer pour autant de découvertes particulières. Tel est le nouvel *anneau de la Choroïde*, un réseau de vaisseaux sanguins dans cette membrane, &c.

On sent assez combien la connoissance certaine d'une

nouvelle espèce de tuyaux dans une Machine hydraulique, telle que le Corps animal, doit fournir de nouvelles vûes, tant par rapport à son économie, qu'aux moyens de remédier à ses dérangemens.

*SUR L'ORGANE IMMÉDIAT DE LA VOIX  
ET DE SES DIFFÉRENS TONS.*

**I**L semble qu'on ait été un peu trop sévère à l'égard des V. les M. Anciens, lorsqu'on les a repris d'avoir comparé l'organe P. 409. de la Voix humaine à une Flûte. Il n'est pas vrai-semblable qu'ils aient entendu autre chose par-là, sinon que cet organe étoit fait à peu-près comme cet instrument, & que l'un & l'autre agissent ou donnent leurs tons par le moyen de l'air ou du vent qui passe par leurs cavités: & en effet, la trachée artère est un tuyau par où passe l'air qui vient des poumons, & sa tête ou le Larynx qui la termine du côté de la gorge, & au milieu duquel est la petite ouverture ou fente qu'on nomme *la Glotte*, représente assez bien la tête & l'embouchure de la flûte à bec. Il est vrai que dans la flûte le vent qui produit le son, est poussé de l'embouchure vers l'autre extrémité du tuyau, & que c'est tout le contraire dans l'organe de la Voix; en quoi il n'est pas possible que les Anciens non plus que les Modernes aient jamais erré; mais il y a tout lieu de croire que les uns & les autres se sont trompés, quand ils ont cru que l'organe de la Voix n'étoit, à proprement parler, qu'un instrument à vent, comme la flûte, le flageolet ou le hautbois.

M. Ferrein se trouve là-dessus d'une opinion très-différente, & si l'on veut, très-paradoxe, mais fondée en même temps sur des expériences dont il sera difficile d'éluder la conclusion. L'organe de la Voix est selon lui, un instrument à corde & à vent, & beaucoup plus à corde qu'à vent, l'air qui vient des poumons & qui passe par la Glotte, n'y faisant proprement que l'office d'un archet sur les fibres

tendineuses de ses lèvres, que M. Ferrein appelle *Cordes vocales* ou *Rubans* de la Glotte. C'est la collision violente de cet air & des Cordes vocales qui les oblige à frémir, & c'est par leurs vibrations plus ou moins promptes qu'elles rendent différens tons, selon les loix ordinaires des instrumens à cordes.

Ces deux sortes d'instrumens de Musique, à corde & à vent, diffèrent entr'eux, en ce que dans les uns le son dépend & de leur construction & de la matière dont ils sont faits, tandis qu'il ne résulte dans les autres que de leur simple construction. Dans les premiers, tels que la viole, le clavier, les cloches, la qualité de la matière influe sur la nature du son, parce que c'est des vibrations de cette matière, presque toujours sensibles à la vûe ou au toucher, que dépendent le son & les différens tons qu'on en tire : au lieu que les seconds ne sonnent ou ne rendent tel & tel son, qu'en conséquence de leurs dimensions, des ouvertures, des fentes & des biseaux qu'on y a ménagés, & par le moyen desquels les parties toniques de l'air sont différemment agitées & mises en contraction. Ainsi les métaux les plus mous comme les plus durs, l'ivoire, le bois, le carton même & la cire, y produisent à peu près les mêmes effets ; & ce phénomène, quelque extraordinaire qu'il paroisse, se trouve constaté par l'expérience. C'est que le son que rendent la plupart des instrumens à vent, & sur-tout les flûtes, n'est point dû aux vibrations totales & sensibles de la matière qui les compose. On peut émousser ces vibrations à volonté, les interrompre & les arrêter entièrement par la pression, ou par quelque autre cause que ce soit, sans que le son de l'instrument change sensiblement de force ni de nature. Et s'il y a là dessus quelques distinctions délicates, & quelque choix à faire pour la perfection de ces instrumens, c'est un détail de pratique dans lequel nous n'entrerons point ici. L'organe de la Voix de l'Homme & des quadrupèdes, est au contraire, selon M. Ferrein, un instrument à corde, mais un instrument à corde que le vent fait agir en qualité d'archet.



*V. les Mém.  
de l'Ac. années  
1700. 1701.  
1706. &  
1707.*

M. Dodart, qui est celui de tous les Modernes qui a le plus travaillé sur la Voix humaine, sur ses différens tons, & sur le mécanisme que la Nature y emploie, a admis, ou plutôt n'a pas exclu les frémissemens des parties insensibles des lèvres de la Glotte; mais il paroît par le résumé de tout ce qu'il en a dit, & qui, selon M. Ferrein, diffère peu de ce qu'en avoit déjà dit M. Perrault, qu'il ne les a admises que comme accessoires, & non comme cause principale. Ce sont, selon M. Dodart, les différentes ouvertures dont la Glotte est susceptible, qui constituent cette cause, sçavoir, les grandes ouvertures pour les tons graves, & les petites pour les tons aigus. C'est ainsi du moins que M. de Fontenelle dans ses extraits, & les Auteurs qui sont venus depuis, & qui ont traité la même matière, l'ont entendu. Mais sans nous embarasser davantage de ce qu'on a cru jusqu'ici, voyons ce qu'il convient de croire, & quelles sont les preuves que M. Ferrein apporte de son sentiment.

Comme il n'y a que deux Rubans ou Cordes vocales à la Glotte, & qu'elles y sont sensiblement de la même longueur, il est visible qu'elles ne sçauroient suffire à donner cette multiplicité de tons hauts & bas dont la Voix humaine est capable, à moins qu'elles ne soient prolongées ou accourcies, ou, ce qui reviendra au même, plus ou moins tendues. Mais leur longueur ne peut changer que par voie de distension ou de contraction; donc toute la différence des tons en graves & aigus, sera dûe au plus ou moins de tension des fibres tendineuses de la Glotte, & l'air qui viendra à être poussé des poumons dans la trachée artère, & à frôler contre les bords de la fente étroite qu'elles y forment, ne produira des tons plus ou moins aigus, qu'autant que ces fibres, ou ces cordes qu'il met en vibration, se trouveront plus ou moins tendues, & qu'elles feront par-là des vibrations plus ou moins promptes, indépendamment du plus ou du moins d'ouverture de la Glotte.

Voilà ce qui doit arriver, selon M. Ferrein; mais est-ce là ce qui arrive? Il n'y a pas assurément de meilleure manière

#### § 4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

de le justifier & de réfuter le système de M. Dodart, que de mettre cet effet sous les yeux, en donnant, par exemple, différentes ouvertures à la Glotte avec une même tension des Rubans, ou au contraire différentes tensions avec la même ouverture, ou enfin une plus petite ouverture avec une moindre tension, & au contraire. Dans le premier de ces quatre cas, il faut que le ton demeure le même, quoique l'ouverture change; dans le second, ce doit être le contraire, il faut que le ton change, malgré une ouverture de Glotte constante; & dans le troisième ou le quatrième, il faut que le ton qu'on vient d'entendre avec une tension & une ouverture données, devienne plus aigu par une plus grande tension, malgré une plus grande ouverture, ou au contraire plus grave, malgré une tension & une ouverture plus petites. Or c'est ce que M. Ferrein a éprouvé de mille manières, tant sur l'homme que sur divers animaux, avant que de composer son mémoire, & c'est aussi ce qu'il a fait voir à l'Académie assemblée, & à plusieurs de ses Membres en particulier.

Il prend une trachée artère détachée du cadavre avec son Larynx, il souffle dans la trachée, tenant en même temps les Rubans de la Glotte plus ou moins bandés, & l'on entend la Voix humaine ou animale hauffer & baisser de ton, ou demeurer sur la tenue, dans toutes les circonstances que nous venons d'énoncer.

Ce qui est digne de remarque, & à quoi sans doute l'on ne se seroit pas attendu, en accordant même à M. Ferrein tout ce que suppose son système, c'est que les différentes Voix que donne cette expérience, changent peu de nature, & qu'elles sont encore très-reconnoissables. Le mugissement d'un Taureau, le cri d'un Chien qui souffre, &c. s'y font parfaitement distinguer. Cependant combien y manque-t-il de parties capables de modifier & de caractériser ces Voix? Plus de palais, de dents, ni de lèvres; le Larynx même arraché de la gorge de l'animal, a été pour l'ordinaire très-mutilé, on a retranché dans quelques-uns l'épiglotte, & tous les morceaux de cartilage qui environnent ou qui couvrent la Glotte,

& les Cordes vocales, pour mieux voir le jeu & les vibrations en effet visibles de ces cordes : & malgré tous ces retranchemens la Voix de chaque animal y conserve encore presque tout ce qui la distingue de celle des autres animaux.

Enfin, M. Ferrein a fait voir que les Rubans tendineux qui bornent la Glotte à droite & à gauche, sonnent comme les Cordes sonores, & qu'ils ont les mêmes propriétés qu'elles. Il montre par ses expériences, comment les Cordes vocales peuvent rendre ensemble & séparément différens tons; comment on peut accorder, par exemple, l'octave aigue de l'une, avec l'octave grave de l'autre; comment on peut partager ces cordes suivant leur longueur, & faire sonner leurs parties, leurs moitiés, leurs tiers, &c.

Dans l'animal vivant ce sont ceux des cartilages du Larynx, où les bouts des Cordes vocales sont attachés, qui tirent ou qui relâchent ces cordes. M. Ferrein découvre par l'anatomie de ces parties, les articulations & les muscles qui leur donnent le mouvement nécessaire, & il va même jusqu'à montrer la manière de s'assurer par le tact dans l'Homme vivant, non seulement de la réalité, mais encore des degrés de ce mouvement, & de juger à peu-près de la différence des tons qui en doivent résulter. C'est en tirant ces mêmes cartilages dans les expériences, & en imitant leur jeu naturel, qu'il fait varier les tons des Larynx dont il se sert.

Il annonce en finissant, un nouvel organe qu'il a découvert indépendamment de ce qu'on vient de voir, & qui donne certaines différences particulières de la Voix. Il assure même qu'il y a tel animal qui fait entendre naturellement les deux Voix qui dépendent de ces deux organes, & qui sont à plus d'une octave l'une de l'autre; mais il n'en parlera que dans un autre Mémoire.

Ce qu'on appelle voix fausses dans le chant, vient communément du défaut d'oreille plutôt que d'aucune défec-tuosité dans l'organe de la Voix. Il faut convenir cependant qu'il y a des voix fausses par elles-mêmes, & la théorie que nous venons d'expliquer en rend la cause & la possibilité

très-sensibles. Il suffit pour cela d'un petit manque d'uniformité dans le tissu, la tension, l'élasticité, ou enfin dans les longueurs des deux Cordes vocales, & que la différence qui s'y trouve ne soit pas harmonique, qu'elle soit au contraire de faux accord ou incommensurable.

SUR LES MAUVAIS EFFETS  
DE L'USAGE  
DES CORPS A BALEINE.

V. les M.  
p. 172.

\* V. les Mém.  
de l'Ac. 1740.  
page 59.

**L**E Mémoire que M. Winslow nous a donné cette année sous ce titre, est une suite de ses Réflexions anatomiques sur les infirmités qui arrivent au Corps humain, à l'occasion de certaines attitudes & de certains habillemens \*: source de maux d'autant plus dangereuse, que l'on est communément moins en garde contr'elle, & qu'elle tient à un desir de plaire qui l'emporte souvent sur l'amour même de la santé. Ce qui est certain, & dont on sera convaincu par la lecture du Mémoire de M. Winslow, c'est que les Corps à baleine peuvent causer & causent en effet très-souvent aux femmes & aux jeunes personnes qui en font usage, des incommodités fâcheuses, & des maladies qu'on attribue ordinairement à de tout autres causes, qu'on traite par-là sans succès, & qui deviennent quelquefois incurables.

M. Winslow avoit observé dans plusieurs femmes & filles de condition, que les côtes inférieures se trouvoient plus basses, & les portions cartilagineuses de ces côtes plus courbées que dans les hommes & les enfans, & dans les femmes & filles du bas peuple. Il jugea que cette différence ne pouvoit être mise sur le compte de la Nature, qui ne connoît certainement point de ces distinctions d'état, ni venir d'aucune autre circonstance étrangère, mais seulement de l'usage fréquent & habituel des *Corps forts*, qui sont d'ordinaire extrêmement serrés par embas, & qu'on fait porter ainsi  
aux

aux jeunes personnes pour leur donner ou pour leur conserver ce que selon la mode présente on appelle une belle taille. Les réflexions qu'il fit sur cet usage lui fournirent bien tôt la solution de plusieurs difficultés qu'il s'étoit formées sur la cause de certaines indispositions locales, & de certaines infirmités qu'il avoit remarquées dans les femmes accoutumées à porter des Corps à baleine. Il conçut que les intestins violemment pressés de bas en haut devoient comprimer l'estomac, le foie & la rate, les pousser fortement contre le diaphragme, & non seulement forcer ce muscle à se voûter plus que ne le demande la respiration, mais encore retarder ou empêcher le mouvement des différentes parties nécessaires à la respiration. La respiration gênée par le serrement des côtes inférieures & par la voûte forcée du diaphragme, trouble la circulation du sang dans le cœur & dans les gros vaisseaux qui en dépendent, & d'autant plus que la pression de l'aorte descendante & de la veine cave inférieure, retient en partie le sang dans les gros vaisseaux supérieurs, non seulement dans ceux de la poitrine, mais aussi dans ceux de la tête & du cerveau, & y occasionne une espèce de regorgement, qui, selon les différentes dispositions du Sujet, peut occasionner des palpitations, des polypes, des maladies pulmonaires, des maux de tête, des vertiges, des anévrysmes, & même tôt ou tard l'apoplexie. La compression de l'estomac, du foie & de la rate produira des accidens plus ou moins fâcheux par rapport aux nerfs, aux glandes mésentériques, à la route du chyle, aux reins, à la vessie & aux autres parties contenues dans la capacité du bas ventre. Du genre nerveux offensé naîtront les foiblesses, les suffocations, vulgairement appelées vapeurs, les tremblemens, les dispositions à la paralysie, &c.

Voilà, selon M. Winslow, les accidens plus ou moins fâcheux que les Corps à baleine doivent occasionner par leur partie inférieure & moyenne, selon que l'usage qu'on en fait est plus outré ou plus continu, & cela en tant qu'ils sont plus roides, plus étroits, & qu'ils étranglent, pour ainsi

dire, davantage la partie du corps à laquelle ils sont appliqués. On croiroit après cela que leur partie supérieure étant toujours évasée & plus large, ne sçauroit être nuisible; mais on va voir que M. Winslow y découvre des inconvéniens qui, pour être moins à craindre, ne laissent pas de devoir être évités. Les échancrures des Corps au dessous des bras, & qui répondent à peu-près au creux de l'aisselle, brident violemment deux muscles, sçavoir, le grand pectoral & le grand dorsal, qui forment le creux de l'aisselle, & qui servent aux principaux mouvemens des bras; le tranchant & les bords de ces échancrures serrent aussi les vaisseaux & les nerfs axillaires, de manière que quelques personnes en ont les bras rouges, & souvent tout livides, avec plus ou moins d'engourdissement, & qu'elles ne peuvent les étendre en avant. D'ailleurs les épaulettes, ces bandes qui passent par dessus l'épaule, reculent tellement les moignons des épaules que les extrémités antérieures des clavicules au haut du *sternum*, deviennent quelquefois par-là très-saillantes, & sont comme prêtes à se déboîter, ce qui paroît sur-tout aux personnes maigres. Enfin M. Winslow explique par-là un phénomène qui avoit fort embarrassé le célèbre Riolan; cet auteur qui étoit premier Médecin de la Reine Marie de Médicis, & qui vivoit par conséquent dans un siècle où l'on sçait que les Corps étoient encore plus en usage parmi les femmes du grand monde que dans celui-ci, avoit observé que la plupart de ces femmes avoient l'épaule droite plus grosse & plus charnue que l'épaule gauche; & il ne sçavoit, comme il l'avoue dans un de ses ouvrages d'Anatomie, à quoi attribuer cette différence. Il pensa d'abord que ce pouvoit être l'effet du mouvement du bras droit, qui étant plus fréquent que celui du bras gauche, tirailloit & écartoit l'omoplate de ce côté, & en dilatoit les muscles, en y faisant couler le suc nourricier & les esprits en plus grande abondance. Mais cette cause qui peut agir jusqu'à un certain point, pourquoi ne se manifeste-t-elle pas de même, ou par des effets encore plus marqués dans les femmes du bas peuple & dans les

hommes? Il faut donc nécessairement en venir à quelque circonstance qui soit propre aux sujets dont il s'agit, & c'est ce que M. Winslow trouve dans l'abus des Corps à baleine. Les personnes accoutumées à en porter, ne laissent pas de remuer pour l'ordinaire beaucoup plus le bras droit que le bras gauche; la partie de ces Corps qui se termine au dessous de l'aisselle, & la bande qui passe par dessus l'épaule du bras droit, se doivent donc relâcher peu à peu par le fréquent mouvement de ce bras, & beaucoup plus que du côté gauche; après quoi il n'est pas surprenant que la matière de la nutrition & de l'accroissement y coule & s'y arrête en plus grande abondance que dans l'épaule gauche, où tout est plus contraint & plus resserré. Il n'y a pas d'apparence que cette difformité soit si sensible aujourd'hui. Si elle l'étoit, M. Winslow n'auroit pas sans doute manqué de le dire, & ce n'eût pas été un des moindres motifs dont il auroit pu accompagner ses conseils salutaires.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires

Les Observations de M. Morand sur les Remèdes de M.<sup>lle</sup> Stephens, pour la Pierre.

V. les M.

p. 123.

L'Écrit du même sur des Pierres de Fiel singulières.

p. 261.

M. Morgagni premier Professeur d'Anatomie dans l'Université de Padoue, publia l'année dernière plusieurs ouvrages d'Anatomie, en deux volumes in-4.<sup>o</sup> dont M. Morand a lu un extrait détaillé à l'Académie, & dont voici le titre: *Viri celeberrimi, Antonii Mariae Valsalvæ, opera, hoc est, tractatus de Aure humana, editione hac quarta accuratissime descriptus, tabulisque archetypis exornatus, & dissertationes Anatomicae quæ nunc primum prodeunt, ad colon intestinum, ad arteriam magnam, ad accessorios nervos, ad oculos, ad suffusiones, & ad renum succenturiatorum excretorios ductus attinentes, tabulis itidem illustratæ. Omnia recensuit, & Auctoris vitam, suasque ad tractatum & dissertationes epistolas addidit duodeviginti Joannes*

4.<sup>e</sup> édition du  
Traité de l'O-  
reille, de Valsal-  
va, &c. & di-  
vers ouvrages de  
M. Morgagni.

*Baptista Morgagnus.* La plupart de ces lettres de M. Morgagni sont autant de dissertations sçavantes & curieuses, qui, excepté la huitième, n'avoient point encore paru, & elles remplissent la plus grande partie du premier volume, & tout le second. Cet excellent recueil contient une critique judicieuse de plusieurs Auteurs d'Anatomie qui ont écrit sur les mêmes sujets, sans en excepter le célèbre Valsalva qui avoit été Maître de l'Auteur, des descriptions plus exactes des parties que celles qu'on en avoit, des éclaircissmens qu'on ne trouve point ailleurs, & quantité d'observations sur l'Anatomie comparée. M. Morgagni y cite souvent les Anatomistes de l'Académie des Sciences, dont il fait partie depuis l'année 1731, en qualité d'Associé Etranger. On trouvera ici plusieurs découvertes de M.<sup>rs</sup> Duvernay, Méry, Littre, Winslow, Petit Chirurgien, Petit Médecin, Morand & Hunauld, indiquées ou rapportées en preuve, avec l'éloge qu'elles méritent.

## DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

### I.

#### *Sur la Structure cellulaire du Corps vitré.*

**M.** Demours, dont nous avons parlé dans un des articles de l'Histoire Naturelle, & qui est connu par son sçavoir & son habileté dans le traitement des maladies des Yeux, est venu lire cette année à l'Académie, trois Mémoires sur l'anatomie de l'Œil.

Dans le premier de ces Mémoires il démontre anatomiquement la structure cellulaire du Corps vitré. Il prouve dans le second, que la Cornée transparente n'est point une continuation de la Sclérotique, comme on l'a cru jusqu'à présent. Le troisième contient plusieurs expériences d'où il



suit que les cellules du Corps vitré communiquent les unes avec les autres.

Nous allons rendre compte de ces trois Mémoires, & sans nous attacher à l'ordre dans lequel ils ont été lûs à l'Académie, nous parlerons du troisième à la suite du premier, comme ne faisant qu'une continuation du même sujet.

L'organe de la Vûe sur lequel les Anatomistes, les Philosophes & les Physiciens semblent s'être exercés à l'envi, & qui en effet n'est pas moins nécessaire pour l'instruction, la conduite & l'ornement de l'esprit de l'Homme, que pour la conservation de son corps, fournit encore & fournira sans doute long-temps une ample matière à nos recherches & à nos découvertes. Entre les parties qui composent cet organe, on sçait qu'il y a trois *Humeurs* ou substances renfermées dans le globe de l'œil; l'antérieure ou la première est l'humeur aqueuse; la seconde, improprement appelée humeur, puisqu'elle est plutôt solide que fluide, est la Cristalline, ou simplement le Cristallin, espèce de lentille ou de loupe; & la troisième qui tient un milieu entre la solidité & la fluidité, est l'Humeur vitrée. Ce qu'elles ont de commun est de laisser par leur transparence un libre passage à la lumière, & par leur configuration d'en réunir les rayons sur la Rétine & sur la Choroidé qui tapissent le fond de l'œil, & qui constituent l'organe immédiat de la vision.

L'Humeur vitrée ou le Corps vitré, qui fait l'objet du Mémoire de M. Demours, remplit beaucoup plus des trois quarts de la capacité du globe de l'œil, & consiste selon plusieurs Modernes, en un amas de cellules formées par la membrane *Hyaloidé* ou Tunique vitrée, & pleines d'une liqueur semblable à l'humeur aqueuse; d'autres prétendent que c'est un tissu de vaisseaux de différens genres. Quoi qu'il en soit, c'est un assemblage de petites membranes ou de petits vaisseaux, & d'une liqueur qui les remplit, ou qui en occupe les interstices; qui donne à l'Humeur vitrée plus de consistance que n'en a l'humeur aqueuse, & qui la rend moins coulante. M. Demours examine tous les différens

sentimens qu'on a eus là-dessus avant que de nous exposer le sien.

Riolan est le premier qui ait dit que la tunique hyaloïde jettoit dans toute la substance de la masse vitrée quantité d'*alongemens*, desquels dépendoit l'espèce de solidité qu'on appercevoit à cette humeur, & que ces alongemens que M. Winslow appelle *cellulaires*, & qu'il dit être une continuation de la lame interne de la Tunique vitrée, étant rompus, l'Humeur vitrée proprement dite se montroit avec toute sa fluidité, & paroïsoit semblable à l'Humeur aqueuse.

Hovius prétend au contraire, & M. Boerhaave semble être de ce sentiment, que le Corps vitré est formé d'un amas de vaisseaux de différent genre renfermés dans la membrane hyaloïde, & dont l'arrangement est, dit-il, merveilleux. Il assure avoir fait cette découverte à la faveur d'une nouvelle injection préparée chymiquement : mais Hovius ne dit point ni en quoi consiste cette injection ; ni de quelle manière il s'y est pris pour en remplir les vaisseaux du Corps vitré.

Le premier de ces deux sentimens opposés n'est qu'une conjecture dont personne n'a donné jusqu'ici aucune preuve suffisante, & cette conjecture seroit même détruite par la prétendue découverte d'Hovius, si cet Auteur méritoit assez de confiance. Le second est une pure imagination : Hovius a beau dire dans son *Traité De circulari Humorū motu in Oculis*, qu'il y a vû par le secours de son injection chymique, que le Corps vitré étoit un amas de nerfs extrêmement transparens, & de vaisseaux nevro-lymphatiques qui entrent par un côté & sortent par l'autre, sans presque souffrir de division ; on ne l'en a pas cru sur sa parole, non plus que Waldschmidt Médecin Allemand, qui avance avec plus de raison, que ce Corps est un composé de cellules parallèles épipèdes. M. Morgagni dont l'autorité seroit bien d'un autre poids, a dit aussi qu'il étoit vrai-semblable que l'Humeur vitrée fût contenue dans la membrane hyaloïde, à peu près de la même manière que le suc du raisin est contenu

dans un grain de ce fruit ; mais ce sçavant Anatomiste avoue en même temps que ce n'est que par conjecture qu'on parle des cellules du Corps vitré, & qu'il ne connoît personne qui les ait démontrées. Or conjecturer ou soupçonner, même lorsqu'on rencontre la vérité, n'est pas démontrer ni découvrir, quoique ce soit toujours une chose louable & infiniment propre à faire naître des découvertes.

M. Winslow dit en parlant du Corps vitré, qu'on en découvre la structure cellulaire en le mettant tremper dans une liqueur *aigrette* & légèrement coagulante ; mais il ne spécifie pas quelle est cette liqueur. Il l'indiquera sans doute dans l'ouvrage qu'il doit publier sur les dissections & les préparations anatomiques. En attendant, M. Demours a fait tremper des Corps vitrés dans des liqueurs aigries par tous les acides minéraux ; & il n'a pas trouvé que ce moyen fût suffisant pour pénétrer dans la structure de ces Corps. Tout ce qu'il a remarqué, c'est que lorsqu'on les plonge dans une liqueur acide, ils y perdent un peu de leur transparence & deviennent plus fermes. Or ce changement n'indique pas plus des cellules que des vaisseaux, ou toute autre construction. La même chose arrive au Cristallin & à la Cornée lorsqu'on les fait tremper dans des liqueurs acides, & l'on sçait cependant que la structure de ces parties n'est pas cellulaire.

M. Morgagni après avoir examiné des Corps vitrés qui avoient trempé dans de l'eau rendue acide par le mélange du jus de citron, à dessein de découvrir la structure intérieure de ces Corps, n'a pas été plus heureux, & il n'ose même assurer qu'il ait vû aucune portion de la membrane hyaloïde.

Enfin l'Auteur des Essais Anatomiques imprimés depuis peu, dit en parlant du Cristallin, *quelques recherches qu'on ait faites sur sa structure, on peut dire qu'elle n'est pas mieux développée que celle du Corps vitré.*

Il y a cependant un moyen bien facile de s'assurer de la structure de cette partie ; mais ce qui est simple & facile ne se présente pas toujours le premier, & il n'est pas éton-

nant qu'un tel moyen fût réservé aux recherches d'un Anatomiste qui a tant d'intérêt à connoître l'organe de la Vûe. Il ne s'agit, dit M. Demours, que de faire geler un œil : lorsqu'on ouvrira en deux cette partie ainsi préparée, on trouvera l'Humeur vitrée gelée par petits glaçons qu'on séparera facilement les uns des autres. Si l'on présente la pointe d'une aiguille à cataracte ou de tout autre instrument, à la surface des glaçons, on soulevera des portions d'une membrane extrêmement transparente, & plus forte qu'on n'auroit osé le croire.

Voilà déjà une manière bien simple de démontrer anatomiquement les *productions* ou extensions de la membrane hyaloïde & la structure cellulaire du Corps vitré. Mais M. Demours n'en est pas resté là. Il a examiné avec soin la forme & la disposition des glaçons de l'Humeur vitrée, pour avoir une juste idée de la forme & de la disposition des cellules qui les contiennent ; connoissance, dit-il, très-utile pour fixer le diagnostic de certaines maladies des yeux, & sur lesquelles on ne trouve rien dans les Auteurs ; car il ne perd pas de vûe le motif principal de ses recherches.

Il a observé 1.° Que les glaçons qui sont situés vers la surface du Corps vitré, sont les plus gros de tous, & que les autres diminuent de grosseur à mesure qu'ils s'en éloignent. 2.° Que les plus gros de ces glaçons sont aplatis plus longs que larges, assez régulièrement disposés en manière de rayons autour du centre de la partie postérieure du Cristallin, & plus épais par leur extrémité extérieure que par celle qui est tournée vers le Cristallin. 3.° Que les glaçons qui sont situés à la partie antérieure du Corps vitré, sont les moins gros de tous, & paroissent sous la forme de petits polyèdres, ou solides taillés à plusieurs faces, dont la figure n'est point régulière, non plus que celle de tous les autres.

C'est d'abord sur des yeux de Bœuf & de Mouton que M. Demours fit cette observation en 1734, & il la répéta quelques jours après sur des yeux Humains. Toute la différence qu'il remarqua dans ces derniers, c'est que les glaçons qui

qui étoient situés vers la partie antérieure de l'Humeur vitrée, étoient à proportion beaucoup plus petits que dans l'œil de Bœuf, & qu'ils n'excédoient pas la tête d'une très-petite épingle : il apperçut aussi une grande quantité de bulles d'air d'inégale grosseur, répandues parmi les glaçons. Ces bulles d'air peuvent servir à démontrer bien facilement les productions cellulaires de la lame interne de la Tunique vitrée. Il n'y a pour cela qu'à comprimer la membrane qui retient l'air, ou l'ouvrir avec la pointe d'une aiguille à cataracte.

Pour bien observer toutes ces choses il faut avant que d'ouvrir un œil gelé, le tenir pendant une demi-heure ou une heure dans un air tempéré, ou ne le disséquer que lorsque le dégel commence ; si l'on vouloit l'ouvrir pendant qu'il est fortement gelé, on auroit plus de peine à observer la forme des glaçons de l'Humeur vitrée, parce que la pression de ces glaçons les uns contre les autres étant alors très-grande, ils ne se séparent pas si facilement.

M. Demours finit ce premier Mémoire par un aveu fort ordinaire aux vrais Sçavans, c'est qu'il y auroit encore bien des connoissances à désirer pour perfectionner sa découverte, & qu'il ignore si les cellules du Corps vitré communiquent ou ne communiquent pas entr'elles ; mais nous allons voir que de nouvelles recherches le mirent bien tôt en état de s'éclaircir sur cet article qui fait le sujet de son troisième Mémoire.

On sçait que le Corps vitré tiré de ses enveloppes laisse échapper la liqueur qu'il contient, la même chose arrive lorsqu'on l'écrase entre les doigts ; mais la première de ces expériences est équivoque, puisqu'on peut soupçonner que dans ce cas le Corps vitré ne laisse échapper la liqueur que parce qu'en le tirant hors du globe de l'œil, on en a déchiré la membrane ; & si la seconde avoit lieu, on en pourroit aussi conclurre que les grains d'une grappe de raisin qu'on auroit écrasé entre ses mains, & dont on auroit exprimé la liqueur, communiquoient entr'eux.

M. Demours ayant regardé sans dessein quelques Corps.

*Hist.* 1741.

I

vitrés qui lui restoient dans un vase, avant que de les jeter comme inutiles, fut surpris de la mollesse d'un de ces corps qu'il avoit mis dans une liqueur acide. Il se rappella qu'il l'avoit tiré la veille d'un œil de Bœuf sans en détacher le cristallin, & qu'après en avoir ouvert superficiellement la tunique, il avoit poussé de l'air dans cette ouverture par le moyen d'un tuyau à souffler, pour tâcher de soulever quelque portion de la lame externe de la membrane hyaloïde, ce qui lui avoit réussi quelquefois. Ce Corps vitré lui parut beaucoup plus mou que ne doivent l'être ceux qu'on met tremper dans une liqueur acide sans en ouvrir la tunique, c'en étoit assez pour faire soupçonner que ce qui s'en étoit perdu, pouvoit s'être échappé par l'ouverture faite à la membrane hyaloïde, & pour supposer la communication des cellules du Corps vitré; mais ce n'étoit encore là qu'une conjecture, & quoiqu'elle ne fût pas sans fondement, elle ne suffisoit pas pour prouver cette communication des cellules entr'elles. Il falloit de nouvelles expériences qui ne laissassent là-dessus aucun doute. M. Demours en a donc fait un grand nombre, parmi lesquelles nous choisirons celles qui paroissent les plus décisives. Il répéta d'abord celle dont nous venons de parler, & qui a donné lieu à toutes les autres.

Pour cet effet il tira avec beaucoup de précaution le Corps vitré d'un œil de Bœuf sans en détacher le cristallin, & il le mit dans une liqueur acide après avoir ouvert superficiellement la Tunique vitrée; au bout de 24 heures de macération il le trouva considérablement plus mou. En supposant que la membrane ne fût ouverte que dans un endroit, il étoit naturel de conclure de la mollesse de ce corps, qu'il avoit non seulement perdu une partie de l'humeur contenue dans ses cellules, mais encore que ce qui s'en étoit échappé, étoit sorti par l'ouverture faite à sa tunique, ce qui suppose nécessairement une communication des cellules du Corps vitré entr'elles.

Il ne manquoit à ce raisonnement que d'être confirmé par des expériences dans lesquelles on ne pût pas soupçonner

que le Corps vitré fût ouvert en plus d'un endroit ; celle qui suit est de nature à ne laisser là-dessus aucun sujet de doute. M. Demours a tiré d'un œil de Bœuf très-frais, le Corps vitré enveloppé de la Rétine & de la Choroïde sans en détacher le Cristallin, & ayant ouvert dans un seul endroit toutes les membranes, c'est-à-dire, la Choroïde, la Rétine & la Tunique vitrée, il a mis cette masse dans de l'eau rendue acide par le moyen de quelques gouttes d'huile de Vitriol ; après 24 heures de macération il a trouvé cette masse diminuée d'environ un sixième de son poids, d'où il conclut que ce qui s'étoit échappé de la liqueur contenue dans ses cellules, étoit sorti par l'ouverture faite à sa tunique. Mais comme les cellules qui répondoient à l'endroit qui avoit été ouvert, ne pouvoient pas contenir cette quantité de liqueur, il s'ensuit que les cellules voisines de celles qui avoient été ouvertes, s'étoient aussi vidées, ce qui suppose nécessairement une communication entr'elles.

Il restoit encore une expérience à faire, c'étoit de voir si le Corps vitré contenu dans ses enveloppes, & mis dans l'eau commune sans en ouvrir la Tunique, diminueroit de poids, & l'expérience a fait voir que le poids de ce corps demouroit le même.

Dans toutes les expériences que nous venons de rapporter, l'Auteur a toujours préféré des yeux d'animaux aux yeux humains ; car ces derniers sont ordinairement trop flétris lorsqu'ils parviennent entre les mains des Anatomistes, & ils sont par-là peu propres à des expériences où il faut que le Corps vitré n'ait rien, ou presque rien perdu de son poids.

Nous passons, pour abréger, plusieurs observations accessoires qui n'ont aucun rapport à la communication des cellules du Corps vitré entr'elles ; mais il y en a une qui mérite quelque attention.

L'on sçait que le Corps vitré plongé dans une liqueur acide y perd quelque chose de sa transparence. M. Demours a toujours remarqué que l'opacité qui survenoit à ce Corps étoit plus grande à la partie antérieure, & sur-tout vers le

68 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
centre du chaton qui reçoit le Cristallin, que dans tout le  
reste de la masse.

Pour rendre raison de ce fait particulier, il faut se rappeler ce que nous avons dit ci-dessus dans l'extrait du premier Mémoire, sçavoir, que les cellules du Corps vitré sont beaucoup plus petites vers la partie antérieure de la Masse vitrée, & sur-tout aux environs du chaton, que par-tout ailleurs. Cela posé il n'est pas difficile de comprendre pourquoi, quand on plonge le Corps vitré dans une liqueur propre à lui faire perdre sa transparence, l'opacité qui lui survient, est toujours plus grande vers la partie antérieure de ce Corps. Les cellules y étant beaucoup plus petites, les portions membraneuses qui forment ces cellules y sont en plus grand nombre, & comme c'est la Tunique vitrée qui perd sa transparence par l'action de la liqueur acide, l'endroit où cette membrane est plus multipliée & où elle présente plus de surfaces, doit réfléchir une plus grande quantité de rayons de lumière, & paroître par conséquent plus opaque.

## I I.

### *Observations sur la Cornée.*

Voici maintenant un précis du second Mémoire de M. Demours sur la structure de l'Œil.

Les Anatomistes donnent le nom général de Cornée ou de Sclérotique, à cette membrane dure & épaisse qui forme la coque de l'œil, & qui sert d'enveloppe commune à toutes les parties qui concourent à la formation de cet organe; mais ils la distinguent en deux portions inégales, l'une desquelles, & qui est la plus petite de beaucoup, ils nomment Cornée transparente. C'est l'antérieure, & celle à travers laquelle on voit la Prunelle & l'Iris. Ils appellent l'autre Cornée opaque, & ils s'accordent tous à regarder la Cornée transparente comme une continuation de celle-ci. Cependant pour plus de brièveté & de clarté, nous ne qualifierons du nom de Cornée que la première, sçavoir, la Cornée



transparente, & nous réserverons celui de Sclérotique pour la seconde.

Frappé des différences sensibles qu'on apperçoit entre ces deux membranes, M. Demours s'est toujours délié du sentiment généralement reçu sur ce sujet; & il penche à croire que M. Winslow a eu le même doute, lorsqu'il s'est exprimé ainsi dans son Exposition Anatomique, *La Cornée transparente paroît être une continuation de la Sclérotique ou Cornée opaque, quoique d'un tissu différent.*

La Cornée en effet est aussi diaphane que le cristal le plus pur, & ne reçoit que des Vaisseaux lymphatiques: la Sclérotique au contraire est opaque & parsemée de Vaisseaux sanguins.

La Cornée peut se diviser en plusieurs lames, il n'en est pas de même de la Sclérotique; & ce qui fait encore une différence considérable, la première se gonfle beaucoup & promptement par la macération, ce qui n'arrive point à la seconde.

La Cornée dans l'Homme & dans la plupart des animaux est un segment de sphère ou approchant, dont le diamètre est plus petit que le diamètre de la Sclérotique.

Dans les Oiseaux la Sclérotique est formée par l'assemblage de plusieurs lames osseuses, longues, étroites, disposées selon la direction de l'axe du globe, & artistement ajustées les unes à côté des autres: elle est cartilagineuse dans les gros Poissons; la Cornée au contraire est membraneuse, & ne sçauroit être une continuation de ces lames osseuses ou de ce dur cartilage.

Enfin on peut ajouter à tous ces différens caractères, que si la Cornée n'étoit que la Sclérotique même devenue transparente à la partie antérieure du globe de l'œil, l'endroit qui en sépare la partie opaque de la partie diaphane souffrirait plus de variation qu'on n'en observe entre ces membranes; c'est-à-dire, que la Cornée n'auroit pas aussi constamment à peu de chose près le même diamètre dans tous les Sujets de même espèce. D'ailleurs quelle seroit la cause mécha-

nique qui rendroit toujours aussi transparente que le cristal une portion régulière & déterminée de la Sclérotique, qui est une membrane opaque?

Ces raisons ont toujours fait douter M. Demours que ces deux parties fussent une continuation l'une de l'autre, & diverses expériences qu'il a faites, l'ont enfin convaincu que la Cornée & la Sclérotique sont deux membranes distinctes, mais fortement unies ensemble par un tissu fibreux très-fin & très-serré.

Il a fait macérer pendant long temps des yeux d'Hommes & de différens Animaux dans l'eau commune, où il les a laissés jusqu'à ce qu'ils commençassent à se corrompre; & les ayant ensuite suspendus à un fil, il les a plongés pendant un demi-quart d'heure dans l'eau bouillante. Par le moyen de cette préparation, il a séparé sans peine & avec le manche du scalpel, la Cornée d'avec la Sclérotique; & il a aperçu le tissu fibreux qui unit ces deux membranes. Il a remarqué aussi que le biseau que forme la Sclérotique à l'endroit où elle s'unit à la Cornée, se trouve après cette préparation creusé en gouttière. Le racornissement survenu à cette membrane par la chaleur de l'eau bouillante, produit cette différence.

Du reste M. Demours remarque fort bien que la Cornée ne représente point à la rigueur un segment de sphère, comme on le dit communément, mais qu'elle fait portion d'un sphéroïde un peu alongé, ce qui est, dit-il, une suite nécessaire de la disposition des muscles droits qui compriment l'œil selon la direction de son axe, & qui le tirent en même-temps vers le fond de l'orbite, conformément aux observations & au sentiment de feu M. Petit Médecin, qui avoit beaucoup travaillé sur la figure & sur les dimensions des parties de l'œil. Le sçavant P. Scheiner a connu il y a plus d'un siècle, que la Cornée n'étoit pas sphérique; mais il la compare au sommet d'un sphéroïde parabolique ou hyperbolique.

M. Demours ajoute encore ici ses réflexions sur les

lumières qu'on peut tirer de tous ces faits pour le traitement des maladies des Yeux, mais c'est un détail qu'il ne fait que toucher succinctement, en attendant que les exemples lui en apprennent davantage.

### III.

#### *Sur les Noyés.*

Depuis que Becker, & après lui M.<sup>rs</sup> Littre\* & Senac\*\* ont fait voir que ce n'est point à force d'avaler de l'eau que les Noyés périssent, il n'est plus question que de sçavoir comment ils sont suffoqués. Becker veut que ce soit par la rarefaction de l'air dans le Poumon ; M. Littre par le défaut d'air seulement, ne comptant pour rien le peu d'eau écumeuse qu'on y trouve, puisque selon lui les Pulmoniques, les Asthmiques & les Hydropiques ont le poumon bien plus embarrassé qu'il ne peut l'être par cette petite quantité de liqueur, & ne laissent pas de vivre. M. Senac croit aussi que c'est par le défaut d'air & de respiration que les Noyés meurent ; mais il conçoit en même temps que la trachée artère qui ne peut recevoir que de l'air, s'irrite à l'approche de l'eau, entre en convulsion, & cause à l'animal qui se noie des ruptures de vaisseaux pulmonaires, comme on voit qu'il arrive aux Patiens qui meurent de la question telle qu'on la donne à Paris.

\* V. l'Hist. de 1719. p. 26.

\*\* V. l'Hist. de 1725. p. 12.

Le fait une fois constaté que les Noyés ne périssent point par l'eau qu'ils avalent, mais par la suffocation, il seroit également curieux & utile de sçavoir en combien de temps un Homme qui se noie, peut perdre la vie.

C'est sur quoi M. Petit Bachelier en Médecine, fils de M. Petit Médecin dont on trouvera l'Eloge à la fin de cette Histoire, est venu lire ses expériences & un Mémoire à l'Académie. Il a retenu sous l'eau des Animaux de différente espèce, & même des Insectes à l'imitation de M. de Réaumur, & il en a trouvé de ces derniers, tels que les Hanneçons, qui sont revenus après une pareille épreuve de 40 à 50 heures.

Il n'en est pas de même à beaucoup près des Oiseaux & des Quadrupèdes. Les Poules, les Poulets, les Pigeons, les Moineaux mis en épreuve, y perdent la vie en moins de 3 ou 4 minutes. Les Canards y ont vécu jusqu'à 8 ou 10 minutes, & même jusqu'à un quart d'heure, ce qui n'est pas difficile à comprendre, quand on sçait que leur trachée artère à l'endroit où elle se divise en bronches, devient osseuse, & y forme une poche remplie d'air. Les Quadrupèdes tels que les Chiens & les Chats ont expiré en deux minutes, ou tout au plus tard en  $2\frac{1}{2}$ .

De ces expériences répétées & faites avec soin, & de la conformité qu'il y a des parties de la respiration dans l'Homme & dans les Quadrupèdes, M. Petit se croit en droit de soupçonner qu'à la rigueur l'Homme ne vivroit pas plus long-temps sous l'eau que les Animaux dont nous venons de parler, s'il y étoit retenu de la même manière. Mais s'enfuit-il de-là qu'il soit inutile de secourir les Noyés, de les retirer de l'eau lorsqu'ils y ont été plusieurs minutes ou même plusieurs heures? C'est ce que M. Petit n'a garde de conclurre, & voici les raisons qu'il en donne.

1.<sup>o</sup> Les Hommes qui se noient se donnent toujours machinalement des mouvemens qui les font revenir à la surface de l'eau, où ils respirent par reprises, & où ils se remettent pour des instans à peu près dans l'état naturel. M. Petit a imité ces respirations momentanées, & en a fait l'essai sur des Chiens qu'il retenoit sous l'eau pendant une minute, & qu'il laissoit alternativement revenir au dessus & s'y débattre. Il en a trouvé qui vivoient encore fort bien après 10 à 12 minutes qu'ils avoient été ainsi plongés & replongés.

2.<sup>o</sup> On sçait que les Plongeurs employés à la pêche des Perles, restent quelquefois jusqu'à 15 minutes & plus au fond de la mer sans perdre la vie, & que c'est vrai-semblablement parce qu'ils font avant que de plonger une grande inspiration, & qu'ils retiennent ensuite cet air aussi long-temps qu'il leur est possible; ce qui leur facilite le passage du sang du ventricule droit au ventricule gauche du cœur,

en quoi

en quoi consiste principalement la mécanique de la respiration. Or ne peut-il pas se faire que les Noyés en revenant à la surface de l'eau, & en retenant ainsi de l'air dans leur poitrine, la dilatent par ce moyen, & y facilitent de même la circulation du sang?

3.<sup>o</sup> Enfin il y a des adultes dans lesquels le trou ovale ou botal, qui supplée à la respiration dans le fœtus, & le canal de communication sont encore ouverts. On lit dans l'Histoire de l'Académie de 1700 & 1701, que M. Littre avoit trouvé le trou ovale ouvert dans deux Sujets, dont l'un étoit âgé de 20 à 22 ans, & l'autre de 40. En 1724 M. Petit Médecin fit voir à l'Académie le cœur d'un Homme âgé de 40 à 45 ans, qui avoit de même le trou ovale & le canal artériel ouverts. C'est apparemment le cas où se trouvoit ce Sicilien nommé Colas, qui au rapport de Cardan, pouvoit rester trois ou quatre heures sous l'eau, le même que Jovien Pontanus avoit célébré avant lui dans son Poëme intitulé *Uranie*.

Ces remarques font autant de motifs de secourir promptement les Noyés. Des faits tout récents & qu'on ne peut révoquer en doute, nous apprennent qu'on en a sauvé plusieurs qui avoient été des heures entières dans l'eau. Eh que ne doit-on point tenter en leur faveur après la fameuse Thèse de M. Winslow sur l'incertitude des signes de la mort ! Aussi M. Petit n'a-t-il pas oublié d'ajouter dans son Mémoire tout ce que la Médecine pouvoit pratiquer de plus efficace sur les vrais ou prétendus cadavres des Noyés, pour les rappeler à la vie. Mais nous nous dispenserons de rapporter ici ces préceptes, parce qu'ils sont à peu-près les mêmes que ceux que l'Académie fit imprimer sur ce sujet l'année dernière 1740, dans un avis particulier que M. le Comte de Maurepas Ministre de la Marine, M. d'Argenson Intendant de Paris, & M. de Marville Lieutenant de Police, firent répandre dans tous les lieux de leurs districts. Ce même avis sera mis encore à la suite d'une traduction françoise de la Thèse de M. Winslow, accompagnée de sçavantes

## I V.

*Histoire d'une maladie singulière de la Matrice.*

On a vû plusieurs fois se détacher des escarres du Vagin & de la Matrice, par des maladies & des accidens survenus à ces parties, sans que la malade en mourût; mais il n'y a point d'exemple d'une séparation totale de la Matrice, à laquelle le Sujet ait pu survivre. Cependant M. Vacher Correspondant de l'Académie, Chirurgien-major des armées du Roi & des Hôpitaux de Besançon, nous a rapporté un fait d'après lequel, & à la suite de divers accidens que nous supprimons, il pense que ce Viscère est entièrement tombé par le Vagin, sans que la malade en soit morte, ni même qu'elle ait cessé de jouir d'une parfaite santé.

Ce sera peut-être un moyen de tirer de M. Vacher des éclaircissémens utiles sur ce sujet, que d'ajouter ici quelques difficultés qui m'ont été communiquées sur sa relation par un sçavant Anatomiste de la Compagnie.

Quoique cette partie que rendit la malade & qu'on crut être la Matrice, fût fort épaisse, il ne semble pas cependant qu'elle le fût assez pour cela, ni que ce fût autre chose qu'une simple exfoliation de ce viscère. Les raisons que notre Anatomiste allègue pour en douter, sont 1.° Qu'une Matrice malade pouvoit avoir considérablement augmenté de volume. 2.° Que la portion du Vagin qui tenoit à la partie de la Matrice que M. Vacher nous fit voir, & qu'il avoue n'être qu'une exfoliation du Vagin, étoit d'une plus grande épaisseur que tout le Vagin en état de santé, & que par proportion la partie de la Matrice qu'il prit pour la Matrice entière, n'en seroit pas peut-être la moitié ou le quart. 3.° Que l'extérieur de cette portion n'avoit point l'apparence d'une membrane; apparence qu'elle auroit eue si tout le corps de la Matrice étoit tombé. 4.° Que le corps de la Matrice ne se seroit point

détaché sans avoir emporté avec lui quelques portions des trompes, des ligamens, &c. dont on n'a pourtant pas vû de vestige. 5.° Si tout le corps de la Matrice étoit tombé, il seroit difficile que quelqu'intestin n'eût pas profité de l'ouverture qui se seroit faite alors dans la cavité du bas ventre, pour venir se loger dans le Vagin, ou pour sortir même au delà. 6.° Que l'exfoliation qui est arrivée au Vagin, nous indique qu'il en a pu arriver une pareille dans le corps de la Matrice; & enfin que ce n'est que la partie interne de ce viscère qui s'est détachée par la pourriture gangréneuse qui l'a attaquée ainsi que le Vagin.

Quoi qu'il en soit, l'observation de M. Vacher nous présente un fait très-singulier, & qui confirme parfaitement ce qu'on a vû dans quelques autres occasions, que des parties où la moindre blessure est presque toujours mortelle, & où l'Art ne sçauroit porter son secours, peuvent quelquefois se trouver percées d'outre en outre, déchirées ou entièrement détruites, sans que le Sujet en perde la vie, lorsque la Nature a eu le temps d'y ménager elle-même ses ressources.

## V.

*Cure extraordinaire d'une Paralyse.*

M. Gros Médecin de la ville d'Arles, nous a fait part de la guérison d'un Paralytique, très-prompte & très-parfaite, qu'il a opérée dans cette ville, en faisant frapper à diverses reprises & pendant quelques jours les parties affectées du malade, avec des Orties piquantes.

Sans prétendre rien ôter à la sagacité que M. Gros a marquée dans cette rencontre, nous observerons que la flagellation des Orties, quoique peu connue, & dont nous ne sçavons pas que d'autres Médecins modernes aient fait usage, n'a pas été ignorée des Anciens. Celse la conseille pour la guérison de la même maladie\*, & recommande aussi l'appli-  
 \* *Lib. 3. c. 274*

cation de la Moutarde sur la partie paralytique. C'est ce qu'ils appelloient *Urticatio*, *Sinapismus*, ou en général *Phoenignus*,

» *Ordo & method. Medicin. specialis, &c.*  
p. 438.

nom qu'ils donnoient à tous les remèdes qui irritent la peau jusqu'à la rougeur, pour rappeler le sang & les esprits à l'habitude du corps. On peut voir ce qu'en a dit Rolfincius\* sçavant Médecin Allemand qui vivoit vers le milieu du siècle passé.

## V I.

*Relâchement des Muscles des Bras & de la Tête.*

M. Martin Docteur & Professeur de Médecine à Lausanne, Correspondant de l'Académie, a mandé à M. de Réaumur, qu'un jeune garçon de 10 ans, après une chute dont il ne restoit aucune marque extérieure, a les bras, les mains, & certains muscles de la tête sans action, de manière que la tête lui tombe tantôt sur le dos, & tantôt sur la poitrine. Cependant par un jeu habituel du dos, il la place droite & en équilibre; mais elle retombe lorsqu'il penche le tronc par mégarde. Du reste le jeune garçon se porte bien, & la sensation dans ces parties flasques lui est restée comme à l'ordinaire.

## V I I.

*Conformations singulières.*

M. Morgagni a envoyé à M. Morand plusieurs observations anatomiques sur des conformations singulières de parties, telles que des Uretères doubles à un des Reins, deux Reins unis ensemble de façon à n'en faire qu'un, treize Côtes de chaque côté, la treizième formant plutôt un bout de côte entière; & M. Morgagni bien informé que l'Académie avoit déjà rapporté des faits pareils, présentés par M.<sup>rs</sup> Morand & Hunauld, cite les siens seulement comme des exemples à joindre à ceux qui étoient déjà connus. Mais il y ajoute des choses plus rares, sçavoir, 1.<sup>o</sup> Six Vertèbres lombaires dans un Sujet qui avoit 26 Côtes, dont la première soutenoit les petites Côtes surnuméraires, & la dernière étoit continue à la première de l'Os *sacrum*. 2.<sup>o</sup> Il a trouvé dans un



autre Sujet la Veine iliaque droite revenant à son origine, après avoir fait quelque chemin au dessous du tronc de la veine cave, & formant une espèce d'Isle. 3.<sup>o</sup> Dans une Femme de 39 ans morte d'une Hernië, quatre Valvules au lieu de trois, à l'orifice de l'artère pulmonaire. Ces Valvules étoient semblables à celles qui se trouvent dans l'état naturel, excepté qu'il y en avoit une fort grande & trois plus petites. C'est une chose digne de remarque que tant de singularités ayent été fournies par quatre Cadavres, de cinq que M. Morgagni avoit disséqués en quarante jours dans l'hiver de 1740.





## C H Y M I E.

## MOYENS DE CONGELER L'ESPRIT DE VIN,

*Et de donner aux Huiles grasses quelques-uns des caractères d'une Huile essentielle.*

V. les M.  
p. 11.

LE fameux Remède Anglois pour la Pierre, donné au public par M.<sup>lle</sup> Stephens, a produit plusieurs Mémoires dans l'Académie, soit pour en constater & en discuter les effets, soit pour en établir & en examiner la composition. M. Morand qui pratique depuis long temps la Taille avec succès, & qui donna en 1728 un Traité sur celle qu'on nomme du *Haut-appareil*, n'en a pas été moins porté à saisir le moyen d'épargner aux Malades une si dangereuse opération. Il nous a lu des dénombremens raisonnés & bien circonstanciés des effets merveilleux que le Remède de M.<sup>lle</sup> Stephens a déjà opérés en Angleterre & en France, & il prépare là dessus un plus grand ouvrage à mesure que les faits & les observations s'accroissent. On sent de quel poids doit être en pareille occasion le suffrage d'un habile Lithotomiste. M. Geoffroy qui travaille aussi sur ce Remède, & conjointement avec M. Morand, mais qui l'envisage plus particulièrement du côté de la Pharmacie & de la Chymie, nous en donna il y a deux ans \* l'analyse par décomposition & récomposition ; & il a tâché non seulement de le rendre plus sûr & plus simple, mais encore moins dégoûtant. Le principal agent de ce Remède, parmi les différens ingrédients qui le composent, est le Savon d'Alicante, qui n'est, comme on sçait, autre chose qu'une espèce d'Amalgame durci d'huile d'Olive & du sel alkali de la Soude. Ces deux substances & la plupart de celles qui leur sont analogues, les

\* V. les M.  
de 1739.  
p. 275. &  
441.

Huiles grasses & essentielles, & différentes sortes de Sels soumis aux opérations Chymiques, modifiés & combinés de mille façons différentes, & selon toutes les finesse de l'Art, font encore le sujet du Mémoire que nous indiquons ici, & qui indépendamment du Remède, contient plusieurs observations Physiques très-curieuses.

---

## THEORIE CHYMIQUE DE LA TEINTURE DES ETOFFES.

**L**A Théorie des Teintures n'est pas moins intéressante V. les M.  
pour la Physique, & sur-tout pour la Chymie, que pour P. 38.  
le Commerce. M. Hellot qui avoit déjà commencé il y a un an de traiter cette matière en Chymiste Physicien, & en homme instruit des pratiques de l'Art, & de l'importance de cet Art pour le commerce du Royaume, a continué cette année de nous donner ses réflexions & ses expériences sur ce vaste sujet, dans le même esprit & selon la même méthode. Son Mémoire de 1740, après quelques préliminaires, traitoit du Bleu; celui-ci qui en est une suite, traite du Rouge & du Jaune. Comme ce sont toujours des recherches & des détails de même nature, & exposés avec beaucoup de clarté, nous renvoyons le lecteur au Mémoire même.

C'est proprement à M. Colbert & aux Règlemens faits sous son Ministère, que sont dûs les grands succès des Teintures en France. Les Règlemens donnés en 1667, & l'Instruction publiée deux ans après par ses ordres, pour procurer aux Etoffes de nos manufactures des couleurs qui résistassent à l'air, commençoient à n'être plus exécutés, & à causer un préjudice sensible dans cette partie de notre Commerce, lorsque M. Orry Contrôleur général crut qu'il étoit nécessaire de charger un Physicien de l'Académie des Sciences du soin de revoir cet Art, d'en rétablir les pratiques conformément aux vûes de M. Colbert, & de le porter, s'il est possible, à un plus haut point de perfection. L'art de

la Teinture avoit été jusque-là entre des mains mécaniques, qui ne sçavent faire communément que ce qu'elles ont déjà fait, la tête qui les doit conduire manquant presque toujours des connoissances accessoires & des principes fondamentaux, seuls capables d'en varier & d'en étendre les opérations. M. du Fay fut nommé en 1731, par Arrêt du Conseil, pour travailler sur ce plan, & pour fournir au sage Émule de M. Colbert, toutes les instructions dont il auroit besoin pour le faire exécuter ; car la réforme des abus qui s'étoient introduits dans les Teintures, demandoit qu'on y portât une double lumière, celle du Magistrat & du Ministre, & celle du Physicien & de l'Artiste même, ou d'un Physicien capable d'entrer dans tous les détails de l'Artiste. M. du Fay avoit déjà fait en 1733 un assez grand nombre d'observations & d'expériences sur ce sujet, & il procura dès-lors un Règlement utile à la fabrique des Tapisseries, & concernant la Teinture des laines filées qu'on y emploie. En 1737 il en occasionna un autre pour la Teinture des laines servant à la fabrique des étoffes, ou à la Teinture des étoffes mêmes déjà fabriquées. Il n'étoit plus question que de décrire l'Art en général ; mais la mort nous enleva en 1739 ce digne Académicien. M. Hellot nommé à sa place en 1740, a répété avec soin presque toutes les expériences de son prédécesseur, & y a ajouté les siennes. Il s'est attaché particulièrement à expliquer par des principes reçus de tous les Chymistes, la cause de la ténacité des couleurs qu'on appelle de *bon teint*, & de la non tenacité de celles qu'on nomme de *mauvais teint*, ou qui ne résistent ni à l'air ni à l'action des sels qu'on emploie à leurs épreuves. Les deux Mémoires qu'il nous a lûs sur ce sujet, & dont nous venons de parler, sont le premier fruit de ses travaux, & seront suivis de l'art entier des Teintures.

*SUR UN ÉTAIN*  
*PRÉSENTE A L'ACADEMIE.*

ON n'admet guère de nouvel établissement de quelque importance dans le Royaume, touchant les Manufactures & les Arts, sans que l'Académie ne soit consultée auparavant sur les utilités qu'on en peut attendre, & sur la protection qu'il convient d'accorder à ceux qui le proposent. Mais si l'Académie se sent honorée par cette confiance de la part du Gouvernement, nous pouvons assurer que de son côté elle n'oublie rien pour tâcher de la mériter de plus en plus, par le soin qu'elle prend de s'instruire à fond des matières sur lesquelles on lui demande de prononcer. Il y a telle de ses décisions que l'on trouve rapportée ici en peu de mots, & qui a coûté des recherches & des discussions immenses aux Commissaires qu'elle nomme à ce sujet, & sur le rapport desquels elle doit régler son jugement. M.<sup>rs</sup> Geoffroy & Hellot nous fournissent de quoi en donner un exemple, dans le Mémoire qu'ils ont lû à la Compagnie, sur un Étain présenté à M. le Comte de Maurepas, pour en établir une nouvelle fabrique de vaisseaux avec privilège exclusif, & dont ce Ministre avoit renvoyé l'examen à l'Académie. Il s'agit de sçavoir si ce métal, que le S.<sup>r</sup> Jean-Baptiste-Nicolas de Kemerlin dit être de sa composition, « est dépouillé de « son alliage; s'il est véritablement plus pur & d'un meilleur « usage que celui dont on se sert ordinairement; & si, pour le « dépouiller de cet alliage, on n'emploie point quelque com- « position capable de nuire à la santé de ceux qui se serviroient « de vaisselle faite de cette matière. »

On ne peut douter que pour se mettre en état de donner ces éclaircissemens, il n'ait fallu employer différens moyens, & faire bien des opérations sur le métal qui en est l'objet. Ce n'est que par une longue suite d'expériences qu'on peut parvenir à connoître ce qui entre dans la composition des

mixtes ; les substances métalliques sur-tout, étant d'un tissu plus serré, plus lié, plus ténace que les végétaux & les animaux, exigent un travail plus long & plus obstiné. Mais entre les métaux, l'Étain est un des plus difficiles à traiter lorsqu'on veut en reconnoître la pureté. L'Or & l'Argent, par exemple, sont aisés à éprouver, en ce que leur parfaite décomposition ayant été jusqu'ici impossible, on peut toujours séparer aisément de leurs parties propres les matières hétérogènes qui s'y mêlent.

Un des meilleurs moyens de s'assurer de la pureté de l'Étain, est de le calciner; car on sçait que la chaux de l'Étain, ou la *Potée*, cette espèce de cendre qui reste à la place de ce métal après la calcination, est d'autant plus blanche qu'il est plus pur. L'Académie a vû des preuves de cette vérité, lorsque M. Geoffroy l'un des deux Commissaires nommés à l'examen dont il s'agit, lut il y a trois ans un premier

\* V. les M.  
de 1738.  
p. 103.

Mémoire sur l'Analyse de l'Étain \*. Les chaux qu'il fit voir alors à la Compagnie, & qu'il a conservées à l'abri des impressions de l'air, ont servi aujourd'hui de pièces de comparaison.

Outre la calcination de l'Étain du S.<sup>r</sup> de Kemerlin, M.<sup>rs</sup> Geoffroy & Hellot en ont fait la preuve par la *Pierre d'Essai* des Potiers d'Étain, espèce de petit moule de pierre de Tonnerre, où l'on fait couler ce métal fondu, pour examiner la couleur qui lui vient à la superficie après son refroidissement. Cet essai, le seul qui soit en usage chez les Potiers d'Étain de Paris, quoique fort douteux, a indiqué cependant à nos deux Chymistes la route qu'ils devoient tenir pour imiter l'Étain du S.<sup>r</sup> de Kemerlin, & par conséquent pour donner leur avis sur sa pureté.

Ils se sont aussi servi du marteau des Planeurs pour sçavoir si l'Étain proposé se forge aussi bien ou mieux que l'Étain fin des Potiers qui est en usage pour la vaisselle; & de la lime pour connoître quelle couleur il perd à l'air, après ce simple déchirement de sa surface, avant qu'on lui donne un poli plus parfait.

Le même Etain a été pesé dans l'air & dans l'eau, à l'imitation de ce que pratiqua Archimède sur la fameuse Couronne du Roy Hieron, pour l'indication de son alliage, au cas que ce metal en eût, en comparant son poids à celui des Etains connus.

On l'a dissout dans une eau régale affoiblie, pour sçavoir s'il ne s'en précipitoit rien de sale, comme cela arrive aux Etains communs & alliés de plomb, & cette même dissolution appelée *Composition* dans l'art de la Teinture, a été employée ensuite avec un bain de Cochenille fait à l'ordinaire, pour juger par la vivacité de la couleur écarlate qu'elle donneroit à du drap, si cet Etain est plus pur que tout autre: car ce n'est qu'avec une pareille dissolution d'Etain le plus pur qu'on peut faire le bel écarlate.

On a mis tremper de cet Etain dans de la dissolution d'Or, pour voir aussi par la couleur pourpre que l'Etain fait prendre à la dissolution de ce métal, si l'Etain dont il s'agit, est aussi pur qu'un Etain qu'on sçavoit l'être beaucoup.

Il a été fondu dans un même vaisseau & au même feu avec trois autres Etains, l'un reconnu pour être pur, l'autre simplement pour bon, & l'autre pour mauvais, afin de sçavoir combien il résistoit plus que les autres à l'action du feu.

On n'a pas dédaigné de consulter quelques Potiers d'Etain des plus habiles, & de faire en leur présence une partie des opérations dont nous venons de parler.

Enfin M.<sup>rs</sup> Geoffroy & Hellot ont assez bien imité l'Etain du S.<sup>r</sup> de Kemerlin pour se déterminer sur ce qu'ils avoient à en dire.

Toutes ces épreuves, ces diverses expériences, & plusieurs autres faites & répétées plusieurs fois, accompagnées de toutes les précautions, & même de tous les calculs dont elles étoient susceptibles, ayant été rapportées à l'Académie dans le plus grand détail, la Compagnie a jugé que l'Etain présenté à M. le Comte de Maurepas par le S.<sup>r</sup> de Kemerlin, bien loin

# 84 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

d'être comme l'Étain d'Angleterre en larme, dépouillé de tout alliage, en a même plus que l'Étain fin des Potiers, puisqu'il pèse davantage; car on sçait que l'Étain est de tous les métaux le plus léger. La couleur de ses chaux apportées à l'Assemblée par les Commissaires, démontre aussi qu'il n'est pas pur, puisqu'elles n'ont pas la blancheur de l'Étain d'Angleterre non allié. Cependant l'Académie croit qu'il peut être employé utilement à fabriquer de la vaisselle, sans que ceux qui s'en serviront en ayent rien à craindre pour la santé, & qu'il a encore cet avantage sur l'Étain fin des Potiers, de ne point laisser appercevoir de cuivre, & d'être un peu plus difficile à fondre.







## BOTANIQUE.

### *SUR UNE ESPECE D'OUATE*

*Ou de MATIERE COTONNEUSE trouvée au fond  
d'un E'tang.*

UN amas d'eaux dormantes qu'on nomme l'*E'tang de Petre*, à une lieue & demie de Metz, s'étant trouvé desséché par des accidens qu'il seroit inutile de rapporter, les habitans des environs furent extrêmement surpris d'en voir le fond tout couvert d'une matière blanche & cotonneuse, tout-à-fait semblable à de l'Ouate : il fut fait là-dessus quantité de raisonnemens, & l'on ne manqua pas d'en concevoir de grandes espérances pour le commerce du pays. M. Lamy de Bezanges Commissaire d'Artillerie, qui étoit sur les lieux, en écrivit à M. de Valliere, & lui envoya une description exacte du phénomène & du local, avec des échantillons de la matière en question, pour être communiqués à l'Académie. Ces échantillons ayant été considérés attentivement, même avec le Microscope, on a reconnu que la matière blanche qui les compose, observée pour la première fois sur le fond de l'étang de Petre, au mois d'Avril de cette année, & consistant en des filets très-déliés, n'est autre chose que la plante appelée *Conferva*, commune dans les eaux dormantes, dont elle tapisse ordinairement le fond. Cette plante n'est en effet qu'un amas prodigieux de filets nouveaux & déliés qui demeurent verts tant qu'ils sont dans l'eau, mais qui blanchissent plus ou moins à l'air ou au Soleil, dès qu'ils sont à sec. M.<sup>rs</sup> Bernard de Jussieu & Hellot ont observé soigneusement la même plante après l'avoir tirée des bassins du Jardin du Roi, ils l'ont fait dessécher & blanchir à l'air, & l'ayant examinée

au Microscope, & comparée avec l'Ouate de l'étang de Petre, ils l'ont trouvée entièrement semblable à celle-ci. Quant aux espérances que cette découverte avoit fait naître, elles ont paru peu fondées, les filets de la Conserva étant trop fragiles & trop friables pour être employés avec succès à aucune sorte de manufactures.

## R E C E T T E

*Pour garantir les Chevaux de la Piqûre des Mouches.*

L'Académie ne dédaigne jamais de descendre des spéculations les plus sublimes jusqu'aux plus petits détails lorsqu'ils sont utiles. M. d'Ons-en-Bray nous a fait part d'une recette aisée, & qui lui a fort bien réussi pour préserver les Chevaux en voyage de la Piqûre des Mouches. Prenés des feuilles de Noyer ou des écales de Noix, emplissés - en un chauderon, mettés de l'eau par dessus, & faites bouillir le tout pendant un bon quart d'heure. Il faut avant que de partir & de harnacher les Chevaux, soit le matin, soit l'après-midi, les bien bouchonner avec ces feuilles ou ces écales, ou avec une éponge trempée dans cette décoction, qu'on ne peut faire trop forte. Les Mouches qui viendront sur ces Chevaux y resteront peu & ne les piqueront pas.



# ARITHMETIQUE.

## SUR LES ECHELLES ARITHMETIQUES.

IL est évident que la Progression décuple ou *dénaire* qui V. les M.  
 règne dans notre Arithmétique & dans la manière de P. 219,  
 compter de tous les peuples connus de la Terre, n'a d'autre  
 fondement que les dix doigts de nos mains, & que si nous  
 avions eu plus ou moins de dix doigts, douze, par exemple,  
 ou huit, la numération se seroit faite selon la progression  
*duodénaire* ou *octoénaire*. Aristote qui a touché quelque chose  
 de cette recherche dans ses Problèmes, nous apprend cepen-  
 dant qu'il y avoit dans la Thrace un peuple qui ne comptoit  
 que par la Progression *quaternaire*. C'est-à-dire, qu'après  
 avoir compté 1, 2, 3 jusqu'à quatre, exprimé dans ce cas  
 & en chiffres Arabes, par l'unité avec le zéro, on repre-  
 noit la Progression, & on comptoit autant de fois quatre  
 qu'il le falloit pour exprimer tout nombre qui ne passoit  
 pas quatre fois quatre ou seize, & ainsi de suite jusqu'à  
 quatre fois seize, &c. de la même manière que nous en  
 usons à l'égard des unités des dizaines, centaines, mille,  
 &c. ce qui, réduit à nos chiffres, seroit écrit de cette ma-  
 nière, 10 pour quatre; 100 pour quatre fois quatre ou  
 seize; 1000 pour quatre fois seize ou soixante-quatre;  
 13 pour 7; 122 pour vingt-six; 2312 pour cent quatre-  
 vingt-deux : car ce dernier exemple exprime deux fois  
 soixante-quatre, plus trois fois seize, plus une fois quatre,  
 plus deux unités, ce qui fait en tout cent quatre-vingt-deux;  
 comme il seroit deux fois mille, trois fois cent, une fois  
 dix & deux unités, & en tout deux mille trois cents douze  
 selon l'Arithmétique dénaire. Que si au lieu de la Progref-  
 sion quaternaire on ne vouloit employer que la *binnaire*, il

n'y auroit alors dans la numération par chiffres que des unités & des zéro. Ainsi 10 ne seroit que deux, 11 trois, 100 quatre, 101 cinq, 1000 huit, 1010 dix, 10000 seize, &c. Cette Progression dans l'Arithmétique, la plus simple de toutes les Progressions possibles, auroit selon M.<sup>rs</sup> Leibnitz & de Lagny\*, de fort grands avantages pour certaines recherches curieuses & difficiles; mais elle seroit très-incommode dans l'usage ordinaire, par la quantité de caractères qu'elle exigeroit pour de petits nombres. La duodénaire seroit peut-être, toutes compensations faites, la plus utile par le nombre de ses diviseurs, deux, trois, quatre, six; mais pour s'en servir avec nos chiffres, il faudroit nécessairement y ajouter deux nouveaux caractères pour les nombres dix & onze qui seroient dès-lors au rang des unités. Au dessus de la Progression duodénaire, il n'y a que celle de vingt-quatre qui eût un diviseur de plus, sçavoir, huit; mais celle-ci devient embarrassante par le nombre de caractères qui entrent dans son rang des unités. Cependant il n'y a aucune de ces Progressions qui, à certains égards, ne puisse être préférable à toutes les autres, & qui n'ait son utilité particulière de théorie ou de pratique. Parmi les propriétés qui leur sont communes, on doit compter celle qui a été d'abord remarquée du nombre neuf, sçavoir, que tous ses multiples exprimés à la manière ordinaire, le sont toujours par des chiffres dont l'addition fait neuf, ou un multiple de neuf, & que ces chiffres transposés de plusieurs manières différentes redonnent encore des nombres multiples de neuf\*. Car il est clair que ces propriétés n'appartiennent au nombre neuf dans l'Arithmétique dénaire, qu'en tant qu'il est le pénultième de la Progression ou de la suite naturelle des nombres jusqu'à dix. De manière que dans la Progression quaternaire ce ne seroit plus neuf qui auroit ces propriétés, mais trois; & que dans celle de douze ou de vingt-quatre, ce seroit onze ou vingt-trois. Il seroit donc très-commode pour de semblables recherches, & surtout lorsqu'il s'agit de grands nombres, d'avoir une Formule, par

\* V. l'Hist.  
de 1703.  
p. 58.

\* V. l'Hist.  
de 1726.  
p. 36.

par le moyen de laquelle on pût ramener promptement ces nombres à l'Algorithme ou à l'expression de l'espèce d'Arithmétique, de Progression ou d'*Echelle* dont on veut faire usage. C'est ce que M. de Buffon a cherché, & qu'il nous donne ici sous le titre de *Formule sur les Echelles Arithmétiques*.



## ALGÈBRE.

### *SUR LE CAS IRREDUCTIBLE DU TROISIEME DEGRE.*

**I**L y a grande apparence que les Arabes, qu'on croit être les V. les M. inventeurs de l'Algèbre, n'ont pas connu l'extraction des P. 25. racines des Equations passé le second degré; du moins est-il certain que Lucas Pacioli, dit *del Burgo*, qui tenoit l'Algèbre des Arabes, & qui l'a fait connoître en Europe dans un Livre intitulé, *Summa de Arithmetica, proportioni, e proportionalità*, imprimé à Venise en 1494, n'a pas été au delà du second degré. Cardan est vrai-semblablement le premier qui, environ 70 ans après Lucas del Burgo, ait poussé l'extraction des racines jusqu'aux Equations cubiques ou du troisième degré; mais ce qui est remarquable, & qui fait honneur à Cardan, c'est qu'il ne fut arrêté dans cette recherche que par une difficulté qui arrête encore les plus subtils Algébristes: cet écueil est le cas où l'Equation a trois racines réelles, toutes trois inégales & venant sous une forme incommensurable.

Ce Cas appelé Irréductible, quoiqu'on n'en puisse pas démontrer l'irréductibilité, est donc devenu en Algèbre ce qu'est en Géométrie la Quadrature du Cercle. On voit clairement qu'il y a dans l'Etendue, dans le Monde intelligible qui fait l'objet immédiat des Géomètres, un quarré égal à la surface du Cercle, une ligne droite de même longueur que

*Hist. 1741.*

M

la circonférence qui termine le Cercle; mais on ne sçauroit assigner la valeur exacte de ce quarré ni de cette ligne. On n'est pas moins certain qu'une Equation du troisieme degré, qui tombe dans le Cas irréductible, a trois racines réelles; mais on n'a fait jusqu'ici que de vains efforts pour exprimer ces racines en termes connus, on n'a pu changer en réelles assignables les grandeurs imaginaires que présente sa formule, & sous lesquelles les racines réelles de l'Equation se cachent. On a trouvé cependant des résolutions si approchantes, & de la Quadrature du Cercle, & du Cas irréductible, que les Mathématiques mixtes & pratiques en tirent presque le même avantage qu'on pourroit attendre d'une détermination rigoureuse. Ce n'est que dans leur partie spéculative que la Géométrie & l'Algèbre en souffrent; mais on voudroit bien enfin leur ôter cette espèce de tache. Eh que ne doit-on point tenter en effet, pour procurer toute leur perfection à deux Sciences par elles-mêmes si utiles à l'esprit, la clef de tant d'autres, & si chères à ceux qui les cultivent!

Une des plus belles méthodes qu'on y ait employé de nos jours, est celle des Series ou Suites infinies de termes croissans ou décroissans, sous une certaine loi, & qui approchent de plus en plus de la grandeur inconnue qu'on cherche. M.<sup>rs</sup> Leibnitz & Newton, & avant eux Mercator & Jacques Gregory, ont enseigné la manière de réduire sous une pareille forme les quantités quelconques qu'on ne peut connoître autrement, & dans certains cas favorables, de *sommer* tous les termes de ces suites, ce qui donneroit la valeur complète de l'inconnue. L'art de découvrir ces sortes de cas, ou d'y ramener ceux qui en paroissent les plus éloignés, par le moyen de quelque transformation qui les présente sous une nouvelle face sans en changer la nature, soit en elle-même, soit relativement à quelque rapport connu, est tout ce que l'Algèbre moderne peut pratiquer de plus ingénieux, & souvent de plus difficile.

M. Nicole a essayé de résoudre le fameux Cas irréductible par cette dernière méthode.

La Formule de Cardan est composée de deux parties; la première partie est la racine cubique de la somme de deux grandeurs, dont l'une est réelle & l'autre imaginaire; & la seconde partie est la racine cubique de la différence de ces deux mêmes grandeurs. Il avoit toujours paru surprenant qu'une grandeur qui doit être réelle, fût exprimée par un composé de quantités réelles & de quantités imaginaires; on sentoît bien qu'il falloit que les quantités imaginaires se détrussissent mutuellement, mais personne que nous sachions, n'avoit montré la manière de faire évanouir ces quantités imaginaires. C'est-là cependant le premier pas qu'a fait M. Nicole dans cette recherche, en deux Mémoires qui furent imprimés dans le Volume de 1738 \*. Il y étoit parvenu par le moyen d'une formule algébrique, qui ne contient plus à la vérité de quantités imaginaires, mais où il entre une suite composée d'une infinité de termes dont il n'a pu trouver la somme par aucune des méthodes connues. Ce qu'il donne cette année est la manière de trouver des formules qui expriment ces sommes de termes pris de quatre en quatre. Le Problème est résolu par-là, mais seulement dans un cas particulier, dont nous tâcherions vainement de donner ici une plus ample intelligence aux lecteurs qui ne sont pas en état de s'en instruire dans le Mémoire même. Il nous suffit d'avoir fait entrevoir ce premier rayon de lumière, qui nous conduira peut-être à un plus grand jour. La recherche dont il s'agit, est également délicate, longue & pénible par les détails de calcul qu'elle entraîne, elle ne demande pas moins de courage que de génie & de savoir; mais heureusement M. Nicole y apporte tout ce qu'elle demande, & nous fait espérer qu'il la suivra sur le même plan.

\* p. 97.  
& 244.

## SUR UNE REGLE D'ALGEBRE

*Que Descartes nous a donnée dans sa Géométrie, & qui a été critiquée par quelques Auteurs.*

V. les M.  
P. 72.

IL s'agit dans cette Règle de déterminer le nombre de Racines positives & négatives que contient une Équation, par l'inspection des Signes *plus* & *moins* qui en séparent les termes, de manière qu'autant de fois que ces deux différens Signes s'y trouveront placés alternativement, autant y aura-t-il de Racines vraies ou positives ; & au contraire, autant de fois que le même Signe *plus* ou *moins* s'y trouvera répété consécutivement, autant y aura-t-il de Racines fausses ou négatives.

La Géométrie de Descartes est de tous ses ouvrages celui qu'on eût cru devoir être le plus à l'abri de la critique, par les rares & sublimes découvertes qu'il renferme, toutes démontrées ou susceptibles de démonstration. Mais on ne s'élève pas impunément au dessus de ses contemporains, on n'excite point l'admiration sans faire naître l'envie, & l'envie qui a les yeux ouverts sur les moindres défauts, sçait toujours les fermer ou s'aveugler à propos, pour ne pas voir des qualités éminentes qui la forceroient d'admirer. Inventeur & Réformateur, Descartes auroit-il évité les traits de la jalousie ? Il est vrai qu'il les a bravés, & qu'à l'égard de sa Géométrie, il s'est même attiré à dessein la critique de ses jaloux, par la manière succinète & peut-être un peu obscure dont il a traité cette Science, lui qui dans tous ses autres écrits a donné l'exemple d'une méthode & d'une clarté jusque-là inconnues. Mais par un raffinement d'amour propre dont les plus grands hommes ne sont pas toujours exempts, il voulut en cette occasion préparer des tortures à ses adversaires, les égarer & leur faire sentir sa supériorité. Cependant il se proposoit quelquefois, comme il l'avoue dans ses lettres, de refaire cet excellent ouvrage, & de l'éclaircir en



faveur des lecteurs ; mais je vois, disoit-il ensuite, qu'ils sont la plupart si malins, que j'en suis entièrement dégoûté.

Si cette disposition d'esprit fut peu louable dans un Philosophe tel que Descartes, il en a été puni durant sa vie & après sa mort. Les progrès de la Géométrie, de son Algèbre sur-tout, & de son Analyse, comprises sous le même titre, en ont été plus lents, & des Géomètres dont il n'auroit pas dû mépriser le suffrage, se sont fondés sur son obscurité pour le taxer d'erreur. Les uns ne l'ont pas entendu, les autres ont affecté de ne le pas entendre, & tous ont été copiés & suivis sans examen, par la foule ignorante & peu attentive.

Il n'est pas jusqu'à M. de Fermat qui n'ait fait quelquefois d'assez mauvaises objections à Descartes, & particulièrement sur la Règle qui apprend à connoître le nombre des Racines positives & négatives d'une Équation. Mais parmi les Sçavans du siècle passé, nul n'a montré plus d'ardeur pour ôter à Descartes la gloire de l'invention dans cette partie, que le fameux Wallis Professeur de Géométrie à Oxford, & Auteur d'un Traité historique d'Algèbre qu'il fit paroître vers la fin de ce même siècle. Si l'on en croit Wallis, c'est à Harriot son compatriote que sont dûes presque toutes les découvertes d'Analyse & d'Algèbre qu'on attribue communément à Descartes. Il n'est sorte d'inductions forcées qu'il ne mette en œuvre pour nous le persuader ; & cette fameuse Règle qui donne ici matière à nos réflexions, il la trouve clairement contenue dans celles de l'Algébriste Anglois, qui avoit écrit quelques années auparavant : c'est delà, dit-il, que Descartes l'a tirée. Cependant comme il s'en faut beaucoup que cela ne soit clair, & qu'en effet on ne trouve rien dans l'ouvrage du prétendu Inventeur qui puisse favoriser cette pensée, Wallis passe quelques chapitres après, de ses conjectures sur l'Auteur de la Règle à l'examen de la Règle même ; & alors oubliant tout ce qu'il en avoit dit, & ne doutant plus qu'elle ne soit de Descartes, reconnoissant même formellement qu'elle n'est point dans Harriot, il ne s'attache plus qu'à la contredire, & à montrer qu'elle est fautive.

& erronée. La raison qu'il en donne, est que cette Règle n'a point lieu lorsque l'Equation contient des Racines imaginaires; ce qui est très-vrai, mais qui par malheur pour le Critique avoit été visiblement sous-entendu, & suffisamment indiqué dans l'endroit où elle est énoncée, sans compter que les Racines imaginaires étant d'une toute autre espèce que celles dont il étoit question, il n'est pas étonnant que les Equations qui en contiennent, sortent de la Règle. Quand un homme comme Descartes a voulu n'être pas clair, on pourroit présumer qu'il en a assez dit pour ne laisser aucune prise contre lui, & l'on devroit du moins peser soigneusement toutes ses paroles avant que de le critiquer. Mais c'est ce que Wallis, écrivain d'ailleurs très-estimable & d'un profond sçavoir, n'a point fait; & voilà vrai-semblablement où l'a conduit un zèle national qui l'animoit dans cette recherche, & qui se manifeste en toute occasion dans son ouvrage.

Une émulation plus éclairée & l'amour de la vérité engagent aujourd'hui M. l'Abbé de Gua à prendre la défense de Descartes contre Wallis, & contre tous les autres Auteurs anciens & modernes qui ont attaqué la Règle dont il s'agit. Ce n'est pas la première fois que M. l'Abbé de Gua se déclare en faveur de ce Philosophe & sur pareille matière: il avoit déjà publié un ouvrage qui a pour objet l'excellence de l'Analyse Cartésienne, & un grand nombre d'usages inconnus auxquels cette Analyse peut être appliquée, même avec plus de succès que les nouveaux calculs de l'Infini. Ce qu'il donne présentement en est comme une suite, & une suite d'autant plus utile qu'il ne s'est pas borné à justifier la Règle de Descartes par de simples inductions tirées des paroles de ce Philosophe & du fond de la chose: quelques Auteurs tels que Schooten, le P. Prestet de l'Oratoire, & le P. Rabuel Jésuite l'avoient déjà fait avant lui, quoiqu'avec moins de force; mais M. l'Abbé de Gua la développe, il la rappelle à ses principes, &, ce que personne n'avoit encore fait, il la démontre en rigueur. Il en donne même deux démonstrations différentes; la première qui est la plus étendue & la

plus directe, contient des divisions & des subdivisions de cas, poussées plus loin qu'elles ne le sont communément dans les démonstrations Algébriques. La seconde dépend en partie d'une application singulière de la Géométrie à l'Algèbre. Mais l'une & l'autre exigent un appareil de Lemmes & de Théorèmes dans le détail desquels nous nous dispenserons d'entrer.

## SUR LE NOMBRE DES RACINES

*Réelles ou Imaginaires, Réelles positives ou Réelles négatives, qui se trouvent dans les Equations de tous les degrés.*

**M.** l'Abbé de Gua qui nous a encore donné ce Mémoire V. les M.  
P. 435. sur les Racines algébriques des Equations, y embrasse, comme on voit par ce titre, un champ beaucoup plus vaste que dans le précédent. Il le divise en deux parties dont la première est purement historique, la seconde contient ses propres recherches. Non seulement M. l'Abbé de Gua continue dans la première à relever la gloire de Descartes en matière d'Algèbre & d'Analyse, mais il s'attache encore à faire sentir tout ce que ces Sciences doivent à Viète digne précurseur de Descartes dans cette partie, & à quelques autres Auteurs, tant François qu'Italiens & autres, auxquels Wallis toujours animé du même esprit pour sa patrie, n'avoit pas rendu plus de justice qu'au Philosophe François. C'est un morceau d'Erudition Mathématique qu'on peut opposer à l'Histoire de Wallis sur ce sujet. M. l'Abbé de Gua y prend l'Algèbre dès sa naissance en Europe, c'est-à-dire, vers la fin du quinzième siècle, & il en suit de là tous les progrès jusqu'à nos jours. La seconde partie du Mémoire renferme des éclaircissémens utiles & curieux sur les Règles d'Algèbre déjà connues, & des idées nouvelles sur l'application qu'on en peut faire aux Equations du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré.





## G E O M E T R I E.

*SUR DIVERS E'LEMENS DE GEOMETRIE,*

*Publiés cette année par des Membres de l'Académie.*

**L**ES premiers principes de la Géométrie sont si analogues à l'esprit humain, & si près de ce qu'on appelle le sens commun, qu'il ne faut qu'un peu d'attention pour les découvrir, ou du moins pour les saisir dès qu'ils sont présentés d'une manière intelligible. Ainsi tous les livres d'Elémens de Géométrie ont fait des Géomètres, ou en ont pu faire, de quelque manière qu'ils fussent conçus, & cela dans tous les temps, à compter depuis Euclide jusqu'à nos jours. Parmi ce grand nombre de propositions élémentaires que renferment ordinairement les Traités qu'on en donne, il n'y en a guère qu'une douzaine qui soient comme la clef de toute la Géométrie, & qui étant une fois bien comprises & retenues, sous quelque aspect & dans quelque ordre que ce puisse être, fournissent de quoi s'élever par degrés jusqu'aux vérités géométriques les plus composées. Cependant l'ordre le plus naturel & l'enchaînement des principes dans une Science aussi conséquente que la Géométrie, ne sçauroient être négligés sans qu'il n'y ait à perdre pour ceux qui veulent l'acquérir; & ne fût-ce que pour en donner le spectacle à l'esprit dès l'entrée, il sera toujours utile d'en rédiger les Elémens sous la forme la plus simple qu'il soit possible, & la plus approchante du progrès ordinaire de nos idées. Aussi les plus grands Géomètres n'ont-ils jamais dédaigné de cultiver la partie élémentaire de la Géométrie, & d'en donner des Traités selon la méthode qu'ils ont jugé la plus conforme à leurs vûes, & selon le but qu'ils se sont proposé en faveur des commençans, soit pour la simple théorie, soit pour la pratique, soit par rapport  
à la

à la conduite de l'esprit dans la recherche de la vérité. Les Géomètres qui sont venus après le renouvellement des Lettres en Europe, n'ont donné pour la plupart que les Elémens d'Euclide traduits, expliqués & commentés; ce qui, indépendamment de tout ce qu'on peut dire en faveur de l'ordre qu'Euclide y a observé, se trouve encore avoir cela de commode, que comme les Auteurs ne citent presque jamais qu'Euclide lorsqu'ils ont à citer quelque proposition élémentaire, on peut s'en rappeler d'autant plus aisément l'énoncé, qu'on a étudié dans des élémens plus conformes aux siens. Barrow, Tacquet, Deschales, & plusieurs autres beaucoup moins anciens que les premiers Restaurateurs des Sciences Mathématiques, & aussi recommandables par la clarté de leurs Ecrits que par leur sçavoir, ont aussi adopté la distribution des Elémens d'Euclide. Mais enfin l'ordre des idées qu'on a cru fort différent de celui d'Euclide, a prévalu sur la commodité des citations & sur les avantages attribués à l'ancienne méthode, & l'on n'a fait aucune difficulté de suivre de nouvelles routes. Sans compter que la Géométrie étant beaucoup plus répandue aujourd'hui & d'un plus vaste champ, & les propositions élémentaires qui reviennent le plus fréquemment, se réduisant, comme nous avons dit, à un fort petit nombre, tout Géomètre est censé les avoir présentes, & la citation du livre où elles sont démontrées devient superflue. Les Elémens de Géométrie se sont donc multipliés, & ont pris une infinité de formes différentes, selon l'espèce de système que chaque Auteur s'est fait sur cette matière. Il y a des Elémens dans lesquels on a joint au Théorème ou au Problème fondamental, les applications qu'on en peut faire à diverses parties des Mathématiques mixtes, à la mesure du Terrain & aux Arts. Mais nous n'en connoissons point dont la méthode consiste à remonter des applications, de l'usage, & des besoins au Théorème ou au Problème fondamental, & de là aux Axiomes ou premières vérités qui sont la base de la démonstration.

C'est sur ce dernier plan que M. Clairaut a donné cette année des Elémens de Géométrie au Public. Il a suivi en cela

sans doute le procédé des premiers inventeurs. Les Hommes ont eu des besoins, & ils ont tâché d'y satisfaire long-temps avant que de remonter aux vérités de pure spéculation. Les connoissances secondaires les plus immédiates ont fait d'abord leur objet, & les succès ayant excité leur curiosité, autre besoin à satisfaire, & qui n'est pas le moins pressant pour les esprits d'une certaine trempe, la Géométrie & la plupart des Sciences qui en dérivent ou qui la supposent, ont avancé & ont enfin été réduites en corps & en règle. Dans les Elémens ordinaires on débute, dit M. Clairaut, par un grand nombre de définitions, de demandes, d'axiomes & de principes préliminaires, qui semblent ne promettre rien que de sec au Lecteur. Les propositions qui viennent ensuite ne fixant point l'esprit sur des objets plus intéressans, & étant d'ailleurs difficiles à concevoir, il arrive communément que les commençans se fatiguent & se rebutent avant que d'avoir aucune idée distincte de ce qu'on vouloit leur enseigner. La nouvelle méthode de M. Clairaut sauve ces inconvéniens par sa facilité, & en tenant toujours l'imagination du Lecteur remplie de quelque objet curieux ou utile. Le plan en est exécuté d'une manière très-propre à en faire sentir les avantages.

M. l'Abbé de Molières a pris une route fort différente, & qui est comme l'inverse de celle qu'on vient de voir, dans les Elémens de Géométrie qu'il a publiés sous le titre de *Traité synthétique des lignes du premier & du second genre, ou Elémens de Géométrie dans l'ordre de leur génération*. Ces lignes sont la Ligne droite, le Cercle, l'Ellipse, la Parabole & l'Hyperbole. Ce qui caractérise cet ouvrage est l'attention que M. l'Abbé de Molières a eu de ne point s'écarter de cet ordre qu'il annonce. On ne voit encore ici qu'un premier tome, qui doit être suivi de plusieurs autres, & qui contient sept leçons dans lesquelles il ne considère que ce qui peut être conçu & démontré par le seul secours de la Ligne droite, & sans l'intervention d'aucune courbe, non pas même du Cercle. C'est apparemment le premier ouvrage de cette nature avec cette étendue qui ait jamais paru, & où, parmi

plus de deux cens figures qu'il contient, on ne trouve pas un arc de Cercle, si l'on en excepte une seule, où il nous semble que l'auteur auroit pu s'en passer. Il le pousse cependant jusqu'aux Plans & aux Polygones, jusqu'aux Solides, aux Cubes, aux Prismes, aux Pyramides & aux Polyèdres. M. l'Abbé de Molières est si rigide sur la méthode qu'il s'est prescrite, qu'il ne veut pas même admettre d'abord cette demande énoncée ou supposée dans la plûpart des livres d'Elémens de Géométrie, sçavoir, qu'il soit permis d'imaginer une Ligne droite tracée sur le papier ou sur un plan, moyennant quoi on se propose d'en déduire toutes les autres propositions, & de résoudre toutes les questions qu'on peut faire sur ce sujet. La seule idée d'un fil tendu lui donne tout ce dont il a besoin pour démontrer les propositions élémentaires de la Ligne droite indépendamment du plan. On peut voir dans sa préface les raisons qu'il a eues de s'en tenir ainsi à l'ordre de génération, ou, comme il l'appelle encore, à l'ordre généalogique. Il y examine en même temps plusieurs autres questions importantes sur la méthode qu'on doit suivre dans ces sortes d'ouvrages; par exemple, s'il convient d'appliquer le calcul algébrique aux Propositions & aux Problèmes élémentaires de Géométrie. Il n'y a pas de doute qu'on ne le puisse dans plusieurs cas, & que cet exercice ne soit utile, pourvu qu'on se soit fait auparavant une habitude de la méthode géométrique proprement dite, par la seule inspection des figures, & sur l'idée simple de l'étendue: mais il n'est nullement convenable que des Elémens de Géométrie, destinés par conséquent à donner les premières notions de cette Science, soient démontrés autrement que par la Géométrie même, & qu'avec toute la rigueur & la précision possibles.

L'Analyse de Descartes si universellement & si justement applaudie, eut bien tôt le sort des choses les plus excellentes, on en abusa. Tout, jusqu'aux Elémens de Géométrie, fut réduit en Analyse spécieuse, & la Synthèse tomba presque dans le mépris. Cet abus est connu aujourd'hui, grace aux grands maîtres qui l'ont attaqué; mais l'on trouveroit peut-

être encore plus d'un Géomètre, qui, faute d'habitude, ne sçauroit suivre ou donner une démonstration purement synthétique, sans beaucoup de difficulté. Ceux qui sont dans le cas pourroient en convenir sans honte après le grand Newton : il se plaignoit, dit un de ses amis & de ses plus fameux disciples \*, de ce que dans ses premières études de Mathématique, & avant que de s'être assez familiarisé la manière de démontrer des Anciens, si belle & si lumineuse, il s'étoit appliqué à l'Algèbre & à la lecture des Auteurs qui l'ont employée en Géométrie, & il avouoit en avoir souvent senti les inconvéniens dans la composition de ses ouvrages.

\* Pemberton,  
*A view of sir  
Isaac Newtons  
Philosophy.*

Enfin M. l'Abbé de la Caille Professeur de Mathématique au Collège Mazarin, nous a aussi donné des Elémens de Géométrie dans les *Leçons élémentaires de Mathématique*, qu'il a fait imprimer à l'usage de ses Ecoliers. Ces Elémens sont précédés d'un petit Traité d'Arithmétique & d'Algèbre, le tout fort succinctement, & relativement aux explications que M. l'Abbé de la Caille doit y joindre de vive voix.

On peut dire en faveur de ce nombre & de cette diversité d'Elémens de Géométrie qu'on voit paroître, qu'il règne aussi tant de variété dans les esprits, dans leur manière de concevoir & de retenir, dans leurs vûes & dans leurs dispositions actuelles, qu'on ne sçauroit leur présenter les mêmes vérités sous trop de formes différentes.

## SUR LA JAUGE DES TONNEAUX.

UNE des parties de la Géométrie des plus difficiles est la Stéréométrie ou la mesure des Solides, sur-tout lorsqu'ils sont terminés par des surfaces courbes. C'est principalement de ceux-là que nous allons parler ici. La difficulté de cette mesure participe non seulement de celle des surfaces planes curvilignes, souvent impossible en rigueur, lorsque les courbes qui les renferment ne sont pas quarrables, comme, par exemple, le Cercle, l'Hyperbole, &c. mais



elle a encore ses difficultés particulières. Tel Solide peut être engendré par la révolution d'une courbe quarrable, dont la cubature sera impossible à cause de cette révolution ou de la rotation qui le fait participer du Cercle. Ainsi un Conoïde parabolique ne peut être *cubé* exactement, quoique la Parabole sa génératrice puisse être quarrée. La Stéréométrie exige aussi dans la résolution de ses Problèmes & dans ses démonstrations, des lignes & des plans tracés ou imaginés dans le Solide, dont l'assemblage est lui-même quelquefois assez difficile à imaginer, & encore plus à rapporter ou à projeter sur le papier qui n'est qu'un plan. Cependant lorsque les Solides sont ou réguliers ou renfermés par des surfaces dont les courbes génératrices sont connues, on en vient sûrement à bout, c'est-à-dire, qu'on en a la valeur exacte ou approchée, & aussi approchée que l'on veut, soit par la Géométrie ordinaire, soit par celle de l'Infini & par le calcul Différentiel & Intégral. Mais si les Solides sont irréguliers & renfermés par des surfaces curvilignes dont les génératrices soient inconnues, il vient alors outre les difficultés précédentes, celle d'imaginer un assemblage de plans, ou la surface courbe, ou les diverses surfaces courbes capables de produire la figure la plus approchante qu'il est possible de celle du Solide donné. C'est dans ce choix & dans cette espèce d'arbitraire que l'adresse & la sagacité du Géomètre peuvent se montrer. Ce n'est pas tout encore, il faut le plus souvent & lorsque les besoins ordinaires de la vie s'y trouvent intéressés, que cette manière de déterminer la valeur & le contenu du Solide qu'on demande, soit réductible à quelque méthode facile, ou à des Formules, ou à des Tables dont l'usage soit à la portée de gens qui sont pour l'ordinaire très-peu Géomètres.

C'est-là l'objet de ce qu'on appelle la Jauge ou le Jaugeage en général, dont celui des Navires, tant par rapport à leur charge qu'aux droits du Roi & de l'Amirauté, & celui des Tonneaux par rapport au commerce des Vins, des Huiles, &c. sont les principales branches. On peut voir dans

\* V. l'Hist. l'Histoire & dans les Mémoires de 1721\* & de 1724\*, ce  
 p. 43. qui fut décidé par l'Académie sur le jaugeage des Navires,  
 \* V. les M. lorsque S. A. R. M. le Régent & le Conseil de Marine lui  
 p. 227. firent l'honneur de la consulter sur ce sujet ; & dans l'Histoire  
 \* p. 76. de 1726\* il est fait mention d'une méthode de Jauge pour  
 les Tonneaux, présentée par M. de Gamaches frère de l'Académicien, où cette matière est traitée avec beaucoup d'exactitude & de sçavoir.

La jauge des Tonneaux qui est celle dont il s'agit présentement, ne roule pour l'ordinaire que sur leur capacité totale, & les suppose entièrement pleins. Il seroit cependant commode & utile en bien des occasions de connoître la quantité de liqueur qu'ils contiennent lorsqu'ils n'en sont pleins qu'en partie, ce qui fait un cas difficile par les différens Segmens dont il exige la Cubature. Képler le propose ce cas, dans une *Stérométrie des Tonneaux* qu'il fit imprimer en 1615 : il exhorte tous les Géomètres à le résoudre, & nommément Snellius qui étoit un des plus fameux de ces temps-là. Mais nul ne l'ayant encore résolu d'une manière satisfaisante pour la pratique, le P. Pézenas Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Marseille, a travaillé sur ce sujet, & a envoyé à M. le Comte de Maurepas un Mémoire intitulé, *Solution d'un Problème proposé par Képler sur les proportions des segmens d'un Tonneau coupé parallèlement à son axe*. Ce Ministre m'ayant fait l'honneur de me le communiquer & de m'en demander mon avis, je crus cet ouvrage digne d'être présenté à l'Académie, tant par l'utilité dont il peut être, que par la manière sçavante dont il est écrit. En voici le précis tel qu'il résulte du rapport que les Commissaires nommés en ont fait, & le jugement qu'en a porté la Compagnie.

Le P. Pézenas suppose avec la plupart des Géomètres qui ont traité de la Jauge, que la moitié du Tonneau coupé perpendiculairement à son axe, ne diffère pas sensiblement d'un Conoïde parabolique tronqué. Mais si l'on coupe un Conoïde parabolique par un plan parallèle à son axe, la section sera toujours une parabole qui aura le même paramètre

que la parabole génératrice du Conoïde: donc un segment de Tonneau pris parallèlement à son axe, ou le vuide que laisse une moitié de Tonneau couché selon sa longueur, & qui n'est pas entièrement plein, pourra être considéré comme rempli par les plans d'une infinité de portions de paraboles, qui toutes ont le même paramètre que celle qui auroit engendré par sa révolution le Conoïde tronqué qui représente la moitié du Tonneau. Ces portions de paraboles décroîtront depuis le plan qui passe par l'axe jusqu'à celui qui touche le sommet de la courbure du Tonneau ou le bondon; & ce sont ces suites de paraboles décroissantes que le P. Pézenas emploie pour trouver la solidité des différens segmens d'un Tonneau. De manière que connoissant la longueur du Tonneau, les diamètres des fonds & du *bouge*, c'est-à-dire, du milieu ou de la partie la plus enflée, & la partie du diamètre du bouge occupée par le liquide, ce qu'on peut toujours très-aisément connoître, on aura par le moyen d'une Table dressée sur cette théorie, la solidité du segment vuide que l'on cherche. Il a joint ici cette Table en trois colonnes calculées pour des Tonneaux dont les dimensions auroient différens rapports.

On juge bien que tout ceci n'a pu se faire sans y employer bien de la Géométrie & du calcul. Aussi s'en trouve-t-il beaucoup dans ce Mémoire, & du calcul Différentiel & Intégral dont l'usage paroît être très-familier au P. Pézenas.

Il ne s'est pas contenté de démontrer la solution du Problème & sa méthode aux yeux des Géomètres, il a voulu en faire voir la certitude aux plus ignorans. Pour cela il a fait plusieurs expériences, deux desquelles sont rapportées ici. Dans la première les différences qui se trouvent entre l'épreuve & le calcul sont fort petites, & dans la seconde elles le sont encore davantage; de sorte qu'il n'est pas douteux que par ce moyen on n'approche extrêmement, & même autant qu'on voudra, de la cubature ou de la valeur du Paraboloïde proposé. On a douté seulement si la pratique qui en résulte, quelque facile qu'elle paroisse avec le secours

des Tables, le seroit cependant assez pour ceux qui sont chargés de jaugeer les Tonneaux ; & ce doute communiqué au P. Pézenas nous a valu un second Mémoire de sa part, où, par le moyen d'un quartier de réduction très-ingénieux, il lève les difficultés qui pouvoient arrêter les Jaugeurs les moins instruits sur la pratique de sa méthode.

Du reste rien ne prouve mieux l'importance du Problème & la nécessité d'une réforme sur ce sujet, que ce que le P. Pézenas rapporte d'un riche négociant de Marseille à qui les erreurs du jaugeage causèrent 30 ou 40 mille francs de perte sur des Huiles qu'il avoit fait venir du Levant l'année du grand hiver. Il n'y a rien là dont on doive être surpris quand on sçait en quoi consiste la Jauge de Marseille : on voit au contraire par l'examen qu'en a fait le P. Pézenas, qu'elle ne peut être que très-fautive, & par-là très-ruineuse dans le commerce, soit pour l'acheteur, soit pour le vendeur. Elle est fondée sur la supposition que les Tonneaux sont des cylindres qui ont pour base le grand cercle qui passe par le bondon, ce qui est visiblement faux, & qui peut causer une telle erreur dans leur mesure, que faisant les deux diamètres du milieu & des bouts en raison de 10 à 8, proportion ordinaire des Tonneaux de Marseille, le premier segment trouvé par la Table des Jaugeurs de cette ville, est à celui qu'on auroit dû trouver comme 17 est à 1. Il est vrai que quelques-uns de ces Jaugeurs plus intelligens, voyant que leur Table s'écartoit si énormément de l'expérience, ont pris le parti de diminuer d'un tiers les premiers segmens, & d'agir par estime d'après différentes épreuves qu'ils en ont faites ; mais leur estime manque absolument à l'égard des segmens qu'ils n'ont pas éprouvés. Ainsi il en faut nécessairement venir ou à un nombre presque infini d'expériences, ou à une méthode fixe & lumineuse, telle que nous a paru être celle du P. Pézenas. Combien y a-t-il à faire encore dans les Villes & dans les États les mieux policés, pour remédier aux abus que l'esprit de routine & une coutume aveugle entretiennent !

Quelques

Quelques mois avant que le P. Pézenas nous envoyât ses recherches sur la Jauge des Tonneaux pleins & vuides en partie, l'Académie avoit été consultée sur le Tarif de la Jauge des Tonneaux en général, & telle qu'on la pratique à Paris. M. Camus l'un des Commissaires nommés par la Compagnie à cet examen, conçut dès-lors l'idée d'un *Instrument propre à jaugeer les Tonneaux & les autres vaisseaux qui servent à contenir des liqueurs*, dont il nous a donné la description & les usages. Les figures qu'on a attribuées jusqu'ici à nos Tonneaux par voie d'hypothèse, peuvent être réduites à trois espèces de Solides connus.

V. les M.  
p. 385.

On a regardé le Tonneau comme l'assemblage de deux Cones tronqués qui se joignent par leurs grandes bases.

Ou comme deux Troncs de Paraboloïdes assemblés de même par leurs plus grandes bases ; c'est la manière dont nous avons vû que le P. Pézenas le considère.

Ou enfin comme un Sphéroïde elliptique allongé & tronqué par ses deux bouts ou sommets, perpendiculairement à son axe, qui est la figure sous laquelle M. de Gamaches le considère dans le Mémoire dont nous avons parlé ci-dessus.

M. Camus n'admet aucune de ces figures. Il rejette la première, celle qui résulte des deux cones tronqués, comme s'éloignant trop sensiblement de la figure des Tonneaux ; la seconde qui en approche davantage, lui paroît défectueuse en ce qu'elle représente le Tonneau comme tranchant par son milieu ; & la troisième pêche selon lui, en ce que les douves du Tonneau y auroient leur plus grande courbure à leurs extrémités, au lieu que c'est à leur milieu qu'elles sont le plus courbes.

Il a recours cependant à la Parabole comme le P. Pézenas ; mais il prend cette courbe en un sens tout différent. Il suppose qu'elle porte par son sommet sur le bondon, d'où il imagine que ses deux branches s'étendent de part & d'autre jusque vers le milieu de chaque moitié du Tonneau, après quoi elle se termine comme droite ou tangente jusqu'à chacun des fonds ; & c'est par la révolution de cette ligne mixte sur l'axe

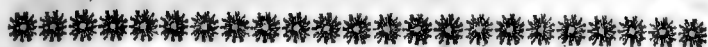
même du Tonneau, qu'il imagine que ce vaisseau est formé, comme s'il résultoit d'une infinité de douves de cette figure.

*La Verge* ou *la Baguette Pithométrique*, ou, comme on l'appelle communément, *la Jauge* ou *le Bâton de jauge* est l'instrument dont se servent les Jaugeurs-jurés pour mesurer la contenance des Tonneaux. Ce bâton, qui est ordinairement de bois, & quelquefois de fer, est quarré ou à quatre faces, de 4 à 5 lignes de largeur, & de 4 pieds 2 ou 3 pouces de longueur, qui est la longueur de la Pipe, le plus grand des vaisseaux en usage pour contenir des liqueurs. L'une de ses faces est divisée selon sa longueur en pieds, pouces & lignes; les autres sont marquées de divisions relatives aux différentes espèces de Tonneaux les plus usités dans les pays du commerce: de manière que le Jaugeur ayant pris avec sa jauge une, deux ou trois des principales dimensions du Tonneau d'espèce donnée, par exemple, sa profondeur ou son diamètre vis-à-vis le bondon, & sa longueur, il peut déterminer la capacité de ce Tonneau.

L'instrument ou le Bâton de jauge de M. Camus est d'une construction très-différente, & d'un usage plus sûr & plus universel. Il sert à mesurer la capacité des Tonneaux supposés non seulement de la figure que nous avons vû ci-dessus que M. Camus leur attribue, mais de figure connue quelconque, Coniques, Paraboloides à deux Conoïdes opposés, Ellipsoïdes, Cylindriques, Parallélépipèdes, &c. & cela avec beaucoup d'exactitude & d'expédition. Aussi est-il chargé de divisions fondées sur une hypothèse moins variable & plus générale.

Il servira également à mesurer la liqueur renfermée dans les vaisseaux qui ne sont pas tout-à-fait pleins; ce qui manque de la liqueur pour les rendre pleins, ou le vuide qui en résulte pouvant aisément être réduit à quelqu'une des figures tronquées dont il est parlé ci-dessus. Par exemple, si le Tonneau qui n'est pas plein est posé verticalement sur un de ses fonds, il est clair que la partie vuide qui se trouvera au dessus vers l'autre fond, sera un Cone ou un Conoïde tronqué, &c. Tous détails qu'il convient mieux de lire dans le Mémoire même que dans un extrait.





# ASTRONOMIE.

## *SUR LA HAUTEUR APPARENTE DU TROPIQUE DU CANCER,*

*Et sur la détermination du Solstice d'E'té.*

**Q**UELQUE rapport qu'ayent entr'eux ces deux Problèmes, & quoique l'un puisse beaucoup aider à la solution de l'autre, ils sont pourtant très-différens. Dans le premier il s'agit de déterminer en degrés la distance du Tropique à l'Équateur, & d'avoir par-là l'inclinaison ou l'obliquité de l'Ecliptique. Dans le second il faut trouver en parties de temps le moment où le Soleil arrive au Solstice, c'est-à-dire, l'instant où la déclinaison du Soleil qui augmentoit auparavant, cesse d'augmenter & commence à diminuer; ce qui fournit l'époque des mouvemens solaires, la grandeur de l'année, & fait la base des Tables solaires. Ces deux Problèmes ont cela de commun, & ils sont l'un & l'autre d'autant plus importans, que ce qui en fait l'objet est devenu le terme de comparaison, & la mesure de tout ce qu'on a remarqué de semblable dans les autres corps célestes; car c'est à l'Ecliptique qu'on rapporte les inclinaisons des orbites des Planètes & la déclinaison des Fixes, & c'est par la révolution annuelle du Soleil ou de la Terre, qu'on mesure la plupart des autres révolutions ou Périodes Astronomiques.

Il seroit donc étonnant que depuis tant de siècles que les plus fameux Astronomes travaillent à perfectionner ces deux Elémens de la science du Ciel, on ne fût point parvenu à les bien connoître. Et en effet, si l'on vouloit se contenter de la précision que nos pères y desiroient, il semble qu'on pourroit s'en tenir à ce que les observations modernes nous

V. les M.  
p. 113, 128  
& 403.

en ont appris, sur-tout depuis qu'on a trouvé l'art d'appliquer les Lunettes & le Micromètre au Quart-de-cercle. Mais ce qui pourroit passer en un temps & à certains égards pour une précision scrupuleuse & superflue, ne se trouve être souvent dans la suite & sous d'autres aspects, que l'ébauche grossière de ce qu'exigeroient les nouvelles vûes que cette précision a fait naître. C'est-là le progrès naturel des Sciences ou plutôt de l'esprit humain.

L'obliquité de l'Ecliptique nous en fournit un exemple remarquable. On est sûr aujourd'hui de connoître cette obliquité à une demi-minute près ; mais que sera-ce s'il s'agit d'y découvrir une variation qui ne va pas à une seconde par an ? Combien d'années, ou quelle finesse d'observation ne faudra-t-il pas pour la constater ? On sçait que M. le Chevalier de Louville, après avoir comparé les déterminations qui avoient été données de l'obliquité de l'Ecliptique depuis environ deux mille ans, en avoit conclu qu'elle diminueoit d'une minute en 100 ans, de manière qu'en moins de 140000 ans l'Ecliptique se confondroit avec l'Equateur \*. Un système si hardi ne pouvoit manquer de trouver des contradicteurs ; il en trouva aussi dans des Astronomes du premier ordre. M.<sup>rs</sup> Cassini & de la Hire alléguèrent d'assez fortes raisons pour le rejeter, ou du moins pour le rendre douteux. Les Anciens, disoient-ils, n'avoient que des instrumens fort imparfaits, ils ignoroient totalement les Réfractions Astronomiques ; que conclurre après cela de leurs observations sur un mouvement si lent, si imperceptible, & qui ne peut se manifester que par une différence angulaire d'une minute en 100 ans ? Cependant cette différence prise sur de grandes masses de temps ou sur un grand nombre de révolutions, & en tant qu'elle tombe toujours du même côté, & qu'elle donne presque toujours la diminution d'obliquité de l'Ecliptique, n'a pas laissé de former un puissant préjugé en faveur du système de M. le Chevalier de Louville ; sans compter que plusieurs observations modernes ont paru depuis le confirmer. Mais cette diminution d'obliquité est-

\* V. l'Hist.  
de 1716.  
P. 48.



elle continue? n'y auroit-il pas une espèce de libration qui la feroit varier tantôt en un sens & tantôt dans l'autre? ou enfin ne feroit-elle pas accidentelle & plutôt physique qu'astronomique?

C'est ce qui vrai-semblablement ne pourra être décidé de long temps, & qu'après un grand nombre d'observations. En attendant, M. Cassini de Thury nous donne les siennes sur ce sujet, & sur la détermination du Solstice d'Été, pour l'année 1740. Elles ont été faites avec un excellent instrument de 6 pieds de rayon, & elles concourent à lui persuader que l'obliquité de l'Ecliptique augmente depuis quelques années, après avoir diminué, & après avoir été, pour ainsi dire, stationnaire pendant quelques autres. Elle étoit il y a dix à douze ans de  $23^{\text{d}} 28' 20''$ , & M. de Thury l'a trouvée de  $23^{\circ} 28' 32''$  en 1740.

A l'égard du Solstice d'Été de la même année, il a dû arriver le 21 Juin vers les  $11^{\text{h}} 51$  ou  $51\frac{1}{2}$  du matin. M. de Thury ne se contente pas de rapporter là-dessus ses propres observations, quoique faites avec grand soin, il y ajoute celles de M. Cassini son père, & celles de M. le Monnier fils; il les compare toutes avec les résultats de l'excellente méthode que M.<sup>rs</sup> Flamsteéd & Manfredi ont publiée sur ce sujet, & il laisse ensuite au lecteur à juger de la préférence qu'on peut donner aux unes plutôt qu'aux autres.

M. le Monnier qui avoit travaillé sur la même matière en 1738, & qui s'étoit servi de l'ascension droite des fixes, comparée avec celle du Soleil avant & après le Solstice, pour en conclure le moment, nous a donné cette année ses remarques, & de nouvelles observations sur l'*Ascension droite d'Arcturus* & de quelques autres Etoiles, en réponse à quelques réflexions qu'on avoit faites à l'Académie sur ses observations de 1738.

La difficulté de déterminer le moment solsticial, vient de ce que la différence en déclinaison & les différentes hauteurs du Soleil quelques jours avant & après le Solstice est presque insensible, & à plus forte raison l'est-elle quelques heures ou

quelques minutes avant & après, autour du Solstice: c'est ce qui oblige d'avoir recours à diverses méthodes indirectes. Il y a grande apparence que les Anciens se contentoient d'observer simplement ces hauteurs, & qu'ils ne pouvoient les avoir que fort imparfaitement par le moyen de leurs *Armillés* ou anneaux Astronomiques. La plus célèbre & la plus ancienne de ces observations dont nous ayons connoissance, est celle qui fut faite à Athènes par Méton & Euctémon, & qui étant réduite à nos époques, répond au 27 Juin de l'an 432 avant l'Ere Chrétienne, &, comme on le conjecture d'après quelques circonstances, vers les cinq heures du matin; car l'heure n'est pas marquée dans les Mémoires qui nous en restent, il est dit seulement que c'étoit le matin; ce qui pouvoit passer alors pour une assez grande exactitude. Du moins est-il certain que du temps de Ptolomée \*, c'est-à-dire, près de six cens ans après, on ne pouvoit, de l'aveu de cet Astronome, s'assurer d'avoir l'heure solsticiale qu'à environ un quart de jour plus ou moins. L'erreur seroit considérable aujourd'hui, avec tous les secours anciens & modernes que nous avons, si l'on s'y trompoit d'un quart d'heure.

\* *Ptol. Alm.*  
L. 2. C. 2.

---

### SUR LE TROISIEME SATELLITE DE JUPITER.

V. les M.  
P. 1.

**L**ES Satellites des Planètes telles que Jupiter & Saturne, indépendamment de leurs utilités astronomiques & géographiques, en ont encore de purement physiques, & sont peut-être de tous les corps célestes, ceux qui ont le plus servi à nous faire connoître le vrai système du Monde. Leurs révolutions périodiques autour de leur Planète principale, leurs Eclipses ou Immerfions dans son ombre, tout-à-fait semblables aux Eclipses de la Lune par l'ombre de la Terre, ont achevé de nous convaincre mieux que n'auroient pu faire tous nos raisonnemens, que la Terre & les Planètes ont

à peu-près le même sort dans l'Univers, & que par conséquent il y a plusieurs Terres comme la nôtre, qui roulent selon les mêmes loix autour du Soleil, & la plupart plus vastes, & à plusieurs égards, mieux partagées que celle que nous habitons.

Mais un des plus grands avantages que nous ayons retirés de la découverte des Satellites & du calcul de leurs Éclipses par rapport à la Physique, a été de nous assurer que la propagation de la lumière n'est pas instantanée comme l'avoient pensé les plus célèbres Philosophes des derniers temps, & de déterminer par leur moyen la vitesse de cette propagation.

La propagation non instantanée de la lumière se déduit de l'accélération & du retardement apparens des Éclipses d'un même Satellite, par le temps que la lumière emploie à traverser l'orbe annuel, selon que la Terre est en conjonction ou en opposition avec Jupiter & le Soleil; car il est évident que si la lumière ne se répand pas en un instant indivisible lorsque nous sommes plus éloignés de Jupiter de tout le diamètre de l'orbe annuel, l'immersion & l'émergence du Satellite doivent se faire sentir plus tard à notre œil, de tout le temps que la lumière emploie à parcourir ce diamètre, ce qui va à environ 22 minutes. L'irrégularité qui en résulte dans le retour des Éclipses des Satellites, est ce qu'on appelle leur seconde Inégalité, qu'on peut nommer aujourd'hui à juste titre, l'Inégalité ou l'Équation de la lumière; car l'Équation en Astronomie est la quantité additive ou soustractive, ou la correction qu'exigent les lieux ou les mouvemens observés des Astres, pour être réduits en moyens ou en réels par rapport au centre de la Terre ou à celui du Soleil. Ainsi voilà une Équation astronomique d'une espèce toute nouvelle & absolument inconnue aux Anciens.

M. Roëmer, qui en est regardé comme l'inventeur, parce qu'il l'a toujours constamment soutenue, en fit part au Public dans le Journal des Sçavans du 7 Décembre 1676, après en avoir lû une dissertation à l'Académie le 22 Novembre précédent. Il paroît cependant par l'Histoire

\* p. 148. latine de M. Duhamel \*, que feu M. Cassini en avoit eu l'idée avant ce temps-là, & qu'il en avoit publié dès le 22 Août 1675 un petit Ecrit devenu très-rare, & dont M. Duhamel rapporte la teneur.

C'est le premier Satellite de Jupiter, le mieux connu de tous, qui fut d'abord l'occasion & presque toujours l'objet principal de l'Equation de la Lumière; car quoique la même théorie doive s'étendre à tous les Satellites, les difficultés & les irrégularités particulières que l'on trouva dans les trois autres, empêchèrent qu'on n'y reconnût l'Equation de la Lumière: le second sur-tout y parut si contraire, que M. Cassini & après lui feu M. Maraldi, se crurent fondés à la rejeter, ou à la tenir du moins pour très-douteuse; ils aimèrent mieux en attribuer l'effet à des causes purement astronomiques, telles, par exemple, que l'inclinaison ou l'excentricité des orbites de ces Planètes secondaires. M. Maraldi écrivit même formellement & à diverses reprises contre l'idée

\* V. les M. de M. Roëmer sur ce sujet \*.  
de 1707, p. 25. de 1727, p. 350, de 1729, p. 393.

Mais M. Maraldi neveu du précédent, & petit neveu de feu M. Cassini, ayant repris le fil de leurs observations, & y ayant ajouté les siennes, n'a pas jugé comme eux de la seconde Inégalité des Satellites. La juste réputation que ces deux grands Astronomes se sont acquise & les liens du sang n'ont pu le retenir dans un sentiment qui se trouve démenti aujourd'hui par les observations les plus ingénieuses & les plus

\* V. l'Hist. de 1737. p. 76.

exactes. L'*Aberration* des Fixes \*, découverte par M. Bradley de la Société Royale de Londres, & constamment attribuée à la propagation successive de la Lumière, s'accorde si parfaitement avec la théorie de M. Roëmer sur le retardement & l'accélération des Eclipses des Satellites, qu'il n'est pas possible d'y méconnoître la même cause. M. Maraldi donna l'année dernière un Mémoire sur la durée des Eclipses du second & du troisième Satellite de Jupiter, d'après les observations qu'il en avoit faites en 1739 & au commencement de 1740, avec des réflexions sur le mouvement du second Satellite. Il donne présentement de nouvelles observations

observations sur les Eclipses & sur le mouvement du troisieme.

Le premier Satellite de Jupiter, par cela même qu'il en est le premier ou le plus proche, ne permet jamais d'observer qu'une des phases de ses Eclipses, son Immersion dans l'ombre, ou son Emerfion, & par conséquent nous n'en fçaurions observer la demeure; car l'ombre de Jupiter nous étant toujours opposée, tantôt plus & tantôt moins, tantôt d'un côté & tantôt de l'autre, nous ne fçaurions voir la partie de cette ombre ou de la bafe du cone qu'elle forme tout proche du disque éclairé de la Planète. Or le premier Satellite est toujours renfermé dans les limites de cette partie de l'ombre qui nous est cachée; ainfi nous ne voyons que ses Immersions pendant que la Terre parcourt une moitié de l'orbe annuel, & ses Emerfions lorsque la Terre parcourt l'autre moitié. Il feroit cependant très-avantageux d'avoir la durée des Eclipses, non seulement parce qu'elle double le nombre de ces fortes d'observations, mais encore parce que c'est en comparant la plus longue & la plus courte durée des Eclipses d'un Satellite, que l'on en conclut l'inclinaifon de son orbe sur l'orbe de fa Planète principale: élément de calcul très-important dans la matière dont il s'agit.

Ce que nous venons de dire du premier Satellite de Jupiter, a lieu pour le fecond, fi l'on en excepte quelques cas particuliers qui font très-rares.

Mais le troisieme offre à l'observateur tout ce qu'il y a de plus favorable pour éclaircir les difficultés qu'on a faites contre l'Equation de la lumière. Ses Eclipses ne font pas à beaucoup près auffi fréquentes que celles du premier & du fecond, mais il y en a un grand nombre dont on peut voir le commencement, la fin & la durée. Il est vrai que le quatrième l'emporteroit sur celui-ci par cet avantage qui lui vient de son plus grand éloignement de Jupiter, mais ses Eclipses font plus rares. Pour se faire une idée du résultat de cette compensation, il n'y a qu'à voir que dans cette année 1741, par exemple, on trouve 45 Eclipses du troisieme,

*Hift. 1741.*

P

parmi lesquelles il y en a 33 qui donnent l'immersion & l'émerſion, & 12 ſeulement qui ne donnent que l'une ou l'autre de ces deux phases. Il eſt vrai que le 4.<sup>me</sup> Satellite n'a dans tout l'année que deux Éclipſes qui ſoient dans ce dernier cas, mais auſſi n'en a-t-il que 18 en tout. A quoi l'on peut ajouter que la demeure dans l'ombre ou la durée des Éclipſes du 3.<sup>me</sup> Satellite étant ordinairement plus courte que la durée des Éclipſes du 4.<sup>me</sup>, parce que ſon mouvement eſt plus prompt, & plus prompt en plus grande raiſon que les grandeurs des diamètres du cône d'ombre, qui répondent à leurs orbites, l'obſervateur doit avoir plus ſouvent la faculté de voir ſur un même horizon ou dans une même nuit, le commencement & la fin des Éclipſes du 3.<sup>me</sup> Satellite de Jupiter que du 4.<sup>me</sup> Ainſi M. Maraldi eſt fondé à dire que le 3.<sup>me</sup> eſt de tous les Satellites de Jupiter celui qui fournit le plus de moyens d'éclaircir & de conſtater la théorie dont il s'agit.

La difficulté eſt de démêler le retardement qui appartient à la propagation ſucceſſive de la Lumière, & celui qui n'a pour cauſe que l'inclinaïſon des orbites ou quelques autres irrégularités. Le peu d'inclinaïſon de l'orbite du premier a rendu d'abord le retardement de la Lumière très-ſenſible & non équivoque. La grande inclinaïſon du ſecond au contraire a fait confondre les deux cauſes, & a donné lieu de ſoupçonner quelque choſe d'équivalent, mais d'inconnu à l'égard du premier. M. Maraldi fit voir l'année dernière que le ſecond Satellite eſt ſujet à une inégalité ſynodique, qui monte à 24 minutes de temps, tantôt additive, tantôt ſouſtractive, & que la variation de l'inclinaïſon de ſon orbite pouvoit produire dans ſes Éclipſes une inégalité de 22 minutes, qui eſt, comme nous l'avons dit, le plus haut point où puiſſe aller le retardement cauſé par la propagation ſucceſſive de la Lumière. Une compenſation ſi juſte de la nouvelle Équation & qui n'avoit pas échappé à ſeu M. Maraldi, étoit ſans doute très-capable de le confirmer dans ſes idées contre l'Équation de M. Roëmer. C'eſt à travers toutes ces difficultés, qui ſe compliquent encore avec quelques

apparences purement optiques, telles que l'étendue & l'intensité de Lumière des Satellites dans leurs phases, dont M. de Fouchy donna la théorie en 1732, que M. Maraldi a entrepris de démêler & de constater l'Équation de la Lumière. Il a calculé à ce dessein près de 300 observations d'Eclipses du troisième Satellite de Jupiter, & c'est d'une partie de ces observations qu'il nous donne ici la Table relativement à l'inclinaison de l'orbe de ce Satellite, ses nœuds étant supposés à  $14^{\text{d}} 30'$  du Lion & du Verseau, & le demi-diamètre de l'ombre vu du centre de Jupiter à la distance de l'orbe, de  $3^{\text{d}} 44'$ .

Si la propagation successive de la Lumière est réelle & sensible à la distance de Jupiter, comme on ne peut plus en douter aujourd'hui par l'observation des Fixes, il faut nécessairement que ses effets se mêlent dans les Eclipses des Satellites vus de la Terre, & toute théorie où ces effets n'entreront pour rien, sera défectueuse; mais l'art de les indiquer sûrement & de les évaluer dans tous les cas parmi ce grand nombre d'autres circonstances qui se confondent avec eux & qui les font souvent disparaître, ne sera le fruit que d'une infinité d'observations & de travaux.

## SUR LE CALCUL INFINITESIMAL

*Des différences dans la Trigonométrie sphérique,  
par rapport à l'Astronomie.*

DANS les Mathématiques mixtes, telles que l'Astronomie, il se présente à tout moment des recherches très-déli- V. les M.  
cates à faire pour en rectifier ou pour en simplifier la p. 238.  
pratique; ce sont autant de nouvelles théories qui se confondent avec la science même par leur commun objet qui est la justesse, la facilité & la promptitude des opérations. Les opérations astronomiques consistent dans les observations immédiates, & dans les calculs qui en donnent les résultats.

On voit assez que quelque exactes que soient les observations, il n'est pas possible qu'il ne s'y glisse quelque erreur, soit par l'imperfection des instrumens qu'on y emploie, soit par la foiblesse de nos organes, pour qui même des instrumens trop parfaits & poussés jusqu'à un certain degré de finesse pourroient devenir inutiles. A l'égard des calculs ils sont par eux-mêmes & spéculativement parlant, infaillibles, en tant qu'ils dérivent des opérations arithmétiques; mais leur résultat est plus ou moins susceptible d'erreur, par la nature des cas auxquels on les applique, par les hypothèses sur lesquelles ils sont fondés, par le différent aspect sous lequel on considère les observations qui en font la matière, & enfin par la méthode plus ou moins lumineuse qui en conduit les pas.

L'art de démêler les sources d'erreur, d'en évaluer les effets, & d'assigner les cas & les circonstances où l'erreur est plus ou moins grande, &, s'il est permis de le dire, plus ou moins commissible, seroit presque l'art de nous en affranchir s'il pouvoit arriver jusqu'à un certain degré de perfection & être appliqué à toutes les Sciences. Mais ce n'est guère que dans les Mathématiques qu'on peut se flater de l'introduire avec quelque succès.

Il y a environ 30 ans qu'un des plus profonds Géomètres d'Angleterre \*, composa dans cet esprit & principalement en faveur des Astronomes, un Traité qui a été imprimé avec ses Œuvres posthumes, & qui a pour titre, *Estimation des erreurs dans les Mathématiques mixtes, par les variations des parties des Triangles plans & sphériques*. Mais outre que ce livre est assez rare, il est peut-être encore plus difficile à entendre, par la manière concise, pour ne pas dire obscure, dont il est écrit. Ainsi M. l'Abbé de la Caille que son application à l'Astronomie théorique & pratique met tous les jours en état de sentir les besoins des Calculateurs en cette science, a jugé avec raison que ce seroit rendre un grand service à plusieurs d'entr'eux, d'extraire, d'éclaircir & d'étendre toutes les formules du Traité dont nous venons de parler, qui ont rapport à l'Astronomie, ou, ce qui revient au même, à la

\* Roger Cotes,  
mort en 1716,  
à l'âge de 34  
ans.



réfolution des Triangles sphériques, & dont il a aussi fait voir l'usage & l'utilité par des exemples choisis.

On imagine ici que deux côtés du Triangle ou deux de ses angles, ou un angle & un côté demeurant constans, un autre côté ou un autre angle varié continuellement & à chaque instant d'une quantité, ou par une différence infiniment petite; ce qui appartient au calcul différentiel, & qui fait le fond de la méthode & de la théorie; mais la pratique sera dispensée d'avoir recours à ce calcul, par les formules ou simples analogies que M. l'Abbé de la Caille y a substituées, & qu'il a réduites à la forme ordinaire du calcul purement trigonométrique, communément plus familier aux Astronomes. C'est-là véritablement travailler pour le Public, & perfectionner l'art, qui ne sera jamais si parfait que quand il exigera moins d'industrie & de sçavoir de la part de l'Artiste.

Nous renvoyons aux Mémoires

L'Eclipse de Lune observée le 13 Janvier 1740, à V. les M<sup>rs</sup> l'Hermitage qui est sur la montagne de Sainte-Victoire, à P<sup>ie</sup> 433. trois lieues vers l'Orient d'Aix en Provence, par M. l'Abbé de la Caille, lorsqu'il travailloit avec M. de Thury à la vérification de la Méridienne de l'Observatoire prolongée jusqu'aux extrémités de la France.

M. de Maupertuis a donné cette année son *Discours sur la Parallaxe de la Lune*. C'est en partie le fruit & la suite des fameuses observations du Nord. Cet ouvrage a pour but, 1.<sup>o</sup> L'usage qu'on peut faire de la mesure de quelques arcs de la surface de la Terre, pour perfectionner la Géographie & la Navigation; 2.<sup>o</sup> L'utilité qu'on peut tirer des expériences du Pendule, pour déterminer les quantités & les directions de la Pesanteur sur différens points de la Terre; 3.<sup>o</sup> Et enfin la manière dont on doit se servir des dimensions du Globe terrestre pour perfectionner la théorie de la Lune. M. de Maupertuis y ajoute un abrégé ou extrait des opérations qui ont été faites à Torneâ pour la mesure

PARALLAXE  
de la  
LUNE.

du degré du Méridien auprès du cercle Polaire, & de quelques expériences sur la Pesanteur, telle qu'on la déduit des différentes longueurs du Pendule à différentes Latitudes.

La Parallaxe de la Lune n'est autre chose que l'angle sous lequel seroit vû le demi-diamètre de la Terre observé du centre de la Lune, ou, ce qui revient au même, l'angle que formeroient les rayons visuels dirigés au centre de la Lune par deux observateurs, dont l'un seroit sur la surface, & l'autre au centre de la Terre. De ces deux lignes, de l'angle compris & du demi-diamètre de la Terre qui en est la base, résulte un triangle dont deux côtés quelconques, & un des angles étant donnés, on aura le troisième côté & les deux autres angles. D'où il est clair que la distance de la Lune, le demi-diamètre de la Terre & l'angle Parallaxique sont trois quantités réciproques, qui étant connues deux à deux, fourniront toujours de quoi connoître la troisième qu'on cherche. Aussi confond-t-on quelquefois dans le langage astronomique la distance de la Lune, soit optique, soit réelle, avec la Parallaxe, en tant que celle-ci renferme la supposition ou la connoissance du demi-diamètre terrestre.

Tant qu'on a considéré la Terre comme une Sphère sensiblement parfaite, on n'a point cru que la Parallaxe de la Lune pût recevoir d'autre variation que celle qui lui survient par les différentes distances de cet Astre à la Terre, selon qu'il est à son Apogée, à son Périgée ou à ses distances moyennes; parce qu'alors le demi-diamètre terrestre est une grandeur constante. Mais dès que la sphéricité parfaite n'a plus lieu, & que la Terre devient, comme on le pense aujourd'hui, un Sphéroïde, soit oblong, soit applati vers les Poles, il est évident que la Parallaxe lunaire variera encore à raison des différens demi-diamètres terrestres qui soutendront l'angle Parallaxique, & qui doivent être pris depuis le centre jusqu'au point de la surface du Sphéroïde où est placé l'observateur: car ces demi-diamètres ne sçauroient être égaux entre eux si ce n'est sous l'Equateur, ou de part & d'autre sous de semblables Parallèles; ils varient sur tous les autres points.

On voit par-là combien l'observation de la Parallaxe lunaire exige aujourd'hui de nouvelles attentions, & combien les conclusions qu'on en peut tirer par rapport aux distances de la Lune, ou à la grandeur & à la figure réciproques de la Terre, supposent de finesse dans la théorie & dans les calculs. A peine cependant s'appercvra-t-on de cette complication dans l'ouvrage dont il s'agit, par la brièveté & la netteté des démonstrations qu'il contient. M. de Maupertuis y considère la Terre sous la forme du Sphéroïde applati qu'il s'est si bien acquis le droit de préférer à tout autre; & c'est à la suite & en conséquence de cette hypothèse qu'il résout les principaux Problèmes que renferment les trois objets qu'il s'étoit proposés.

**Q**UOIQUE depuis le renouvellement des Sciences en HISTOIRE  
CÉLESTE. Europe on ait vû paroître une infinité de Recueils d'observations astronomiques, il n'y en a que trois ou quatre qui, par le nombre & l'importance des observations qu'ils contiennent, ayent mérité le titre d'*Histoire Céleste*. Le premier ouvrage qui ait été donné sous cette forme est un Recueil des observations de Tycho-Brahé; il ne manque à la *Machine Céleste* d'Hévélius, que le nom d'Histoire pour faire le second; l'*Histoire Céleste Britannique* de Flamsteed sera le troisième; & enfin nous aurons le quatrième dans l'*Histoire Céleste ou Recueil de toutes les observations astronomiques faites par ordre du Roy*, & qu'on pourroit justement qualifier d'Histoire Céleste Françoisé, dont M. le Monnier vient de nous donner le premier Volume.

Il y embrasse tout ce qui fait l'objet de ces sortes d'Histoires, Passages des Planètes par le Méridien, Eclipses de Soleil & de Lune, Immersions & Emerfions des Satellites, Diamètres apparens des Astres, Occultations des Fixes par la Lune, Longitudes, Latitudes, Ascensions droites & Catalogues d'Etoiles, &c. depuis l'année 1666, qui est celle de l'établissement de l'Académie, jusqu'en 1685 inclusivement, où se termine ce premier Volume.

La plupart de ces observations, quoiqu'employées peut-être sous différens points de vûe par les Auteurs qui les ont faites, demeuroident éparfées & comme enſévelies dans des Recueils informes ou dans les anciens Regiſtres de l'Académie. C'étoient les pièces justificatives de pluſieurs réſultats auxquels elles avoient ſervi de baſe, & qu'on reſervoit en même temps pour d'autres beſoins à venir. M.<sup>ts</sup> Picard, Auzout, Caſſini, Roëmer, de la Hire, & en dernier lieu le Chevalier de Louville, nous ont laiſſé des richèſſes immenſes dans ce genre, mais qu'il n'étoit pas aiſé de recueillir d'une manière utile pour la poſtérité, ſans beaucoup de travail, de choix & de lumières. C'eſt ce que l'on verra dans le Diſcours préliminaire qui eſt à la tête, & encore mieux par l'exécution de ce vaſte projet.

## DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

### I.

#### *Sur la Théorie de Saturne.*

**L**A Théorie d'une Planète conſiſte dans la connoiſſance de tout ce qui peut ſervir à déterminer ſes mouvemens vrais ou apparens, en quelque temps qu'on les demande; ſes Conjonctions, ſes Oppoſitions & ſes Configurations quelconques par rapport à la Terre, au Soleil & aux autres Planètes; la durée de ſes révolutions autour du Soleil & de la Terre; ſes différentes diſtances, & par conſéquent la figure, la grandeur & l'excentricité de ſon orbite; ſes Anomalies ou Irrégularités, ſoit optiques, ſoit réelles; le Lieu de ſon Aphélie & de ſon Périhélie, de ſon Apogée & de ſon Périgée, &c. autant d'articles de la Théorie de Saturne, ſur leſquels M. l'Abbé de la Caille Profeſſeur de Mathématique au Collège Mazarin, eſt venu lire ſes remarques à la Compagnie.

L'Oppoſition

L'Opposition de Saturne avec le Soleil, arrivée le 24 Janvier de cette année, suivant l'observation que M. l'Abbé de la Caille en avoit faite lui-même à l'Observatoire Royal, a été l'occasion de tout ce qu'il nous a donné sur ce sujet.

Quoique la Théorie de cette Planète soit la plus facile de toutes à déduire immédiatement des observations, c'est celle cependant qui peut fournir le plus de doutes.

Cette facilité vient de ce que Saturne est de toutes les Planètes supérieures celle dont on peut avoir le plus souvent des positions indépendantes de la seconde Inégalité, c'est-à-dire, dont les Oppositions arrivent le plus souvent : car il n'y a guère plus de 378 jours d'intervalle entre deux de ces Oppositions, au lieu qu'entre celle de Jupiter il y a 400 jours, & qu'il se passe 2 ans & 50 jours entre celle de Mars. On appelle première Inégalité d'une Planète, l'irrégularité apparente du mouvement qui naît de sa révolution autour du Soleil, en tant qu'on imagine l'Observateur placé dans cet Astre, & seconde Inégalité celle qui se complique avec son mouvement vu de la Terre. L'Astronomie n'est, à proprement parler, que la Science des apparences célestes réduites au calcul ; ce qui s'y mêle de causes réelles & mécaniques, n'est pas oublié par les Astronomes quand ils sont assez heureux pour le découvrir ; mais ce n'est, à la rigueur, que l'affaire de la Physique.

La facilité de déduire la Théorie de Saturne des observations immédiates, vient encore de ce qu'on peut observer 29 points de l'orbite de Saturne pendant une seule de ses révolutions, au lieu qu'on n'en peut observer que 11 de Jupiter, & que Mars fait souvent une révolution entière sans qu'on puisse observer une seule de ses Conjonctions avec le Soleil ; car c'est par le moyen des Conjonctions, des Aphélies, & autres semblables points importans marqués sur la route de ces vastes corps, qu'on peut le mieux déterminer la nature & la quantité de leur mouvement.

Enfin cette plus grande facilité est fondée sur ce que Saturne ne parcourant d'une Conjonction à l'autre qu'environ

13 degrés & demi de son orbite, il est aisé de connoître son vrai lieu pour un instant quelconque compris entre plusieurs observations d'Oppositions consécutives; ce qui donne l'équivalent de plusieurs observations immédiates qu'on auroit faites dans l'Aphélie & le Périhélie de cette Planète, dans ses distances moyennes, dans ses Nœuds, c'est-à-dire, aux points où son orbite coupe l'Ecliptique, & dans ses limites qui sont les points les plus éloignés de ses Nœuds & de l'Ecliptique.

Voici présentement les principaux doutes qu'on peut former sur la Théorie de Saturne, & dont la discussion fait le sujet du Mémoire de M. l'Abbé de la Caille.

1.<sup>o</sup> Si la ligne qui joint les Nœuds de cette Planète passe par le Soleil, ou, ce qui est la même chose, si l'angle de l'inclinaison des Limites vû du Soleil est le même de part & d'autre vers l'un & l'autre Pole. Car la plupart des Physiciens qui ont appliqué la Géométrie à l'Astronomie, regardent cette égalité comme certaine; mais il semble que M. de la Hire ait observé le contraire, puisque dans ses Tables Astronomiques, il fait la distance ou l'angle d'inclinaison des Limites boréales vû du Soleil, plus petit de  $3\frac{1}{2}$  que celui de l'inclinaison des Limites australes.

2.<sup>o</sup> Si le mouvement de cette Planète n'est pas considérablement altéré lorsqu'elle approche de sa Conjonction avec Jupiter, comme il suit des nouvelles Théories physiques.

3.<sup>o</sup> Si le mouvement de son Aphélie est uniforme comme dans les autres Planètes principales, soit qu'on le suppose réel, soit qu'on l'attribue à la Précession des Equinoxes.

Sur le premier de ces doutes M. l'Abbé de la Caille se détermine pour l'affirmative; il croit que l'hypothèse de M. de la Hire ne peut subsister, & que les angles d'inclinaison des Limites australes & boréales de Saturne sont égaux. Cependant comme le nom d'un si grand Astronome méritoit bien qu'on ne rejetât pas son opinion sans un examen approfondi de tout ce qui pouvoit la favoriser ou la combattre, M. l'Abbé de la Caille s'est acquitté de ce devoir à l'avantage du lecteur.

Quant à la seconde difficulté sur le trouble que la Conjonction de Saturne avec Jupiter peut apporter à son mouvement, M. l'Abbé de la Caille pense qu'il est réel, & il le prouve par les observations. On sçait que cette idée est due au célèbre Newton, & qu'elle est fondée sur l'attraction mutuelle que les deux Planètes doivent exercer l'une sur l'autre, avec d'autant plus de force qu'elles sont plus proches. Le plus important étoit de constater le fait, après quoi il sera permis à chacun, selon ses lumières, d'expliquer l'attraction, cet effort réciproque de deux corps l'un sur l'autre, ou par une vertu purement métaphysique, ou par une impulsion dont le mécanisme nous est encore inconnu. Cependant M. l'Abbé de la Caille croit pouvoir conclure de tout ce qu'il rapporte sur ce sujet, que cette cause d'altération au mouvement de Saturne est peu sensible, & qu'elle ne peut empêcher qu'on n'établisse des hypothèses exactes du mouvement de cette Planète.

Il ne pense pas de même sur le troisième doute qu'il s'étoit proposé d'examiner, sçavoir, si le mouvement de l'Aphélie est uniforme. Il croit qu'on ne peut absolument ni rejeter ni admettre cette uniformité, & que c'est-là en même temps le plus grand ou le seul obstacle à la perfection des Tables de Saturne.

Mais nous nous dispenserons d'entrer dans les curieux détails que M. l'Abbé de la Caille nous a donnés sur cet article comme sur tous les autres, & d'autant plus qu'ayant été reçu quelques mois après à l'Académie, il pourra lui-même, s'il le juge à propos, faire part au public de son Mémoire, en le joignant à ceux que l'Académie fait imprimer tous les ans; on peut avoir remarqué ci-dessus \* qu'il a déjà joui de ce privilège dans ce même Volume.

\* pp. 115.  
& 117.

Il est certain par les observations modernes comparées avec celles des Anciens depuis environ deux mille ans, que le mouvement de Saturne paroît sensiblement ralenti, tandis que celui de Jupiter s'est accéléré. Ce seroit matière à une grande & belle recherche que de sçavoir si cette circonstance

124 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
entre comme cause ou comme effet dans les irrégularités  
dont nous venons de parler.

I I.

*Sur un Satellite aperçu auprès de la Planète  
de Vénus.*

La Terre a un Satellite qui est la Lune, Jupiter environ cinq fois aussi loin du Soleil que la Terre en a quatre, & Saturne près de deux fois aussi loin que Jupiter en a cinq, sans compter l'Anneau qui lui tient lieu de plusieurs Satellites, pour l'éclairer pendant la nuit. L'esprit systématique, la commodité des analogies & le penchant que nous avons à faire agir la Nature selon nos vûes & nos besoins, n'ont pas manqué là-dessus de persuader à bien des Philosophes que les Satellites avoient été donnés aux Planètes les plus éloignées du Soleil, comme un supplément à sa lumière affoiblie par l'éloignement, & qu'ils leur avoient été donnés en d'autant plus grand nombre qu'elles étoient plus éloignées de cet Astre. Mais la Planète de Mars vient rompre la chaîne de l'analogie, étant beaucoup plus loin du Soleil que nous, & n'ayant point de Satellite, du moins ne lui en a-t-on pu découvrir aucun jusqu'ici, quelque soin qu'on se soit donné pour cela. A l'égard des Planètes inférieures, Vénus & Mercure, on a cru qu'elles n'en avoient point & qu'elles n'en devoient point avoir, étant beaucoup plus proches du Soleil que la Terre; elles sont aussi le plus souvent confondues dans ses rayons, & cette circonstance n'augmente pas peu la difficulté de découvrir ce qui les environne.

Cependant feu M. Cassini aperçut en 1686 auprès de Vénus, quelque chose qui avoit toutes les apparences d'un Satellite; c'est dans son Traité de la Lumière Zodiacale qu'il le rapporte. Il venoit d'observer cette Lumière le 28 Août à 4 heures 15 minutes du matin, lorsqu'en regardant Vénus par une Lunette de 34 pieds, il vit à trois cinquièmes de son diamètre vers l'Orient, une *lumière informe* de toute autre



espèce, & qui sembloit imiter la phase actuelle de Vénus, dont le disque étoit échancré du côté de l'Occident. Le diamètre de ce *Phénomène* étoit à peu-près égal à la quatrième partie du diamètre de Vénus. M. Cassini l'observa pendant un quart d'heure, après quoi il ne le vit plus, sans doute par la clarté du jour ou du crépuscule, qui étoit grande. Il ajoute que le 25 Janvier de l'année 1672, il avoit vû une apparence toute semblable depuis 6 heures 52 minutes du matin jusqu'à 7 heures 2 minutes, où la clarté du crépuscule la fit évanouir, Vénus étoit de même en croissant & le *Phénomène* aussi ; de manière que quelque réservé que fût M. Cassini sur les nouveautés astronomiques, il ne put s'empêcher après ces deux observations, de douter du moins si ce ne seroit point là un Satellite de Vénus, *d'une consistance moins propre à réfléchir la lumière du Soleil* que sa Planète principale ; & qui auroit à peu-près la même proportion avec Vénus que la Lune a avec la Terre. M. Grégori en parle plus affirmativement dans l'endroit de son *Astronomie physique*, liv. 6, où il examine quelles seroient les apparences du Ciel vû de Vénus, & il croit plus que vrai-semblable d'après les deux observations de M. Cassini, que c'est en effet un Satellite de cette Planète.

Ce qui est surprenant, c'est que quelques recherches que M. Cassini ait faites depuis en divers temps, *pour achever une découverte de si grande importance*, il n'a jamais pu y réussir, & nul autre Astronome que nous sçachions, dans l'espace de 54 ans, n'a pu voir ce *Phénomène* après lui, non pas même M. Bianchini célèbre par ses découvertes sur la Planète de Vénus, quoiqu'il y ait employé d'excellentes Lunettes de Campani de plus de 100 pieds de longueur.

Voilà où l'on en étoit sur le Satellite vrai ou apparent de Vénus, lorsque M. Short Ecossois, également habile à construire des Télescopes & à s'en servir pour les observations astronomiques, revit enfin l'année dernière ce Satellite, si c'en est un, dans les mêmes circonstances & avec les mêmes phases que M. Cassini a décrites. C'est ce que j'apprends au

commencement du mois de Janvier de cette année, par M. Coste auteur de la Traduction du livre de l'Entendement Humain de Locke, & de plusieurs autres ouvrages; j'en fis part à l'Académie, & cette Compagnie me chargea de m'informer plus particulièrement de cette observation & de ses suites, & de lui en rendre compte. Mais par malheur la nouvelle apparition du Satellite de Vénus, trop semblable en cela aux deux premières, n'a pas été plus constante. M. Short n'avoit pu encore le revoir au mois de Juin dernier. Son observation fut faite à Londres le 3 Novembre 1740 au matin, avec un Télescope par réflexion de  $16\frac{1}{2}$  pouces Anglois, & qui augmentoit 50 à 60 fois le diamètre de l'objet: M. Short aperçut d'abord comme une petite Etoile fort proche de Vénus, sur quoi ayant adapté à son Télescope un plus fort Oculaire & un Micromètre, il trouva la distance de la petite Etoile à Vénus de 10 minutes 20 secondes. Vénus paroissant alors très-distinctement & le Ciel étant fort serein, il prit des Oculaires trois ou quatre fois plus forts, & il vit avec une agréable surprise que la petite Etoile avoit une phase, & la même phase que Vénus; son diamètre étoit un peu moins que le tiers de celui de Vénus, sa lumière moins vive, mais bien terminée; le grand Cercle qui passoit par le centre de Vénus & de ce Satellite, qu'il seroit difficile de qualifier autrement, faisoit un angle d'environ 18 à 20 degrés avec l'Equateur, le Satellite étant un peu vers le Nord, & précédant Vénus en Ascension droite. M. Short le considéra à différentes reprises & avec différens Télescopes, pendant l'espace d'une heure de temps, jusqu'à ce que la lumière du jour ou du crépuscule le lui ravit entièrement. Ces circonstances sont tirées d'une lettre de M. Turner, écrite de Londres le 8 Juin à M. Coste.

Un Corps céleste si difficile à apercevoir de la Terre, ne paroît point être fait pour nous, & l'on ne sçauroit guère se défendre d'en conclurre qu'il est donc destiné à éclairer un autre Monde & d'autres Habitans. L'analogie à cet égard, prise en général, ne laisse rien à desirer.

Mais nous remarquerons ici qu'elle pourroit n'être pas si bien fondée cette analogie, à l'égard du nombre des Satellites, qu'on croit devoir être d'autant plus grand que la Planète principale est plus éloignée du Soleil. Nous avons déjà vu qu'elle se démentoit par rapport à la Planète de Mars plus éloignée que nous, & qui n'a pourtant pas de Satellite, & voilà qu'elle se dément encore à l'égard de la Planète de Vénus moins éloignée que nous, & qui en a un aussi gros que notre Lune. Mais sans nous arrêter à des exceptions qui pourroient encore être douteuses, examinons la chose en elle-même. La nuit d'une Planète, toutes choses d'ailleurs égales, doit être censée d'autant plus profonde que son jour a été plus brillant ; car le passage de l'un à l'autre en sera d'autant plus marqué. Donc si les Planètes de Vénus & de Mercure ont des Habitans, & si nous jugeons de leurs besoins par les nôtres, comme le suppose l'analogie en question, une ou plusieurs Lunes leur sont d'autant plus nécessaires pendant la nuit, qu'ils sont plus proches du Soleil & qu'ils ont été plus éclairés pendant le jour. Ce sera, comme on voit, tout le contraire pour les Planètes plus éloignées, pour Jupiter, par exemple, qui est environ 5 fois plus loin du Soleil que nous ; sa lumière ou son illumination pendant le jour étant en raison inverse du carré de sa distance, se trouvera par-là environ 25 fois plus foible que celle que nous recevons. La nuit de Jupiter sera donc à cet égard 25 fois moins obscure que la nôtre ; car le jour & la nuit ou un moindre jour, sont pour les mêmes yeux des quantités purement relatives.

D'un autre côté les 4 Lunes de Jupiter, les 5 Lunes de Saturne & la partie éclairée de son Anneau ne feront point une compensation à la foible lumière du jour lorsqu'elles paroîtront pendant le jour ; car leur lumière réfléchie étant, toutes choses d'ailleurs égales, proportionnelle à la lumière directe du Soleil, elle sera éteinte en présence du Soleil, comme l'est celle de notre Lune. Ainsi de quelque façon que l'on tourne la raison de convenance alléguée à ce sujet, on y trouvera peu de solidité.

Les analogies & les causes finales ont cela d'utile qu'elles font un nouveau motif de curiosité & d'attention pour les observateurs. Hors de-là, & vû notre ignorance dans les secrets & les intentions de la Nature, elles sont superflues & elles deviennent même nuisibles si elles nous empêchent d'observer ce qui peut les contredire. Combien est-il donc plus à propos de s'en tenir aux faits connus, & de ne partir que du mécanisme de la Nature, pour en constater ou pour en expliquer les Phénomènes?

Nous avons remarqué ailleurs que les Planètes inférieures, telles que Vénus & Mercure, devoient être toujours ceintes & enveloppées plus ou moins de la matière zodiacale ou atmosphère solaire. Or si cette matière est lumineuse par elle-même, l'obscurité des nuits de ces Planètes en sera beaucoup moindre. Mais si avec cela les Planètes inférieures ont des Satellites, cette même matière, lumineuse ou non lumineuse, dont leurs Satellites ne seront pas moins environnés qu'elles, pourra, selon toutes les vicissitudes d'étendue & de densité auxquelles on sçait qu'elle est sujette, devenir pour nous une source d'erreur & d'incertitude dans les apparitions imparfaites ou peu durables de ces Satellites.

N'oublions pas encore en faveur de l'existence du Satellite de Vénus, qu'il pourroit bien y avoir ici quelque chose de semblable à ce qu'on remarque dans le 5.<sup>me</sup> Satellite de Saturne, auquel, après bien des observations, on a été obligé de reconnoître une période d'augmentation & de diminution de lumière qui le rendoit visible dans sa plus grande digression occidentale, & invisible dans l'orientale.

## III.

### *Sur les Antipodes.*

On appelle Antipodes les Habitans ou les lieux de la Terre diamétralement opposés, qui sont dans des parallèles également éloignés de l'Equateur, & dans deux moitiés opposées du Méridien. On ajoute communément que les  
Antipodes

Antipodes ont même vicissitude de saisons en sens contraire, même longueur réciproque de jours & de nuits, & mêmes degrés de chaud & de froid de la part du Soleil en des saisons opposées; ce qui n'est pas absolument exact, en ce que le Soleil est plus près de la Terre lorsqu'il est dans l'hémisphère austral & que nous avons l'Hiver, que lorsqu'il est dans l'hémisphère boréal & que nous avons l'Été; & de plus, en ce que l'année n'est pas partagée également par les saisons, le Soleil faisant 8 à 9 révolutions de plus dans l'hémisphère boréal que dans l'austral, ce qui peut produire en effet des saisons sensiblement différentes, quoiqu'univoques.

Ce qu'il y a de plus propre aux Antipodes & en quoi seulement nous les considérons ici, c'est d'être dans des lieux diamétralement opposés entr'eux sur le Globe Terrestre; de manière qu'ayant mené une perpendiculaire ou une verticale à un lieu quelconque, & qui par conséquent passe par le Zénith de ce lieu, l'endroit opposé de la surface du Globe que cette verticale prolongée ira couper, en soit l'Antipode. Tout le reste n'est qu'accessoire à cette idée, dans la supposition énoncée ou tacite de la Sphéricité de la Terre; car si la Terre n'est point une Sphère, si c'est un Sphéroïde elliptique, aplati, ou alongé vers les Poles, il n'y a plus d'Antipodes réciproques. C'est-à-dire, par exemple, qu'ayant mené une ligne par le Zénith de Paris & par le centre de cette Ville qui est dans l'hémisphère boréal, cette ligne ira couper l'hémisphère austral en un point qui sera l'Antipode de Paris, mais dont Paris ne sera pas l'Antipode; ainsi l'égalité réciproque de position, de latitude, de jours & de nuits dans les hémisphères opposés à six mois de différence, & tout ce qu'on a coutume de renfermer dans l'idée des Antipodes comme inséparable, ne l'est plus, & doit effectivement en être séparé dès que l'on déroge à la Sphéricité de la Terre. Il ne faut à la vérité qu'un peu d'attention pour s'en convaincre; mais enfin nous ne savons pas qu'on y eût pensé, & M. le Breton de Falaise en Normandie, qui nous a envoyé cette remarque, mérite qu'on lui en fasse honneur.

*Hist. 1741.*

R

Tout ceci est fondé sur ce que la Sphère, ou, pour simplifier cette Théorie, le Cercle est la seule figure régulière que tous les diamètres passans par son centre coupent à angles droits. Donc en toute figure terminée par une autre courbe, dans l'Ellipse, par exemple, la perpendiculaire menée à un de ses points ou à sa tangente, excepté les deux axes qui répondent ici à la ligne des Poles, ou à un diamètre quelconque de l'Equateur, ne sçauroit passer par son centre ni aller rencontrer la partie opposée du Méridien elliptique à angles droits. Donc le Nadir de Paris n'est pas le Zénith de son Antipode, & réciproquement; & si l'on élevoit au milieu de Paris une colonne bien perpendiculaire à la surface de la Terre, elle ne seroit pas dans la même ligne que celle qu'on élèveroit pareillement au point Antipode de Paris; mais elle en déclineroit par un angle plus ou moins grand, selon que l'Ellipse ou le Méridien elliptique différeroit plus ou moins du Cercle. La latitude de l'un & de l'autre de ces deux points différera donc en même raison, & conséquemment la longueur des jours & des nuits des mêmes saisons, &c.

Les lieux situés à l'un & l'autre Pole ou sur l'Equateur en sont exceptés, parce que dans le premier cas c'est un des axes de l'Ellipse qui joint les deux points, & que dans le second il s'agit toujours d'un Cercle dont l'autre axe de l'Ellipse est le diamètre; le Sphéroïde quelconque applati ou allongé étant toujours imaginé résulter de la révolution du Méridien elliptique autour de l'axe du Monde.

Les nouvelles connoissances qui ne consistent le plus souvent qu'en des limitations ou des corrections des anciennes, entraînent nécessairement des distinctions délicates dont on ne s'étoit pas avisé, & il est toujours utile d'attacher des idées exactes à des noms dont la signification étoit autrefois plus ou moins étendue.

## I V.

*Projet pour l'invention des Longitudes.*

L'Académie a examiné cette année un ouvrage qu'elle connoissoit en partie depuis long temps, par les tentatives dont il est le fruit. C'est un projet de M. de la Croix ancien Ecrivain principal des Vaisseaux du Roi, pour la découverte des Longitudes, tant sur mer que sur terre, par le moyen de l'inclinaison & de la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

Les pratiques qu'on y propose pour la solution de ce fameux & important Problème, sont fondées sur un système magnétique, peu différent de celui de M. Halley, sçavoir, qu'il sort continuellement par deux points opposés du Globe Terrestre, souvent fort éloignés des Poles du Monde, une matière magnétique qui circule de l'un à l'autre de ces points, & qui décrit autour du Globe, par ce mouvement, des Méridiens tout semblables aux Méridiens Terrestres proprement dits; mais il y a cette différence entre les Poles magnétiques & les Poles du Monde, que ceux-ci sont immobiles, & que les autres changent de position.

Si l'on imagine que les Méridiens magnétiques soient coupés à angles droits par un grand Cercle, qu'on pourra nommer leur Equateur, & par des parallèles à ce Cercle, comme les Méridiens Terrestres sont coupés par l'Equateur du Monde, & les Méridiens célestes par l'Ecliptique & ses parallèles; de cet assemblage de Cercles autour du même Globe, les uns appartenans à la Sphère céleste, & les autres à la Sphère magnétique, naîtront nécessairement autant d'intersections réciproques. C'est par ces intersections & par les angles qu'elles font entr'elles, que M. de la Croix se propose de trouver les Longitudes, & qu'il les trouvera en effet, si son hypothèse est conforme à la Nature, & si les deux Boussoles dont il se sert, l'une d'inclinaison, l'autre de déclinaison, peuvent donner avec assez de justesse les angles sous lesquels ces deux différens ordres de Cercles se coupent,

& le lieu du Pole magnétique sur la Terre; car il ne faut plus pour cela que résoudre quelques Triangles sphériques, & employer à peu-près les mêmes opérations que s'il s'agissoit de déterminer l'ascension droite d'un Astre, sa latitude & sa déclinaison étant données.

Les changemens & les variations que le mouvement des Poles magnétiques doit causer dans les inclinaisons de l'Aiguille aimantée, n'embarrassent pas M. de la Croix, il prétend que ces inclinaisons sont constamment les mêmes à même distance du Pole magnétique; d'où il tire une manière assez aisée d'avoir la position de ce Pole par observation: car prenant l'inclinaison de l'Aiguille en plusieurs endroits différens, & choisissant deux à deux ceux où l'inclinaison se trouve la même, le grand Cercle qui coupe perpendiculairement la ligne qui joint ces deux lieux, ira passer par le Pole magnétique, & plusieurs observations de cette nature étant répétées en différens lieux de la Terre, il en résultera nécessairement, selon l'hypothèse, une intersection commune de tous ces grands Cercles, qui déterminera le lieu du Pole qu'on cherche.

C'est donc aux observations réitérées à effectuer ce que promet l'hypothèse, & à justifier l'hypothèse même par leurs succès. Mais peut-on se flater d'avoir jamais des observations assez exactes, ou, ce qui revient ici au même, des Boussoles d'inclinaison susceptibles de toute la justesse requise pour cela? M. de la Croix a agi du moins comme s'il ne le révoquoit pas en doute; il a fait & refait des Boussoles de plus en plus conformes à ses vûes & à ses principes. M. le Comte de Maurepas Ministre de la Marine, toujours prêt à seconder les vûes utiles, a envoyé des ordres dans tous les ports du Royaume pour faire des épreuves de ces Boussoles, selon le plan qu'en avoit prescrit M. de la Croix. Ces épreuves ont été plus ou moins favorables au système, mais toujours assez pour ne pas rebuter l'Auteur. Enfin il a compté dans ce dernier ouvrage avoir mis son projet & les instrumens qu'en exige l'exécution, au point de mériter l'approbation de



l'Académie; & l'Académie l'a accordée à ses travaux & à ses lumières, avec les sages restrictions que demandoit une matière si compliquée & si délicate.

## V.

*Eclipse de Lune du 1.<sup>er</sup> Janvier 1741.*

Cette Eclipsé n'ayant pu être observée à Paris à cause du mauvais temps, nous donnerons ici un précis de l'observation qui en a été faite à Upsal, & qui nous a été communiquée par l'Observateur même, M. André Celsius Professeur en Astronomie, Secrétaire de la Société Royale de Suède, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, Pensionnaire du Roi, & ci-devant Adjoint aux Académiciens envoyés en Laponie pour les observations de la Figure de la Terre.

A 1<sup>h</sup> 27' 15" la pénombre de la Terre commençoit à paroître sur le bord de la Lune à travers quelques nuages.

A 1<sup>h</sup> 29' 39", commencement de l'Eclipsé, mais douteux à cause des nuages qui augmentèrent à tel point que le disque de la Lune en fut entièrement caché jusqu'à minuit 35' 57", où elle parut éclipsée de 6 doigts 29 minutes.

A 1<sup>h</sup> 1' 55" après minuit la tache de Grimaldi commence à sortir de l'ombre.

A 1<sup>h</sup> 31' 28" Mer des humeurs hors de l'ombre.

A 1<sup>h</sup> 50' 46" Tycho dégagé de l'ombre.

A 2<sup>h</sup> 12' 31" on voyoit confusément le bord de la Lune à travers l'ombre; & 1' 20" après il est douteux si c'est l'ombre ou la pénombre qui le couvrent.

La grandeur de l'Eclipsé a été jugée de 6 doigts 43 min. vers le Midi.

Dans toute cette Eclipsé l'ombre de la Terre a paru bien terminée, & si épaisse qu'on n'apercevoit aucune tache à travers.

L'observation a été faite avec une Lunette de 8 pieds de longueur, & à laquelle on avoit appliqué le Micromètre de M. Graham.

*Soleil vu Elliptique à une hauteur considérable  
sur l'Horizon.*

Le 10 Décembre de cette année, environ un quart d'heure avant midi, le Ciel étoit chargé d'une espèce de brouillard à travers lequel on voyoit le Soleil rougeâtre & dépouillé de ses rayons, mais fort bien tranché. Ce Phénomène ayant attiré mon attention m'en fit bien-tôt apercevoir un autre beaucoup plus extraordinaire. Le disque du Soleil étoit sensiblement elliptique quoiqu'à la hauteur de 17 à 18 degrés; hauteur où les Réfractions astronomiques connues & régulières sont toujours fort au dessous de ce qu'il faudroit qu'elles fussent pour produire une telle apparence. Le grand axe de l'Ellipse étoit parallèle à l'horizon, comme il l'est toujours en pareille rencontre; mais je ne sçauois dire positivement de combien il pouvoit surpasser le petit axe qui lui étoit perpendiculaire, ne me trouvant pas dans ce moment en lieu propre ni avec les instrumens nécessaires pour m'en assurer. J'eus recours à une estime grossière: j'imaginai cet Astre partagé en six tranches égales parallèles à l'horizon, 3 au dessus & 3 au dessous du centre, & il me sembla par ce moyen que l'excès du grand axe sur le petit pouvoit bien aller à la moitié d'une de ces tranches. J'observai ainsi pendant près d'un quart d'heure à diverses reprises, selon que le brouillard qui s'épaississoit de temps en temps me le permettoit; après quoi le Soleil me fut entièrement caché par ce même brouillard. Un semblable Phénomène rapporté en

\* V. l'Hist.  
p. 23.

1733\*, fut regardé comme très-rare; mais celui-ci doit l'être bien davantage, car le Soleil n'étoit dans le premier qu'à environ 10 degrés au dessus de l'horizon, & dans ce dernier le Soleil qui approchoit du Méridien, doit avoir été de 7 à 8 degrés plus élevé. Nous ne répéterons pas les Réflexions physiques & astronomiques qui ont été faites sur ce sujet dans le Volume cité ci-dessus.





# GÉOGRAPHIE

ET

HYDROGRAPHIE.

---

## *CARTES GÉOGRAPHIQUES ET HYDROGRAPHIQUES.*

L'ACADÉMIE est souvent obligée de porter son jugement sur des matières qui, sans sortir de la sphère des Sciences & des Arts qu'elle a pour objet, exigent cependant des connoissances de pratique peu communes dans une Compagnie de Sçavans. La Guerre & la Marine la mettent quelquefois dans ces cas. Aussi l'Académie a-t-elle eu grand soin de tout temps de se choisir des Sujets habiles dans ces professions, & qui joignant une longue pratique à la théorie, fussent en état de lever des difficultés pour la solution desquelles la théorie toute seule ne suffit pas. M. le Chevalier d'Albert Capitaine des Vaisseaux du Roi, outre ce qu'il peut nous communiquer de lumières sur la Navigation & la manœuvre des Vaisseaux, dispose d'un trésor dont il sçait parfaitement se servir, & dont l'Académie aussi bien que le public, peuvent tirer de très-grands avantages ; je veux parler du Dépôt des Cartes, Plans & Journaux de la Marine, qui lui fut confié en 1734.

Il employa d'abord des Pilotes intelligens au dépouillement des matériaux immenses qui étoient entre ses mains, & ayant partagé son travail avec M. Bellin Ingénieur du Roi & Hydrographe de la Marine, Commis au Dépôt, il ne tarda pas à faire paroître les fruits de ce travail. Dès l'année 1737 M. le Chevalier d'Albert présenta à l'Académie une Carte réduite de la Mer Méditerranée, en trois feuilles,

avec une analyse & une comparaison de celles dont on s'étoit servi jusqu'alors.

En 1738 il donna une Carte particulière de l'Archipel, d'autant plus utile qu'elle est en grand Point, & que cette partie de la Méditerranée se trouvant trop petite dans la Carte générale, ne pouvoit représenter dans le détail qu'exige la Navigation, le nombre prodigieux d'Iles qui s'y rencontrent.

L'année 1738 n'étoit pas finie, qu'on vit sortir du Dépôt une autre Carte sous le nom d'Océan Occidental, comprenant les côtes d'Europe sur l'Océan depuis le 52.<sup>me</sup> degré de latitude septentrionale, celles d'Afrique jusqu'à l'Equateur, & celles de l'Amérique qui leur sont opposées.

En 1739 parut une suite de cette Carte que M. le Chevalier d'Albert nomma Océan Méridional, & qui renfermoit les côtes d'Afrique depuis le 6.<sup>me</sup> degré de latitude septentrionale jusqu'au Cap de Bonne-Espérance, & celles de l'Amérique depuis Caienne jusqu'au détroit de le Maire & la Terre de Feu.

Il fit voir à l'Académie en 1740, un morceau plus considérable & peut-être moins connu que les précédens, quoiqu'en général il soit plus anciennement connu, une Carte réduite de l'Océan Oriental ou Mer des Indes, qui comprend les côtes d'Afrique depuis le Cap de Bonne-Espérance jusqu'à la Mer-rouge, avec les Iles de Madagascar, de Bourbon, de France, &c. & les côtes d'Asie depuis la Mer-rouge jusqu'à Canton dans la Chine; où l'on trouve les côtes intermédiaires des Péninsules en deçà & au delà du Gange, & toutes les Iles adjacentes. Il accompagna cette Carte d'un Mémoire sur sa construction, où il fait sentir l'extrême différence qu'il y a de toutes les positions qu'il a adoptées, avec celles que les Cartes Hollandoises & Angloises donnent des mêmes parties. Le résultat de cette comparaison est que la Carte dressée sur les Mémoires du Dépôt de la Marine, tient un milieu entre celles des Hollandois & des Anglois; & toutes ces différences sont constatées par des observations  
immédiates

immédiates auxquelles il ne paroît pas qu'on puisse rien opposer.

Par exemple, la Carte Hollandoise de Pieter Goos dont les Navigateurs font usage, met Canton au 134.<sup>me</sup> degré 30 minutes de longitude, à compter du Pic de Ténérif; ce qui revient à 116 degrés 20 minutes à l'Orient du Méridien de Paris; mais les observations astronomiques faites à Canton ou à Pékin dont on connoît la position longitudinale par rapport à Canton, déterminent celle-ci à 110 degrés 40 minutes; d'où il suit que la Carte de Pieter Goos erre en excès de longitude, de 5 degrés 40 minutes sur cette position. Si l'on prend les Cartes Angloises qui passent aujourd'hui pour les meilleures, quoiqu'elles ne soient point réduites, & que par conséquent on ne puisse y prendre de justes mesures pour naviger dans les traversées un peu longues, on trouvera après les réductions nécessaires, que ces Cartes placeroient Canton au 104.<sup>me</sup> degré de Paris, ce qui diffère en défaut de la vraie situation, de 6 degrés 40 minutes. On voit donc que les Hydrographes Anglois, pour éviter l'erreur des Cartes Hollandoises, sont tombés dans une erreur contraire & encore plus considérable.

Enfin dans cette année 1741 M. le Chevalier d'Albert nous a donné une Carte réduite des Mers comprises entre les côtes occidentales de l'Amérique, & les parties les plus orientales de l'Asie, Mers qu'on désigne communément par le nom général de Mer Pacifique ou du Sud. Cette Carte ne demandoit pas de moindres éclaircissémens que les précédentes, & n'étoit pas moins susceptible d'instructions importantes & curieuses sur toutes les parties qui la composent. Il l'a donc accompagnée de même d'un Mémoire qui mérite l'attention des Navigateurs & de tous ceux qui s'intéressent à la perfection de la Géographie & de l'Hydrographie.

Après avoir rendu compte dans ce Mémoire des raisons qui l'ont empêché de changer la graduation usitée des Cartes Marines réduites dans la supposition de la Terre sphérique, il passe à l'examen des connoissances qu'on a eues jusqu'ici

138 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
de la Mer du Sud. On sera surpris de voir combien les Cartes  
de cette Mer, publiées en différens temps & par les Navi-  
gateurs & les Géographes de différentes Nations, s'éloignent  
du vrai & sont peu d'accord entr'elles. Les Espagnols ont  
trop resserré la Mer du Sud, les Hollandois ont voulu l'é-  
tendre, mais ils l'ont encore renfermée dans des limites trop  
étroites, les Anglois l'ont trop étendue.

Herrera à qui nous devons l'Histoire du nouveau Monde  
dans la description Géographique qu'il en a donnée, & dans  
la Carte qui est à la tête de cette description, ne met que  
125 degrés de Longitude entre Lima & Manille, au lieu de  
162 degrés qu'il doit y avoir. Une erreur de 37 degrés  
paroît d'abord si peu possible, qu'on a cru qu'Herrera avoit  
sacrifié ses connoissances aux vûes politiques de sa Nation,  
qui étoient de faire tomber les Philippines & les Moluques  
dans la partie de la Terre dont le Pape Alexandre VI. avoit  
donné la concession au Roi de Castille par la Bulle de 1493,  
en conséquence de la fameuse ligne de Démarcation qui  
régloit les prétentions des Rois de Castille & de Portugal au  
sujet des nouvelles découvertes. Mais il nous semble qu'on  
a fait tort à la bonne foi de l'Historien Castillan, en faisant  
trop d'honneur au sçavoir géographique de son siècle. Il n'y  
a qu'à voir à quel point on étendoit en ce temps-là le conti-  
nent de l'Asie au delà de ses véritables bornes, pour com-  
prendre qu'on a pu & même dû, en conséquence, rétrécir  
excessivement les Mers de l'Amérique qui lui sont conti-  
gues, & où l'on avoit bien moins navigé que sur les Mers  
qui sont en deçà entre le double continent d'Amérique &  
ceux d'Afrique & d'Europe.

En voici un exemple frappant que nous emprunterons  
de M. de l'Isle. Avant ce fameux Géographe les Cartes ordi-  
naires & sur-tout celles de Sançon, plaçoient la Terre d'Yéço  
au Nord de la Mer du Sud, & l'étendoient tellement vers  
l'Est qu'il restoit à peine de là jusqu'à la prétendue Isle de  
Californie, 5 à 6 degrés d'intervalle; cependant on ne peut  
douter après toutes les preuves qu'en a données M. de l'Isle \*,

\* V. les M.  
de 1720.  
p. 381.

que la Terre nommée d'Yéço ne soit au Nord du Japon à environ 90 degrés de la Californie, c'est-à-dire, 85 degrés ou 1700 lieues plus éloignée que ne la donnoient ces Cartes. J'avoue que les positions & les bornes de la plupart des Terres & des Mers dont parle Herrera, pouvoient être moins incertaines de son temps que n'étoient les limites orientales de l'Asie ; mais aussi ne s'y est-il trompé que de 37 degrés, & cette erreur ne pouvoit guère manquer de naître de la précédente.

En général on a toujours attribué trop d'étendue aux parties connues de la Terre, & trop peu à celles qui ne l'étoient pas, & où l'imagination ne pouvoit se fixer sur rien de déterminé. La Géographie de Ptolomée en fournit mille exemples, & celle des siècles suivans jusqu'à la découverte des Satellites de Jupiter, & à l'heureuse application qu'on a faite de leurs Eclipses à la recherche des Longitudes Terrestres, n'a pas été plus parfaite à cet égard. On sçait aussi que lorsque Christophe Colomb aborda l'Isle Espagnole ou de Saint-Domingue, il se persuada que c'étoit la véritable *Cipango* ou *Zipangri* de Marc-Paul Vénitien, qui n'est autre chose que l'Isle du Japon ou *Nipon*. Car comme il comptoit avoir laissé cette Isle bien loin derrière lui à l'Orient, il crut l'avoir retrouvée en navigeant vers l'Occident, & avoir fait le tour de cette partie du Globe qui la séparoit en ce sens du lieu de son départ : méprise énorme dont cet illustre voyageur n'est peut-être jamais bien revenu, & fondée sans doute sur l'erreur des Géographes de son temps qui plaçoient le Japon infiniment plus loin vers l'Est qu'il ne devoit être. Une partie de ces préjugés qui subsistoient encore lorsque Herrera écrivoit son Histoire, & l'imperfection des Mappemondes qu'il avoit pu consulter, suffisoient, à mon avis, pour rendre cet Historien excusable d'avoir trop rétréci cette partie de la Terre aux dépens de laquelle on avoit trop élargi les autres, ou devoient du moins le mettre à couvert du reproche de prévarication dont quelques Auteurs l'ont chargé.

Pour revenir à la Carte de M. le Chevalier d'Albert, & à la comparaison qu'il en a faite avec celles des Espagnols, des Hollandois & des Anglois, nous remarquerons après lui que les seconds avoient encore fait la Mer du Sud trop étroite de 7 degrés, & que les derniers au contraire lui avoient donné trop d'étendue ; ce que M. le Chevalier d'Albert justifie encore par les positions réciproques de Manille & de Lima. Manille, selon les Cartes de Tornton, l'un des meilleurs Hydrographes d'Angleterre, est située à 116 degrés 30 minutes à l'Orient du Méridien de Londres, ou 114 degrés 5 minutes du Méridien de Paris. La position de Lima sur la Carte d'Amérique publiée en 1700 par M. Halley, revient à 78 degrés 40 minutes de Longitude occidentale du Méridien de Paris. Comparant donc ces deux positions, il en résulte 167 degrés 20 minutes de différence en Longitude, entre Manille & Lima, ce qui fait une distance de 5 degrés 20 minutes de plus que celle que nous donne la Carte de M. le Chevalier d'Albert.

Tous les autres points de cette Carte & des précédentes, ont été ainsi placés par des observations immédiates, ou par le résultat de plusieurs observations indirectes. Cette espèce de critique, ce choix de positions entre toutes celles que donnent les divers Routiers ou Journaux des Navigateurs, ces combinaisons, ces compensations délicates de l'excès qu'on trouve d'un côté & du défaut qui se rencontre de l'autre, sont tout ce qu'il y a de plus difficile en Géographie, & c'est malheureusement ce qui est le plus fréquemment nécessaire ; car malgré tous les secours que nous avons aujourd'hui pour nous procurer des déterminations astronomiques, ces déterminations sont encore en trop petit nombre pour la description exacte de la Terre. C'est à la suite des temps de les multiplier, ou à la sagacité du Géographe d'en étendre la certitude sur tout ce qui n'est que de pure induction, par un enchaînement de faits & de conséquences, dont l'assemblage & l'accord parfaits sont l'ouvrage de plusieurs siècles.



---

*CARTES DES COSTES MERIDIONALES  
DE TERRE-NEUVE, &c.*

**M**Buache avoit présenté à l'Académie en 1736, une Carte des Côtes méridionales de l'Isle de Terre-neuve, de l'Isle Royale, de la partie du Grand-banc où se fait la pêche de la Morue, & de toutes les Côtes, Isles & Mers comprises entre le 43.<sup>me</sup> & le 49.<sup>me</sup> degré de Latitude Nord, & environ les 49.<sup>me</sup> & 64.<sup>me</sup> degrés de Longitude occidentale de Paris. Cette Carte faisoit partie de celle qui avoit été donnée en Angleterre par M. Popple trois années auparavant; mais elle en étoit très-différente dans cette même partie, par un nombre prodigieux de corrections qui en changeoient entièrement les positions. Ce sont ces changemens que M. Buache nous redonne cette année, d'une manière aussi abrégée qu'instructive, en traçant sur la Carte de 1736 ou sur une autre fort semblable, le trait de toutes les positions correspondantes de la Carte de M. Popple, qu'il a distinguées par la gravûre, & ce qui est peut-être nouveau en Géographie, par la couleur imprimée avec la Carte même. On voit donc ici d'un coup d'œil ce qu'un long discours expliqueroit à peine. M. Popple a fait tous ces pays beaucoup plus occidentaux que ne les avoient supposés les autres Cartes données avant lui, sur-tout les Cartes Hollandoises, & plus qu'ils ne doivent l'être en effet. Par exemple, il a placé le Cap de Raz environ 8 degrés 20 minutes ou 120 lieues plus Ouest qu'il ne l'est dans les premières, & 4 degrés 10 minutes seulement ou 60 lieues plus loin que ne l'a fixé M. Buache d'après l'examen qu'il en a fait. Une telle variété sur la situation d'un point si important dans la navigation de cette partie de l'Amérique, doit engager les Navigateurs à le déterminer avec soin, & montre en même temps la nécessité

d'en vérifier la position par de bonnes observations astronomiques. On en peut dire autant du Cap Breton dans l'Isle Royale, & de quelques autres points de l'entrée du Golfe de Saint-Laurent. La position de l'Isle de Sable, plus célèbre par les naufrages qui s'y sont faits que remarquable par sa grandeur, ne diffère de celle de M. Popple que d'environ 1 degré 20 minutes. Ainsi l'on voit que ce transport général de Terres & de Mers vers l'Occident au delà de leur véritable situation, par rapport aux Côtes d'Europe, varie encore ici infiniment dans les parties, & ne devenoit par-là que plus difficile à rectifier.





## MECHANIQUE.

---

### SUR UN PROBLEME DE DYNAMIQUE.

**L**E nom de *Dynamique* qui est depuis peu en usage parmi les Géomètres François, & dont M. Leibnitz s'est servi le premier, signifie cette mécanique spéculative & sublime qui traite des forces motrices & actives des Corps. Selon M. Leibnitz le mécanisme de l'Univers & celui des ouvrages de l'Art ne diffèrent pas dans leurs principes. La Pesanteur, disoit-il, & l'Elasticité qui sont les deux grands moyens qu'emploie la Nature dans la production de ses divers phénomènes, peuvent être expliquées mécaniquement comme nos machines ordinaires, & le doivent être par le mouvement de la matière Éthérée; mais, ajoutoit ce Philosophe, le mouvement primitif des Corps, cette force qui leur a été imprimée par le Créateur, & qui agit constamment en eux, s'y trouve différemment limitée & modifiée par les circonstances de leurs chocs réciproques. L'art de démêler, d'évaluer toutes ces différences & d'en assigner les effets, il le nomma *Dynamique*. Les Mécaniques, la Statique, & ce qu'on appelle communément la Science des Forces mouvantes, n'en diffèrent qu'en ce que les forces ou les puissances y sont quelquefois considérées en simple pouvoir d'agir, ou même comme passives; au lieu que le véritable objet de la Dynamique est, comme nous l'avons dit, la théorie des Forces actuellement agissantes. A mesure que les Sciences s'étendent & qu'on vient à les envisager sous de nouveaux aspects, il est utile qu'on leur impose de nouveaux noms pour en mieux caractériser les parties. C'est ensuite aux Écrivains sages & intelligens d'en user avec sobriété.

V, les M.  
P. 280.

Soit un anneau verticalement attaché à la surface d'une

table horizontale, par un point sur lequel il puisse tourner comme centre. Soit cet anneau enfilé par une baguette ou verge inflexible, qui y glisse librement selon sa longueur, & qui soit chargée à ses extrémités ou à tels autres points quelconques de chacun de ses bras, de part & d'autre de ce centre, d'un ou de plusieurs corps de masse connue, à l'infini. Si l'on imagine que cette baguette vienne à être frappée ou mise en mouvement de quelque manière que ce soit autour de l'anneau dans lequel elle peut glisser ou tourner, ou glisser & tourner tout ensemble, il est évident que chacune de ses extrémités, chacun de ses points, & par conséquent chacun des Corps dont elle est chargée, décrira ou des lignes droites, ou des cercles, ou des courbes d'une autre espèce; sçavoir, des lignes droites qui se confondront avec son axe, si la direction du mouvement qui lui a été imprimé est selon sa longueur; des cercles, si l'impulsion lui étant perpendiculaire ou oblique, le mouvement communiqué aux Corps qu'elle porte ne produit en elle que la simple rotation sans la faire glisser dans l'anneau; car en ce cas, qui est celui où les forces centrifuges se balancent de part & d'autre, les rayons vecteurs ou les parties des bras de la baguette chargées de ces Corps demeureront constamment à même distance du centre du mouvement. Enfin tous les points de la baguette décriront des courbes différentes du cercle si elle glisse & tourne en même temps, selon toutes les combinaisons que peut recevoir ce mouvement composé. Il s'agit de déterminer les vitesses qu'auront tous ces Corps mis ainsi en mouvement, & les lignes droites ou courbes qu'ils décriront autour du centre immobile de la rotation.

On sent assez de quelle difficulté est ce Problème. M. de Montigny l'a résolu par le calcul différentiel & intégral, le seul vrai-semblablement qui puisse atteindre à de pareilles questions, où les courbes mêmes qui en résultent ne sont guère exprimables que par des équations différentielles. Il s'est servi aussi du *Principe de la conservation des Forces vives*; Principe plus ancien que ces Forces, & que M. Huguens a mis

mis le premier en œuvre dans son *Traité des Pendules appliqués aux Horloges*, mais qui a été depuis désigné sous ce nom par de fameux Géomètres, qui ont suivi la doctrine des Forces vives de M. Leibnitz, à laquelle il leur a paru favorable. Il ne signifie autre chose, sinon que dans tous les cas où plusieurs Corps agissent les uns sur les autres, soit par le choc, étant supposés à ressort parfait, soit par des fils ou par des verges inflexibles qui les tiennent attachés, & qui les tirent ou les entraînent, la somme des produits de leurs masses par les quarrés de leurs vitesses, fera toujours une quantité constante. Aussi ce même principe a-t-il été souvent employé par d'autres Géomètres fameux qui rejettent formellement les Forces vives, ou qui n'ont point voulu entrer dans la discussion de cette célèbre dispute, dont il peut être aisément séparé.

Du reste il seroit inutile d'avertir que dans l'énoncé du Problème de M. de Montigny on doit concevoir l'anneau autour duquel se font tous les mouvemens, comme un point, la baguette comme une ligne sans largeur, les masses qui y sont fixement attachées, comme autant de petits corps dont tout le volume seroit réuni au point de cette ligne où ils sont attachés, & que dans toute cette recherche on fait abstraction des frottemens. Ce sont les conditions ordinaires de ces sortes de Problèmes qu'il faut toujours commencer de résoudre sous ce point de vûe simple & purement mathématique, pour en venir ensuite, lorsque le cas le requiert, à l'examen des circonstances physiques qui les accompagnent.

## *SUR LES INSTRUMENS*

### *QUI ASSORTISSENT*

#### *LA MACHINE PNEUMATIQUE.*

**L**ES inventeurs dans les Sciences ou dans les moyens V. les M.  
de les acquérir & de les perfectionner, jouissent à peu- P. 338.  
près des mêmes honneurs. Le fameux Boyle n'est pas plus  
*Hist. 1741.* T

connu par ses excellentes recherches de Physique, de Chymie & d'Histoire Naturelle, que par la Machine du Vuide ou Pneumatique qu'il a inventée ou seulement perfectionnée, & à laquelle plusieurs Sçavans ont donné le nom de *Machine Boylienne*. En effet, combien de connoissances utiles & curieuses cette merveilleuse Machine ne nous a-t-elle pas procurées ? M. l'Abbé Nollet obligé par profession à faire un grand nombre d'expériences, & desirant donner aux instrumens qui servent à produire cette extrême raréfaction de l'air qu'on qualifie de Vuide, toute la perfection dont ils sont susceptibles, a remonté jusqu'à l'origine de la Machine Pneumatique, en a parcouru toutes les formes & examiné ce qu'il y a d'avantageux dans les unes & de défectueux dans les autres. Il rendit compte à l'Académie de cet examen

\* V. les M. de 1740. pp. 385. & 567. l'année dernière \* dans deux Mémoires, dont le premier traite en général des Instrumens propres aux expériences de l'air ; le second regarde particulièrement la construction d'une nouvelle Machine Pneumatique de raréfaction à deux corps de Pompe, & celui-ci roule sur les Instrumens dont il convient d'assortir la Machine Pneumatique, pour en rendre l'usage plus sûr & plus commode. Mais ces détails d'une mécanique industrieuse doivent être lûs dans le Mémoire même. On y trouvera de nouveaux moyens pour opérer avec exactitude & avec facilité dans les expériences du Vuide qu'on connoissoit déjà, & de nouvelles vues sur quelques autres non moins importantes, qui n'ont pas encore été exécutées. Telle est celle qui a pour objet la nature & la quantité des matières hétérogènes dont l'air de notre Atmosphère est chargé. Il seroit difficile à la Physique expérimentale de s'exercer sur quelque chose de plus intéressant pour nous que l'Elément dans lequel nous vivons & que nous respirons sans cesse. M. l'Abbé Nollet ne se flatte pas qu'on puisse si-tôt en avoir une connoissance parfaite ; mais les procédés qu'il indique pour cela doivent porter à l'essayer, & nous autorisent à ne pas désespérer du succès.

## SUR LA CONSTRUCTION D'UN PENDULE

*Qui ne puisse s'allonger par la chaleur, ni se raccourcir  
par le froid.*

DEPUIS l'ingénieuse application du Pendule aux Horloges, dûe à M. Huguens, la Méchanique sembloit n'avoir plus rien à faire pour donner à ces Machines toute la perfection dont elles sont susceptibles. En effet, à ne considérer que ce qu'elles tiennent du pur mécanisme, & abstraction faite des altérations que les causes physiques & accidentelles peuvent y apporter, on ne voit pas qu'il leur manquât rien pour nous procurer une exacte mesure du temps. Peut-être même n'osa-t-on d'abord y desirer rien au delà. Mais comme les besoins & les desirs croissent à mesure qu'ils sont satisfaits, on n'a pas joui long-temps de ces admirables Horloges, déjà plus régulières dans leur marche que le Soleil même, sans leur demander quelque chose de plus. On a voulu que par un principe interne & mécanique elles fussent en état de prévenir tous les dérangemens que la chaleur ou le froid peuvent causer à leur mouvement : car on sçait que la chaleur raréfie & dilate les métaux, que le froid au contraire les condense & en accourcit toutes les dimensions, & que les vibrations du Pendule sont par rapport à leurs durées en raison inverse des quarrés de ses longueurs. D'où il suit que par cette seule circonstance physique l'Horloge ou la Pendule doit avancer en Hiver & retarder en Été ; ce qui peut aller à plus d'un quart de minute de différence par jour entre ces deux saisons de l'année, dans un climat tel que le nôtre, & ainsi à proportion dans les saisons moyennes.

M. Graham fameux Horloger de Londres, Membre de la Société Royale, est le premier qui ait tenté avec quelque succès de remédier à cette cause d'irrégularité dans les

V. les M.  
p. 363.

Horloges. Son idée qui est très-ingénieuse & qu'on peut voir dans les Transactions Philosophiques, année 1726, n.° 392, doit être regardée comme la source de toutes celles qu'on a eues depuis sur ce sujet, quoique très-différentes; car il suffit souvent de sçavoir qu'il y a un moyen d'arriver au but, pour en imaginer bien tôt de plus sûrs & de plus commodes.

Une expérience que le célèbre M. Mussichenbroek a mise dans tout son jour, sçavoir, que le cuivre & sur-tout le laiton ou cuivre jaune, se dilate beaucoup plus par la chaleur que le fer, a fourni la manière, jusqu'ici la plus exacte & la plus facile, de procurer aux Horlogers cette rectification qu'on leur demande. M. Julien le Roy, l'un des plus habiles Horlogers de Paris, a déjà construit sur ce principe des Horloges très-justes dont il présenta le modèle à l'Académie en 1738. Il applique au dessus de la boîte qui en contient le rouage, un tuyau de laiton au haut duquel est fixement attachée une verge de fer où il suspend celle du Pendule, & qui, en vertu de la différente dilatation des deux métaux, sert à soulever & à raccourcir celle-ci lorsqu'elle est alongée par la chaleur, ou à l'abaisser & l'alonger lorsqu'elle est raccourcie par le froid. Sur le fronton de la boîte est un Cadran dont les divisions relatives aux impressions du froid & de la chaleur de l'air sur l'Horloge, sont parcourues par une aiguille qui en indique les changemens. L'Artiste semble avoir voulu nous mettre sous les yeux & la cause & les effets qu'il avoit en vûe dans son travail; ce qui peut être utile, tant pour régler la machine, que pour s'en servir avec plus de connoissance. Mais voici la même invention projetée sur un autre plan.

Comme ce tuyau de cuivre qui s'élève perpendiculairement au dessus de la Pendule, doit avoir plus de 4 pieds  $\frac{1}{2}$  de hauteur, & pourroit causer quelqu'embarras ou quelque difformité dans les lieux où l'on souhaiteroit la placer, M. Cassini a imaginé une autre construction, qui est tout-à-fait exempte de cet inconvénient. C'est à la verge même du Pendule qu'il applique les deux métaux, par une ou deux



contre-verges de cuivre, dont les dilatations & les condensations agissent en sens contraire à celles de la verge de fer du Pendule, & y produisent le jeu que nous venons de décrire dans la Pendule de M. le Roy. Ainsi la caisse ordinaire qui soutient la boîte de l'Horloge, & qui en cache les poids & les cordes, cachera également la verge du Pendule & toute cette mécanique, qui ne devient par-là que plus conforme à l'ouvrage de la Nature qu'elle est destinée à combattre.

La construction que propose M. Cassini ne touchant qu'à la verge du Pendule sans rien changer à sa suspension ni aux autres pièces de l'Horloge, a encore cet avantage, qu'on peut l'appliquer aisément & à peu de frais, aux Pendules toutes faites que l'on avoit auparavant.

**N**ous renvoyons entièrement aux Mémoires  
L'Extrait des Observations & Opérations qui ont été V. les M.  
faites dans le Bas-Languedoc pendant les mois de Mai & de p. 265.  
Juin de l'année 1740, par M. Pitot Directeur du Canal Royal  
de cette Province.

Les Expériences de M. de Buffon sur la force du Bois, p. 292.  
qui font suite d'un Mémoire qu'il donna l'année dernière  
sur le même sujet.

## DIVERS MÉMOIRES

ET

### OBSERVATIONS DE MÉCHANIQUE.

I.

#### *Sur les Forces Motrices des Corps.*

**N**OTRE siècle, ainsi que les beaux siècles de Rome & de la Grèce, peut compter des Philosophes parmi les plus grands Poètes. M. de Voltaire a présenté cette année à l'Académie un Mémoire intitulé *Doutes sur la mesure des*

*Forces motrices & sur leur nature*, où il paroît être fort au fait de la fameuse question *des Forces vives*, ce qui n'est pas commun, & avoir médité avec succès sur la nature du Mouvement, ce qui est encore plus rare. Ces deux points de vûe, l'un plus particulier, l'autre plus général, sont l'objet & la division de son Mémoire.

La première partie contient une exposition abrégée des principales raisons qui ont été données, & qui prennent ici une nouvelle forme, pour prouver que les forces actuelles des Corps en mouvement sont comme leurs quantités mêmes de mouvement, c'est-à-dire, en raison de leurs simples vitesses multipliées par leurs masses. C'est ce qu'on appelle l'*Opinion commune* ou *Cartésienne*, & c'est aussi celle que M. de Voltaire a adoptée en opposition à celle des *Forces vives* de M. Leibnitz, qui fait la force des Corps comme leurs masses multipliées par les quarrés de leurs vitesses. Sur quoi l'on peut voir l'Histoire de 1728\*.

\* p. 73.

Une pression quelconque en un temps, ce sont les paroles de M. de Voltaire, peut-elle donner autre chose qu'une vitesse, & ce qu'on appelle une Force? Si une pression en un temps ne peut donner qu'une force, deux pressions dans le même temps ne donneront-elles pas simplement deux vitesses & deux forces? Donc en deux temps une pression produit ce que deux pressions égales font en un temps, elle donne deux de vitesse & deux de force; car 2 multiplié par 1, est la même chose que 1 multiplié par 2. Donc si de deux Corps égaux le premier fait le double d'effets de l'autre, c'est qu'il a double vitesse, & s'il fait le quadruple d'effets avec deux de vitesse, c'est qu'il agit en deux temps. Donc si l'on veut que la Force soit le produit du quarré de la vitesse par la masse, il faudra qu'un Corps avec double vitesse opère dans le même temps une action quadruple de celle d'un Corps égal qui n'auroit qu'une vitesse simple: ce qui est contradictoire, même selon la doctrine des Forces vives. Donc tous les cas où cette contradiction d'une vitesse double qui agit comme 4 paroît se trouver, doivent être

décomposés & ramenés à la simplicité de cette loi inviolable, par laquelle 2 de vitesse ne donne qu'un effet double de 1 de vitesse, &c.

C'est en procédant ainsi par les idées les plus simples que M. de Voltaire passe aux cas plus composés & qui exigent plus de calcul. Le temps si inséparable de l'action des Forces, & que les partisans des Forces vives voudroient bien en séparer, fait la base de tous ses raisonnemens. C'est en vain qu'on ne feroit mention que de la vitesse, le temps y rentreroit nécessairement avec elle, puisque, selon la notion la plus simple qu'on puisse donner de la vitesse, ce n'est autre chose que l'espace divisé par le temps : c'est-là son essence réduite à ses moindres termes, c'est la Formule des Géomètres.

S'il y a un cas où la Force paroisse être comme le carré de la vitesse, c'est sans doute dans le choc des fluides, qui agissent en effet en raison doublée de leur vitesse. Mais s'il est démontré, poursuit M. de Voltaire, que les fluides n'agissent ainsi que parce qu'en un temps donné chaque particule n'agit qu'avec sa masse multipliée par sa simple vitesse, restera-t-il quelque doute sur l'évaluation des Forces motrices ? Or il ne faut qu'un peu d'attention pour s'apercevoir de cette vérité. Les parties d'un fluide en mouvement contre un plan se succèdent sans cesse, il agit donc & en raison de leur vitesse & en raison du temps ; les vitesses sont comme les temps : donc il doit agir en raison doublée ou des vitesses ou des temps, de cela seul que chacune de ses parties agit à chaque temps donné, en raison de sa masse multipliée par sa simple vitesse.

M. de Voltaire insiste encore beaucoup sur les pertes ou les extinctions successives de la Force dans les mouvemens retardés, où elles sont incontestablement proportionnelles aux simples vitesses, & dont il est évident que la somme ne peut être aussi que proportionnelle à la Force primitive même & totale, qui s'est enfin consumée par ces pertes contre les obstacles continuels qu'elle avoit à surmonter.

La seconde partie du Mémoire consiste en des réflexions qui sous le nom modeste de doutes sur la nature de la force & du mouvement, ne laisseroient pas de fournir encore de très-fortes preuves contre l'opinion que l'Auteur combat. Ce sont de ces observations lumineuses tirées du fond du sujet, & auxquelles toute démonstration bien ordonnée doit se rapporter, principalement lorsqu'il s'agit de questions Physico-mathématiques.

Une méthode fort ordinaire aux Géomètres qui ont à résoudre un Problème, c'est de le considérer comme déjà résolu, &, par l'inspection des lignes, des quantités ou des rapports qui le constituent, d'en trouver réellement la solution. La Force motrice des Corps considérée ici en raison des simples vîteses multipliées par les masses, fournit de même à M. de Voltaire de quoi définir ce qu'elle est mathématiquement parlant, c'est-à-dire, en tant que capable de plus & de moins; car c'est sur sa quantité & non sur sa nature métaphysique, que roule la question des Forces vives. Cependant les réflexions générales & métaphysiques de M. de Voltaire s'appliquent quelquefois fort heureusement à la théorie particulière.

S'il est bien prouvé, dit-il, que ce qu'on appelle Force motrice est le produit de la simple vîtesse par la masse, ne fera-t-il pas moins mal-aisé de parvenir à connoître ce que c'est que cette Force? D'abord si elle est la même dans un Corps qui n'est pas en mouvement, comme dans le bras d'une balance qui est en équilibre, & dans un Corps qui est en mouvement, n'est-il pas clair qu'elle est toujours de même nature, & qu'il n'y a point deux espèces de Force, l'une *morte* & l'autre *vive*, dont l'une diffère infiniment de l'autre? à moins qu'on ne dise aussi qu'un liquide est infiniment plus liquide quand il coule, que quand il ne coule pas.

Il avoit remarqué que l'ancienne manière d'évaluer les Forces, l'hypothèse Cartésienne ou Newtonienne, car Newton, Descartes & toute l'Angleterre s'accordent ici parfaitement, rend une raison pleine & entière de tous les cas auxquels  
la Force

la Force semble être le carré du produit de la vitesse par la masse, tandis que la nouvelle manière ne peut en aucun sens rendre raison des effets proportionnels à la simple vitesse.

Nous n'entrerons dans aucun détail sur les questions purement métaphysiques qui font le principal sujet de cette seconde partie du Mémoire; leur liaison avec la question dont il s'agit dépend presque toujours de la connexion qu'elles ont dans leur totalité, & avec des systèmes de Philosophie dont l'explication nous meneroit trop loin. On en jugera par le simple énoncé de celles-ci; par exemple, si la masse & le mouvement suffisent pour opérer la Force motrice des Corps? S'il n'y faut pas ajouter l'inertie de la matière? Si le principe de cette Force n'est pas dans la gravitation, soit que la gravitation ait elle-même une cause physique, soit qu'elle n'en ait point? Si la quantité de Force & de mouvement augmente ou diminue dans l'Univers, ou si elle est toujours la même? Si la permanence des Forces ne seroit pas une beauté de plus dans la Nature? &c. A l'égard de cette dernière question M. de Voltaire ne pense pas que les Philosophes soient plus fondés à dire que la permanence de la quantité de Forces est une beauté nécessaire dans la Nature, que s'ils disoient que la même quantité d'espèces, d'individus, de figures, &c. est une beauté nécessaire.

## I I.

*Sur le jet des Bombes.*

M. l'Abbé Deidier aujourd'hui Professeur Royal de Mathématique à l'Ecole d'Artillerie de la Fère, & connu par de sçavans ouvrages de Mathématique qu'il a donnés au public, a présenté à l'Académie une *nouvelle Méthode pour trouver quelle force on doit donner à une Bombe ou à un Boulet, & sous quel angle d'élévation ou d'abaissement on doit tirer pour atteindre un But situé au dessus ou au dessous de la Batterie.* Cette Méthode qui consiste à faire passer par deux points donnés

Hist. 1741.

V

une Parabole dont l'axe soit vertical, réduit tout d'un coup les cas où le but est situé au dessus ou au dessous de la Batterie à ceux où il est dans le niveau; après quoi M. l'Abbé Deidier se sert des Règles de M. Blondel pour les cas du niveau.

M. Blondel peu content de tout ce qui avoit été publié ou qu'il avoit publié lui-même sur ce sujet dans son Traité du Jet des Bombes, proposa autrefois le Problème à l'Académie. M.<sup>rs</sup> Buot, Roëmer & de la Hire en donnèrent de fort belles solutions synthétiques; mais comme ces solutions demandoient plusieurs analogies & la connoissance de plusieurs angles ou sinus, & qu'elles étoient par-là trop embarrassantes pour la pratique, M. Guinée, le P. Reynaud & quelques autres Géomètres de la Compagnie venus longtemps après, réduisirent ce Problème à des Formules par lesquelles la difficulté & le travail sont beaucoup diminués. On peut voir aussi la solution très-concise que M. de Maupertuis en a donnée dans ce genre \*, & qui renferme cependant tout ce qu'on peut desirer sur cette matière. Mais M. l'Abbé Deidier voulant encore épargner aux Canonniers ou aux Bombardiers & à ceux qui les conduisent, le soin d'évaluer ces Formules, ou d'en avoir toujours des Tables avec eux, a réduit toutes leurs opérations à prendre le tiers d'une ou de deux grandeurs connues, moyennant quoi tous les cas du jet des Bombes ou du tir du Canon se trouvent ramenés à la pratique de M. Blondel pour le seul cas où le but est au niveau de la Batterie. Et comme il n'y a point de Bombardier qui ne puisse prendre le tiers d'une quantité donnée, & à qui les pratiques de M. Blondel ne soient connues, la Méthode de M. l'Abbé Deidier ne peut que leur être utile, & devient d'un usage infiniment commode par son extrême simplicité.

\* V. les M.  
de 1731.  
p. 297.

*Sur le roidissement & le relâchement alternatifs des Cordes qui tirent un Fardeau.*

Parmi des éclaircissemens que M. Fénel Chanoine de Sens nous a envoyés sur sa pièce n.° 27, qui a pour devise, *Quando non potest fieri id quod vis, id velis quod fieri possit*, & qui a eu l'*Accessit* pour le prix que l'Académie a distribué cette année sur le Cabestan, il se trouve une observation curieuse sur le relâchement & le roidissement alternatifs des cordes qui traînent un fardeau. Comme cette observation peut être utile tant pour ceux qui voudront travailler à l'avenir sur le Cabestan, qu'en général pour ceux qui s'appliquent aux Forces mouvantes, l'Académie a jugé à propos qu'il en fût donné un extrait dans son Histoire.

M. Fénel ayant fait faire un grand Cabestan sur lequel il employoit des cordes de 5 pouces de pourtour, ou d'environ 19 lignes de diamètre, & qui étoient très-longues, on attachâ à l'extrémité de ces cordes un grand Traîneau chargé de pièces de fer & de plusieurs grosses pierres. Le Cabestan viré par quatre hommes, amena le Traîneau avec une si grande facilité, que les hommes couroient en tournant plutôt qu'ils ne marchaient. Et comme M. Fénel vouloit éprouver toute la force de sa Machine, il engagea six ou sept personnes qui étoient avec lui, à monter sur le Traîneau par dessus tous les poids dont il étoit déjà chargé. Ces personnes s'aperçurent que le Traîneau n'avançoit que par accès ou par sautes, & non d'un mouvement continu. Il monta alors lui-même sur le derrière du Traîneau, & prenant une perche qu'il fichoit en terre à chaque fois que le Traîneau s'arrêtoit, il remarqua, 1.° Qu'en effet le Traîneau n'avançoit pas d'un mouvement continu, mais par accès & par secousses, quoique le Cabestan tournât sans cesse & extrêmement vite; & afin qu'on ne croie pas que l'inégalité du terrain étoit l'unique cause de cet effet, il avertit que cela se passoit sur

une Pelouse verte, dans une grande allée de jardin très-unie:

2.<sup>o</sup> Que les facades qu'on éprouvoit sur le Traîneau devenoient d'autant plus courtes que la corde diminueoit davantage de longueur.

3.<sup>o</sup> Que pendant les plus grandes longueurs de la corde, le Traîneau parcouroit sept à huit pouces à chaque accès, après quoi il s'arrêtoit sensiblement, & que cet espace diminueoit par degrés jusqu'à n'être que d'un pouce, & encore moins lorsque le Traîneau approchoit du Cabestan.

4.<sup>o</sup> Que les intervalles de temps qui se trouvoient entre les accès du Traîneau, étoient d'autant plus longs, que les espaces parcourus pendant les accès étoient plus grands, & qu'ensuite ces intervalles diminueoient de manière qu'à la fin, & le fardeau étant tout proche du Cabestan, les accès ou les espaces parcourus se confondoient presque entièrement, & donnoient à ceux qui étoient sur le Traîneau, la sensation d'un mouvement presque uniforme & continu.

Comme M. Fénel trouva cette Observation nouvelle & remarquable, il fit réitérer l'épreuve deux ou trois fois, & elle eut toujours le même succès.

Mais ce ne fut pas tout, ayant eu la curiosité d'examiner ce qui se passoit dans la corde pendant la marche du Traîneau, durant ses accès & ses repos alternatifs, il trouva qu'elle étoit dans un trémoussement continuel, plus sensible vers son milieu que par-tout ailleurs, & qui se faisoit horizontalement, verticalement & presque en tous sens avec beaucoup de variété. Il ne falloit qu'y appliquer la main pour s'en convaincre: mais on y remarquoit sur-tout un balancement de haut en bas, & de bas en haut, c'est-à-dire, de véritables vibrations verticales qui surpassoient de beaucoup tous les autres, & avec lesquelles on ne laissoit pas cependant de discerner tous ses petits tremblemens.

Ce qui étoit encore remarquable, c'est que le Traîneau n'avançoit que dans le temps précisément que la corde baissoit, ou que sa vibration verticale s'approchoit de la Terre, & jamais quand elle haussait. M. Fénel réitéra cette expérience



plusieurs fois en présence d'une personne très-intelligente, & la fit remarquer à tous ceux qui lui aidoient à faire l'épreuve de son Capestan.

Il ne put mesurer exactement la durée des vibrations, ni la distance des accès par lesquels le Traîneau avançoit, ne s'étant point préparé pour cela en se transportant sur les lieux, & n'ayant pu recommencer depuis les mêmes expériences.

Quoique l'explication du fait ne soit pas à beaucoup près aussi importante à sçavoir que le fait même, nous ne laisserons pas de rapporter là-dessus ce que nous croyons de plus vrai-semblable.

1.<sup>o</sup> Le plan le plus uni en apparence n'est, physiquement parlant, qu'un tissu de rugosités sur lesquelles un Corps pesant quelconque ne peut glisser sans y éprouver un frottement qui exige une certaine force pour être surmonté. 2.<sup>o</sup> Nul Corps ne peut être mis en mouvement avec toute la vitesse de celui qui le pousse ou qui le tire, que par un effort proportionné à sa masse ou à son poids. D'où il suit, dans le cas posé, que la corde souffrira une tension & une extension considérables, avant qu'elle puisse tirer du repos & mettre en branle le fardeau qu'elle doit traîner; car ce fardeau est comme engrainé par les inégalités de sa partie inférieure avec les inégalités & les petits monticules du terrain, & il ne sçauroit s'en dégager sans les briser ou sans être soulevé en partie avant que de glisser par dessus. Il commencera donc à se mouvoir & à marcher vers le Capestan où il est tiré & qui est fixe, par une espèce de saut & de facade, dès que l'équilibre sera rompu, c'est-à-dire, dès que la force du roidissement de la corde viendra à surpasser la résistance de tous ces obstacles, du poids & des frottemens. Or il est clair que cette espèce de saut ne peut se faire sans une accélération sensible du mouvement du fardeau vers le Capestan, & d'autant plus sensible que la résistance aura été plus longue & plus forte. Il n'est pas moins évident que de cette accélération du fardeau vers le Capestan doit naître un relâchement subit dans la corde, & de ce relâchement un prompt abaissement

de toute cette partie de la corde par son milieu, ou, comme on l'appelle, par son *ventre*. Et voilà sa *facade* ou sa vibration de haut en bas, dont la vitesse multipliée par son poids doit favoriser le mouvement, &, pour ainsi dire, la chute du fardeau vers le Cabestan. La *facade* ou vibration de la corde de haut en bas sera naturellement suivie d'une vibration de bas en haut, à la manière des cordes qu'on a pincées sur un instrument de musique, & celle-ci, comme l'a fort bien remarqué M. Fénel, doit être d'autant moins forte pour tirer le fardeau, qu'au lieu d'agir en conséquence du poids de la corde, comme la précédente, elle est même retardée par ce poids qu'elle a à vaincre. C'est aussi dans l'intervalle de ces deux vibrations contraires & pendant la dernière qu'il y aura un repos ou un retardement dans le fardeau, & d'autant plus long que l'accélération avoit été plus grande. Mais le virage du Cabestan allant toujours, & la corde venant à recevoir une nouvelle tension & une nouvelle extension, il s'en suivra un accès semblable à celui que nous venons de décrire, & par les mêmes causes, & ainsi de suite. Les effets en seront seulement plus subits ou de moindre durée, parce que la longueur de cette partie de la corde comprise entre le fardeau & le Cabestan diminue toujours en approchant de ce point fixe, & que, comme on sçait, les vibrations sont proportionnées en durée à la longueur des cordes qui en sont le sujet.

J'ai souvent observé de semblables vibrations dans la corde d'un bac, lorsque par sa longueur & par son poids, ou que n'étant pas assez tendue, elle s'enfonce dans le milieu d'une rivière. Car quoique le mouvement d'un fluide tel que l'eau, semble devoir être uniforme au même endroit de son cours, il y a toujours cependant mille causes d'irrégularité qui font que la corde qu'il pousse & qu'il tend, ne sçauroit demeurer précisément dans le même état de tension & d'équilibre. Ainsi les bouts de cette corde qui sont hors de l'eau depuis la surface de la rivière jusqu'aux poteaux où ils sont attachés sur ses rives, doivent être &

sont en effet dans un branle & un mouvement perpétuel de vibration qu'il est très-aisé de remarquer. Je ne sçais pas même si un pesant fardeau suspendu en l'air pendant qu'on le soulève par des poulies ou des mouffles, ne laisseroit pas apercevoir quelque chose de semblable, quoique moins sensible, dans la corde qui le soutient.

Quant aux vibrations partiales ou aux frémissemens qui se font sentir dans la corde lorsqu'on y applique la main, elles sont un effet nécessaire de son élasticité & du tremblement général & en tous sens que les vibrations totales occasionnent dans ses parties insensibles, ainsi qu'il arrive aux cordes Soniores des instrumens de Musique, où l'on croit même que ce frémissement est la principale cause du son.

## I V.

*Sur les différentes Matières dont on peut fabriquer du Papier.*

Quoique le Mémoire dont nous allons rendre compte tiennne à plusieurs connoissances d'Histoire Naturelle, & surtout de Botanique, nous le rangerons cependant sous la classe de la Méchanique & des Arts, en ce qu'il a pour but de perfectionner & d'étendre une Manufacture des plus importantes du Royaume. C'est M. Guettard Médecin de la Faculté de Paris, fort versé dans la Botanique & dans l'Histoire Naturelle, qui l'a présenté cette année à l'Académie.

Le Papier que l'on fabrique dans nos Manufactures, est fait ordinairement avec des *drapeaux* ou vieux haillons de toile de Chanvre ou de Lin, autrement appellés *Chiffons*. De la finesse, de la consistance plus ou moins grande de ces chiffons, & des préparations différentes qu'on leur donne, dépend la différence de nos Papiers, soit en finesse, soit en force, soit en blancheur.

On s'est appliqué jusqu'ici à perfectionner la fabrique du Papier fait avec des chiffons; mais il ne paroît pas qu'on se soit mis en peine de s'en procurer avec d'autres substances.

Depuis quelques années cependant d'habiles Physiciens ont tâché d'étendre les vûes que l'on pouvoit avoir sur la Papeterie: ils ont proposé d'examiner si avec l'écorce de certains Arbres, ou même avec du Bois qui auroit acquis un certain degré de pourriture, on ne pourroit pas parvenir à faire du Papier; mais nous ne sçavons pas que personne jusqu'ici eût entrepris ce travail. M. Guettard est le premier qui ait formé le projet de le suivre, & il s'y est porté d'autant plus volontiers, qu'après quelques légères tentatives il a cru pouvoir en attendre une utilité plus prochaine.

Avant l'invention de notre Papier, qui n'est pas bien ancienne, on en faisoit en Orient avec le chiffon de toile de Coton, & avant celui-ci les Égyptiens préparoient la seconde écorce d'une espèce de Chien-dent connu sous le nom de *Papyrus*, dont ils tiroient du Papier, & dont le notre a retenu le nom. Plusieurs Auteurs rapportent encore que l'on fabrique une espèce de Papier avec l'écorce de certains Arbres, dans quelques lieux de l'Amérique & au Japon. Mais de tous les Peuples de la Terre celui chez qui le Papier paroît être le plus ancien, & à qui l'on pourroit par conséquent en attribuer l'invention avec plus de fondement, ce sont les Chinois. Ils en ont de temps immémorial, & de très-beau. Ils y emploient le Chanvre, le Coton, la Soie, & des écorces d'Arbre dont la principale est celle de *Bambou*. Le célèbre P. Parrenin qui a fait part à l'Académie de mille curiosités naturelles de la Chine, toujours accompagnées de ses judicieuses & sçavantes réflexions, n'a pas oublié de nous parler des Arts qu'on y cultive avec le plus de succès, & parmi lesquels celui de la Papeterie tient un des premiers rangs. Il y a dix à douze années qu'il m'envoya plus de quarante sortes de Papier Chinois, toutes curieuses par quelque circonstance particulière. On y voit des feuilles d'une très-grande beauté, & sur-tout d'une grandeur à laquelle toute l'industrie de nos Ouvriers n'a pu encore atteindre. Le Papier de la Chine a aussi cet avantage qu'il est plus doux & plus uni que celui d'Europe : le pinceau dont les Chinois se servent

servent pour écrire, ne pourroit couler sur un fond tant soit peu raboteux, & y finir certains traits délicats.

M. Guettard a donc été obligé de faire entrer dans le plan de son ouvrage, l'examen de toutes les matières dont on a fait du Papier, soit en différens temps, soit en différens pays, ou de celles qui leur sont analogues, & qu'on trouve en France & dans les autres pays de l'Europe.

Le chiffon de toile de Chanvre ou de Lin, n'est qu'un tissu de fibres ligneuses de l'écorce de ces deux Plantes, que les lessives & les blanchissages ont débarrassé de plus en plus de la partie spongieuse que les Botanistes appellent *Parenchyme*. M. Guettard a d'abord examiné si ces fibres ligneuses n'étaient encore que dans l'état où elles portent le nom de *filasse*, ne donneroient pas du Papier; car par-là on rendroit utiles les Chenevottes mêmes ou le tuyau de la Plante dont la filasse a été séparée, & il est plus que probable que les filasses d'Aloès, d'Ananas, de Palmiers, d'Orties & d'une infinité d'autres Arbres ou Plantes, seroient susceptibles de la même préparation. La filasse de Chanvre simplement battue a produit une pâte dont on a formé un Papier assez fin, & qui pourroit se perfectionner.

Mais il faut avouer que nous ne sommes pas aussi riches en Arbres & en Plantes dont on puisse aisément détacher les fibres ligneuses, que le sont les Indiens de l'un & l'autre Hémisphère. Nous avons cependant l'Aloès sur certaines Côtes: en Espagne on a une espèce de *Sparte* ou de *Genêt* qu'on fait rourir pour en tirer la filasse, & dont on fabrique ces cordages que les Marins appellent *Sparton*; on en pourroit donc tirer du Papier. M. Guettard en a fait avec nos Orties & nos Guimauves des bords de la Mer, & il ne désespère pas qu'on n'en puisse faire avec plusieurs autres de nos Plantes ou de nos Arbres même, sans les réduire en filasse.

Le raisonnement qui l'avoit conduit à fabriquer du Papier immédiatement avec la filasse, lui a fait essayer d'en tirer de même du Coton, & il y a réussi. Il vouloit s'assurer par-là

si le duvet des Plantes étrangères pouvoit donner par lui-même une pâte bien conditionnée, pour travailler avec plus de sûreté sur les duvets de celles qui croissent chez nous, telles par exemple, que les Chardons, ou sur celles qui, quoiqu'étrangères, viennent fort bien dans notre Climat; comme l'Apocyn de Syrie, &c.

La Soie de nos vers à Soie est d'un usage trop précieux, & n'est pas encore assez abondante chez nous pour être employée immédiatement à la fabrique du Papier; mais nous avons une espèce de Chenilles qu'on nomme *commune*, & qui ne mérite que trop ce nom, qui file une très-grande quantité de Soie. C'est sur cette Soie, tout au moins inutile jusqu'à aujourd'hui, que M. Guettard a fait ses expériences, & avec plus de succès qu'il n'eût osé l'espérer. Le Papier qu'elle lui a donné, a toute la force & toute la beauté qu'on pourroit désirer; il ne lui manque qu'un peu plus de blancheur, qu'il ne sera peut-être pas impossible de lui procurer par d'autres préparations. Que ne fournit point la Nature quand on sçait mettre en œuvre ses moindres présens, & tirer parti de ce qu'elle sembloit n'avoir fait naître que pour nous nuire! Rien ne distingue mieux les Peuples policés des Peuples barbares.

Du reste M. Guettard ne s'est pas proposé d'avoir toujours par ces moyens & avec toutes ces matières, d'aussi beau Papier que celui dont nous nous servons pour nos écritures & pour l'imprimerie: on en fabrique tous les jours dans nos Manufactures qui lui est fort inférieur, & qui ne laisse pas d'être de grand usage dans le commerce. Il a voulu seulement nous faire sentir les avantages que nous pourrions retirer à cet égard, d'une infinité de substances que nous rejetons comme inutiles.



*MACHINES ET INVENTIONS*  
*APPROUVEES PAR L'ACADEMIE*  
*EN M. D C C X L I.*

**M** de Genfane déjà connu de l'Académie & du Public par plusieurs ouvrages de Méchanique qui ont eu du succès, a présenté cette année à la Compagnie un Mémoire contenant la description des quatre Machines suivantes, sçavoir :

I.

Un Niveau construit de manière que ses pièces essentielles sont à l'abri de l'action du vent. Il consiste principalement en un Perpendicule chargé de deux miroirs un peu inclinés à la verticale, & sur lesquels les objets de dehors viennent se peindre à travers deux ouvertures garnies de glaces qu'on a ménagées à une boîte bien close qui renferme le tout, &c. Quoique les Niveaux à miroir ne soient pas une invention nouvelle, celui-ci a paru cependant fort bien imaginé par rapport au but que l'Auteur s'y propose; & l'on a cru en même temps que ce Niveau pourroit être aussi exact qu'aucun autre de pareil volume.

I I.

Une Machine destinée à mesurer par une seule station, de petites distances inaccessibles.

I I I.

Une manière d'employer sans roues, & par le moyen d'un tuyau garni d'un piston & d'une double soupape, l'eau d'une source qui auroit une certaine chute, pour faire mouvoir des Pompes. L'idée a paru nouvelle, & pouvoir être mise utilement en pratique.

I V.

Un moyen de substituer aux Manivelles coudées, des espèces de Lanternes qui, avec des aiguilles garnies de plans

inclinés qu'on leur oppose, font jouer alternativement, également & sans aucun saut les Pompes auxquelles on les applique, comme M. de Gensane l'a exécuté avec succès aux Mines de Pontpéan en Bretagne. Cette Machine pourra principalement être employée toutes les fois que les Manivelles coudées auxquelles on la substitue, seroient de difficile exécution, ou exigeroient des sommes considérables pour être construites.

## V.

L'incendie arrivé au Louvre le 24 Mars de l'année dernière 1740, a réveillé l'attention du Public sur les moyens de prévenir de semblables malheurs, ou d'en rendre les suites moins funestes. Dans cette vûe, on n'a rien imaginé qui pût être plus sûr ni plus expéditif, que de se procurer dans chaque maison à la Ville & à la Campagne, une ou plusieurs Pompes capables de remédier sur le champ au désordre. Alors quelques pintes d'eau dardées à propos sur l'endroit embrasé, feront sûrement plus d'effet que des muids d'eau qu'on y jetteroit après que l'incendie est devenu plus considérable. Le même M. de Gensane nous a encore présenté un projet de Pompes très-propres à remplir ce dessein, & dont l'exécution est simple, facile & de médiocre dépense: en voici la construction. Deux corps de Pompe sont placés à côté l'un de l'autre dans un bacquet qui leur fournit l'eau, & communiquent tous deux à un réservoir fermé de toutes parts. Ce réservoir est plein en partie de l'eau que les Pompes y fournissent & en partie d'une quantité d'air, qui étant comprimé par l'eau que les Pompes y chassent, la comprime aussi à son tour, & la force à s'échapper par un tuyau qui trempe dans l'eau & qui lui donne issue vers le côté où la main de celui qui dirige la Pompe veut la porter; car ce tuyau est formé d'un cuir flexible qui se termine par une espèce de cannule de métal. Les pistons des Pompes sont mûs avec des balanciers qui sont levés & abaissés par les dents d'une lanterne, à l'axe de laquelle est attachée une manivelle que l'on fait tourner à la main. Ces sortes de Pompes qui



agissent par le ressort de l'air étoient déjà connues\*; mais une Machine peut être regardée comme nouvelle, ou par ce qui en fait le fonds, ou par la forme qu'on lui donne relativement à certains usages auxquels on la destine, & celle-ci est dans ce dernier cas. Du reste M. de Genfane a calculé qu'une de ses Pompes mûe par un seul Homme, pouvoit élever à 35 ou 40 pieds de hauteur environ 53 pintes d'eau par minute.

\* V. les M.  
de 1725.  
P. 35.

## V I.

Un modèle de Cheminée de M. de Lagny, dans lequel il procure le moyen d'y éteindre le feu en ôtant la communication de l'air extérieur & de celui de la chambre avec le tuyau. Il met une Plaque de fer au haut de l'intérieur de la Cheminée & une autre en bas, placées horizontalement, & portant chacune deux tourillons ou gonds. On fait hausser ou baisser la Plaque d'en haut par le moyen d'une petite chaîne qui passe sur une poulie appliquée sur le devant de la Cheminée & qui descend jusqu'en bas, en sorte que la Plaque puisse fermer exactement toute l'ouverture quand on tire la chaîne. La Plaque qui est en bas vers le manteau de la Cheminée peut aisément être abaissée ou haussée avec la main ou avec un bâton à crochet. Il n'y a pas de doute qu'il n'entende mettre un quarré ou quadre de fer, tant en haut qu'en bas, afin que les Plaques puissent bien joindre contre, & ne laisser aucun passage à l'air. Cette manière d'éteindre le feu des Cheminées a paru fort bonne, extrêmement simple, & nullement embarrassante.

## V I I.

Un Lit pour les Malades & Impotens, dans lequel on a ménagé plus de commodités qu'en aucun autre qui soit connu; inventé par le S.<sup>r</sup> Hannot Ménuisier.

## V I I I.

Un Moulin proposé par les S.<sup>rs</sup> Claude-François & Jean-Claude du Bost frères, destiné à être mû, soit par la force du vent, soit par celle de l'eau.

Comme Moulin à vent, & par sa forme extérieure, il

est assez semblable à ceux qui sont connus sous le nom de Moulins à la Polonoise ; mais il en diffère à plusieurs égards.

Car 1.<sup>o</sup> dans les Moulins à la Polonoise les plans des ailes sont dirigés vers l'axe ou arbre vertical de la roue ailée, & sont continués jusqu'à cet axe où se trouve la section commune de toutes les ailes ; au lieu que dans le modèle de M.<sup>rs</sup> du Bost les ailes font un angle de  $22^{\circ} \frac{1}{2}$  avec les rayons de la roue, & se terminent en dedans à une circonférence de moitié plus petite que celle de cette roue, de manière que la roue elle-même est faite à peu-près comme les cages ou tours rondes des Moulins à la Polonoise.

2.<sup>o</sup> Dans les Moulins à la Polonoise l'arbre de la roue est d'une seule pièce, & toutes les parties de cette roue étant fermement arrêtées à l'arbre, elle se meut nécessairement toute entière ; au lieu que la roue du Moulin de M.<sup>rs</sup> du Bost est divisée en trois parties dans sa hauteur, & ces trois parties se peuvent mouvoir séparément, ou deux ensemble, ou toutes trois à la fois, ou s'arrêter par le moyen de trois freins disposés à cette intention. Ainsi l'on pourra ménager à volonté la force du vent, & empêcher que les meules ne soient emportées avec trop de rapidité.

3.<sup>o</sup> L'inclinaison des ailes de la roue aux rayons, & le vuide qui est au milieu en forme de cylindre ou de tour creuse, fait que le vent peut frapper le plus d'ailes qu'il est possible, & que presque tout le vent réfléchi sous différens angles d'incidence est mis à profit, ce qui permet à la roue de tourner, si l'on veut, en plein air & sans le secours de la tour extérieure où elle est renfermée ; avantage que l'on n'a pas dans les Moulins à la Polonoise qui ont été imaginés jusqu'ici. La roue de ce Moulin se trouve donc par-là & par la tour qui l'environne, à l'abri des accidens que peuvent causer de violens coups de vent ; autre propriété que n'ont pas les Moulins à la Polonoise ordinaires, dont les volans sont exposés à toute la violence du vent, & sont souvent emportés par des ouragans.

Du reste le Moulin de M.<sup>rs</sup> du Bost a, comme tous les

autres Moulins à la Polonoise, l'avantage d'une meule attachée à l'arbre de la roue & sans aucun engrenage, d'où il résulte beaucoup moins de frottemens & un entretien plus facile.

Comme Moulin à eau, la roue de celui-ci se trouvant entièrement submergée, sera à l'abri des accidens causés par les glaces ou par les autres corps flottans qui viendroient la choquer. Aussi M.<sup>rs</sup> du Bost proposent-ils de placer ces roues moitié couvertes à l'issue, par exemple, des arches d'un Pont, & derrière une de ses piles; au moyen de quoi l'arbre même seroit totalement hors d'atteinte. De plus on seroit dispensé d'élever la roue dans les grandes crûes d'eau, pendant lesquelles ce Moulin iroit aussi-bien que dans les hauteurs d'eau médiocres.

Il est vrai que si ces Moulins sont à l'abri des glaces & des inondations, ils ne seront presque d'aucun usage dans les grandes sécheresses & les basses eaux; car quand une fois la roue commencera à se découvrir, elle perdra d'autant plus de sa force qu'il demeurera plus de parties de sa hauteur à sec.

Mais malgré cet inconvénient, & quoiqu'en général les roues horizontales des Moulins à eau ne soient pas nouvelles, l'Académie a jugé que ce Moulin pouvoit devenir très-utile par la construction de sa roue & par la disposition de ses ailes, sur-tout si l'on a attention à ne le placer que dans des endroits où il y ait toujours un courant d'eau assez profond pour en tenir la roue submergée, & si l'on prend les précautions nécessaires pour empêcher que le retardement de la rapidité de l'eau, causé par cette roue, n'occasionne des atterrissemens qui en gêneroient ou en arrêteroient le mouvement.

## IX.

Un Moulin à bras & portatif de M. Mansard Architecte du Roi, & Membre de l'Académie d'Architecture. Ce Moulin qui ne diffère des Moulins ordinaires que par le peu d'espace qu'il occupe & par la disposition des parties

qui le composent, est établi dans une espèce de cage de charpente de 5 pieds de longueur sur 4 pieds de largeur. Deux manivelles font tourner un essieu de fer qui porte un rouet de bois, & ce rouet est engrené dans une lanterne dont l'axe fait tourner une meule de 3 pieds de diamètre. Dans deux expériences qui en ont été faites, quatre hommes qui se relaient deux à deux, ont moulu trois boisseaux de froment en 25 minutes; d'où l'on peut conclure que ce Moulin moudra près de huit boisseaux de pareil grain par heure; ce qui, en bien des rencontres, peut être d'un grand secours. Il n'est pas moins important pour le public d'être informé de tous les avantages qu'il peut tirer des anciennes inventions & des richesses qu'il possède, que d'en acquérir de nouvelles.

## X.

L'Art d'imprimer des Tableaux ou des Estampes colorées: Cet Art que le S.<sup>r</sup> Christophe le Blond se propose d'exercer, & pour lequel il a déjà obtenu en 1739 des Lettres patentes portant privilège exclusif pour 20 années, a paru d'une grande utilité par rapport aux Livres d'Anatomie, de Botanique & d'Histoire Naturelle, où l'on pourra représenter les objets avec leurs véritables couleurs. Ce qu'il y a de singulier, c'est que tout cela s'exécute avec trois planches, & avec les trois couleurs *Rouge, Jaune & Bleu*, qui par leur mélange produisent toutes les autres couleurs.



## E L O G E

D E M. P E T I T, Médecin.

FRANÇOIS POURFOUR DU PETIT naquit à Paris le 24 Juin 1664, de parens qui étoient dans le commerce, & qu'il perdit étant encore enfant. Les personnes qui furent chargées de son éducation trouvèrent en lui un obstacle presque invincible à ses premières études, un défaut de mémoire qui se montroit également par la difficulté d'apprendre, & par celle de retenir. Ce ne fut qu'à force de travail & par les soins de quelques-uns de ses Maîtres, dont il ne laissa pas de gagner l'affection, qu'il fit ses basses classes. Il éprouva les mêmes difficultés en Seconde & en Rhétorique; sa mémoire toujours indocile ne le servoit pas mieux pour les règles de Poësie & pour les préceptes d'Eloquence, qu'elle avoit fait pour les mots latins & pour les leçons de Grammaire; mais il s'obstinoit de même à les étudier, comme par pressentiment de ce qui devoit les suivre. C'est de cette manière laborieuse & tardive que M. Petit vint à bout d'apprendre assez de Latin & de Belles-Lettres pour pouvoir monter en Philosophie.

La Logique & la Métaphysique par où l'on a coutume de commencer la Philosophie, n'eurent pour lui aucune sorte d'attrait; il ne voyoit encore là que des mots à apprendre. Mais enfin la Physique parut, & à sa vûe toutes les facultés de l'ame du jeune Etudiant s'ouvrirent pour la recevoir; son esprit saisit, sa mémoire garda tout ce qui lui fut présenté par la Physique, & il se trouva tout à coup une facilité à comprendre & à retenir, dont la découverte fut sans doute la plus flatteuse qu'il ait faite de sa vie.

C'est donc à la Physique, mais à la Physique de Descartes, & à la partie expérimentale de cette Physique, que M. Petit

*Hist.* 1741.

Y.

fut redevable d'une si heureuse révolution; car il lui falloit des expériences, des faits & du mécanisme; & toute autre manière de philosopher eût été encore pour lui un langage inintelligible. C'en étoit fait de notre Académicien s'il avoit rencontré la Philosophie d'Aristote, telle qu'on la dictoit en ce temps-là; mais heureusement il trouva dans le Collège de Beauvais, où il étudioit, un Professeur de Philosophie Cartésien, & de plus, assez hardi ou assez adroit pour enseigner les Principes de Descartes, malgré les défenses expresses qu'il y avoit alors sur ce sujet.

M. Petit n'eut pas plutôt fini ses études, qu'il lui prit envie de voyager. La modicité de son revenu ne l'arrêta pas; il sçavoit déjà en tirer parti avec ordre & économie. Il parcourut ainsi presque toutes les Provinces du Royaume, & une grande partie de la Flandre, & toujours en Physicien, observant par-tout la Nature, & recherchant avec soin le commerce des Sçavans qui l'avoient observée; car des Sçavans, selon lui, c'étoient des Physiciens ou des Naturalistes, & surtout des Cartésiens. Il ne voyoit rien hors delà qui méritât ce titre; & il est vrai que si quelqu'un pouvoit être excusable de borner ainsi le sçavoir au seul objet de ses recherches & la saine Philosophie à ses opinions particulières, M. Petit l'eût été plus qu'un autre, après l'espèce de miracle que la Physique Cartésienne venoit d'opérer en sa personne.

Le peu qu'il avoit appris d'Histoire Naturelle, de Chymie & d'Anatomie au Collège de Beauvais, avoit fait une grande impression sur son esprit, & le rapport que ces connoissances ont naturellement avec la Médecine, l'avoit lié par préférence avec des Médecins. Un de ceux avec qui la liaison devint le plus intime, & dont il retira aussi le plus d'instruction, fut M. Blondin établi à la Rochelle, bon Cartésien, qui avoit une Bibliothèque choisie, un Jardin de Plantes médicinales, & un Cabinet de Curiosités naturelles. M. Blondin lui apprit l'Ostéologie sur un Squelette humain, lui montra la position des Viscères, l'anatomie du Cerveau, celle des Yeux & de l'Oreille, tant sur l'Homme que sur divers Animaux, & finit

par lui conseiller de se faire Médecin. M. Petit y étoit déjà assez porté, & il se détermina aisément à embrasser une profession dont l'étude & l'exercice s'accordoient si bien avec ses occupations les plus chéries. Il partit pour Montpellier vers la fin de 1687; année où M. Chirac, devenu depuis si célèbre, & Membre de l'Académie des Sciences, commençoit d'enseigner dans cette ville les différentes parties de la Médecine. M. Petit les étudia sous lui; il trouva du temps encore pour y faire un cours de Chymie, & ayant enfin reçu le bonnet de Docteur, il revint à Paris en 1690, âgé de 26 ans.

Deux grands Maîtres donnoient alors des leçons publiques dans le Jardin du Roi. M. Duverney y enseignoit l'Anatomie, & M. de Tournefort la Botanique; pendant que feu M. Lémery, qui ne se distinguoit pas moins dans la Chymie, enseignoit cette Science avec un applaudissement général dans son propre Laboratoire, & y attiroit une foule d'Auditeurs de tous états. M. Petit fut assidu aux Cours tant publics que particuliers de ces trois Hommes fameux, & s'acquit bien tôt leur estime & leur amitié; il disséquoit, il opéroit & il herborisoit tour à tour avec eux. Il voulut aussi être particulièrement au fait de la Chirurgie, c'est-à-dire, se mettre en état de la pratiquer; car c'étoit là la manière d'étudier les théories susceptibles de pratique. Et soit qu'il eût inspiré le même goût à M. de Tournefort, ou que M. de Tournefort sentît assez par lui-même combien il importe au Médecin de connoître à fond les opérations chirurgiques, ils allèrent tous les deux pendant six mois faire les pansemens des blessés à l'Hôpital de la Charité.

Les années 1691 & 1692 se passèrent dans ces exercices. C'étoit le fort de la guerre commencée en 1688, & la Flandre, où Louis XIV en personne venoit d'assiéger & de prendre Namur, en étoit le principal théâtre. Une armée de cent mille hommes y offroit abondamment à M. Petit de quoi mettre en œuvre ses connoissances, & en même temps de quoi les augmenter. Il se présenta pour aller servir

dans les Hôpitaux du Roi destinés à cette armée ; il fut agréé, & il partit le 1.<sup>er</sup> d'Avril 1693. La bataille de Nerwinde & le siège de Charleroi suivirent de près son départ. Il fut d'abord établi dans l'Hôpital de Mons avec M. Brisseau Médecin qui en avoit la direction, & qui lui céda peu de temps après plusieurs malades pour lesquels il fut couché sur l'État. Il fut chargé à diverses reprises de l'Hôpital de Namur, & il étoit enfermé dans cette Place lorsque les Alliés en firent le siège & la reprirent sur la France en 1695 ; il passa ensuite à l'Hôpital de Dinant. Par-tout il donna des preuves de son zèle, de son désintéressement & de sa capacité. Des blessés & des malades sans nombre lui étoient amenés de toutes parts, & il montrait parfaitement par son exemple, combien il est à désirer dans ces occasions pressantes, que le Médecin & le Chirurgien se réunissent ou ne fassent qu'un, à la manière des Anciens. M. Petit procura mille biens sous cette double fonction.

La grande connoissance qu'il avoit acquise des Plantes & des Drogues médicinales, & plus encore son inflexibilité à n'en souffrir que de bien conditionnées dans les Hôpitaux qui lui étoient confiés, n'y furent pas moins utiles ; mais elles pensèrent le perdre plus d'une fois. Parmi les Commissaires & les Entrepreneurs pour l'achat & l'entretien des remèdes & des vivres dans les Hôpitaux d'armée, il ne se rencontre que trop souvent des hommes qui sacrifioient sans pitié à leur intérêt des milliers d'autres hommes, l'armée & l'État. M. Petit qui étoit devenu leur fléau, ne pouvoit manquer de se voir bien tôt exposé à leurs traits. On tenta tous les moyens de noircir sa conduite, ce qui n'étoit pas facile, ou du moins de traverser ses desseins, de l'inquiéter & de le rebuter ; mais il eut le bonheur de trouver des Supérieurs éclairés, qui reconnurent sa probité & qui louèrent sa sévérité ; les Commissaires infidèles ou suspects furent chassés. Toujours protégé, secondé par M.<sup>rs</sup> de Bagnols & Voisin, l'un Intendant de la Flandre, l'autre du Hainaut, & tous deux si capables d'entrer dans des vûes utiles, M. Petit



faisoit établir dans les Hôpitaux mêmes des Laboratoires de Chymie & des Chambres d'Anatomie ; il exerçoit en même temps ses Elèves à connoître les Plantes, à les cueillir & à les préparer dans la saison & dans les circonstances les plus convenables, soit pour en tirer des remèdes, soit pour les garder & en faire un sujet d'étude. C'est ainsi qu'il assembla dès-lors & qu'il dessécha un grand nombre de Plantes, qui firent le commencement d'un Herbar de trente gros Volumes in-folio qu'il a laissés.

Il revint à Paris après la Paix de Ryswick en 1697, & il se rendit l'année suivante au camp de Compiègne où il fut chargé des malades avec M. Prouvenza Médecin Inspecteur des Hôpitaux, & comme lui grand amateur de la Botanique. M. Petit reçut de M. Prouvenza dans cette occasion & dans plusieurs autres, des marques d'estime & d'amitié qu'il voulut reconnoître d'une manière conforme à leur commun penchant. Il s'étoit engagé de nouveau à servir dans les Hôpitaux de Flandre, lorsque la succession à la Couronne d'Espagne ralluma la guerre en Europe. Comme il s'acheminoit vers Ruremonde où il avoit été appelé, & qu'à son ordinaire il herborisoit sur sa route, il aperçut au bord d'une petite rivière tout proche de Wert dans le Comté de Horn, une Plante dont les feuilles étoient de la couleur du Plantin, mais d'une figure fort différente. L'ayant examinée de plus près, il l'a trouva aussi d'un caractère qui ne ressembloit à aucun des Genres rapportés dans les Institutions de Botanique, & il la nomma sur le champ *Prouvenzalia*. Il en a nommé une autre *Dantia*, du nom de M. Danti d'Isnard, Membre de cette Compagnie, qui lui avoit beaucoup aidé à la composition de son Herbar. C'est ainsi qu'en ont souvent usé les Astronomes en faveur de leurs amis ou de leurs protecteurs, lorsqu'ils ont découvert quelque nouvel objet dans le Ciel ; & si l'on est sensible à voir transmettre son nom à la postérité, on doit assurément être flatté de le trouver écrit sur des monumens si durables.

M. Petit demeura à Ruremonde, à Bruxelles & dans

quelques autres villes des Pays-bas pendant tout le cours de cette guerre, & il nous suffira de dire qu'il s'y acquitta de ses devoirs comme dans la précédente; même application à servir, à s'instruire & à instruire ceux qui servoient sous lui; mêmes succès suivis des mêmes éloges.

Il se fixa enfin à Paris après la paix d'Utrecht en 1713, & il s'y maria en 1717. Content d'une petite fortune qui étoit moins son ouvrage que la suite naturelle de ses services, il ne songea nullement à l'augmenter, & à se faire dans cette Capitale des pratiques utiles que sa réputation lui eût attirées s'il avoit voulu l'accompagner de quelques soins. Mais l'étude du cabinet, la Physique & les expériences l'emportèrent sur les sollicitations de la Fortune. Résolu désormais de consacrer tout son loisir à ce premier objet de ses inclinations, & comptant s'en être acquis le droit par ses travaux passés, il tourna uniquement ses vûes & ses desirs vers l'Académie des Sciences. C'est là en effet qu'il alloit retrouver non le Cartésianisme, mais l'esprit de Descartes, l'amour des expériences, & toute l'ardeur que ce Philosophe fit paroître pour s'en procurer le secours, la circonspection dans leur choix, la manière de les expliquer & de raisonner sur les Phénomènes de la Nature, toujours par le seul mécanisme, soit qu'il s'y montre, soit qu'il s'y cache; en un mot l'esprit de doute & de discussion qui caractérise son immortelle méthode & cette Académie: ou plutôt c'est là que M. Petit alloit voir Descartes préféré par les uns, Newton par les autres, & plus souvent Descartes associé à Newton, à Leibnitz, à Aristote même, & à tous les grands génies dont les méditations & les veilles ont enrichi l'esprit humain de quelque nouvelle connoissance.

Il se présenta donc pour entrer à l'Académie en 1722, il y fut reçu, & trois ans après il y obtint la place de Pensionnaire Anatomiste vacante par la Vétérance de M. Duverney.

Une vie presque toujours ambulante & des fonctions jusqu'ici opposées au recueillement nécessaire pour la composition des ouvrages, n'avoient pas empêché M. Petit de

publier en 1710 trois Differtations en forme de Lettres, qui furent imprimées à Namur sous le titre de *Lettres d'un Médecin des Hôpitaux du Roi à un autre Médecin de ses amis*. Il n'en fit tirer que 200 exemplaires, ce qui a rendu cet ouvrage infiniment rare, & qui nous engage à en donner une idée. C'est un petit in-4.° rempli de faits, d'observations & d'expériences, qui peint parfaitement les occupations parmi lesquelles il a été enfanté & dont il est le fruit.

La première, & sans difficulté la plus importante de ces lettres, contient un nouveau système du Cerveau. Ce système a pour objet l'entrelacement de plusieurs nerfs ou filets médullaires, qui partent de la moëlle alongée, & qui passent obliquement de l'épaisseur de l'une de ses portions latérales dans l'épaisseur de l'autre portion. L'Auteur démontre la nécessité de cette mécanique par cinq observations principales accompagnées d'un grand nombre d'autres, & il en établit la réalité par l'inspection même de la moëlle alongée, dont il donne des figures d'après les dissections qu'il en a faites. Ce n'est pas seulement de nos jours que cet entrelacement de nerfs a été soupçonné & admis par d'habiles Anatomistes; Cassius & Arétéus, très-anciens Médecins, & qui vivoient vers le commencement du premier siècle, ont cru que les nerfs s'entrelaçoient à leur origine, & se croisoient de manière que ceux du côté droit passaient au côté gauche, & ceux du côté gauche passaient au côté droit. Eh! comment expliquer sans cela cet accident si ordinaire après certaines blessures, où certains coups reçus à un côté de la tête sont presque toujours suivis de la paralysie du bras ou de la jambe du côté opposé. Mais il y a loin souvent du simple soupçon & de la raison de convenance, à la vérification & à la certitude du fait. C'est en ce sens, & M. Petit en avertit lui-même, qu'on peut bien appeller nouveau un système qui n'avoit passé jusqu'alors que pour une conjecture dans l'esprit de quelques Auteurs, & qui est présentement fondé sur des preuves solides, & sur une structure du Cerveau qu'il nous a dévoilée. C'est en effet le témoignage que lui rendent nos plus habiles

Anatomistes, & c'est principalement sur ce témoignage, & en considération de cette découverte que M. Petit fut reçu à l'Académie des Sciences.

Sa seconde Lettre n'est presque qu'une suite de la première. Il y traite encore du Cerveau; il examine d'où viennent les esprits qui produisent le sentiment, s'ils partent du Cervelet, ou seulement de quelque endroit de la moëlle allongée. Ce fluide subtil, cette espèce de matière éthérée capable de se porter avec rapidité du Cerveau dans les parties pour y produire le mouvement, ou des parties dans le Cerveau pour y exciter les sensations, est ce que tous les Anatomistes ont nommé *esprits animaux*. Quelques-uns les composent d'Air & de Nitre, quelques autres les font consister en des corpuscules salins volatils de la nature de l'esprit de Sel armoniac, ou volatils sulfureux, tels que ceux de l'esprit de Vin, & enfin il y a eu & il y a encore d'habiles Anatomistes qui en ont totalement nié l'existence : ample matière aux expériences chymiques sur le sang des Animaux, & l'on peut s'assurer que M. Petit ne les a pas épargnées. Elles le conduisent presque toujours à la négative, ou pour le moins au doute & à l'incertitude sur toutes ces questions. Ses expériences ne sont pas plus favorables au système des acides & des alkalis, qu'on l'avoit engagé à examiner par cette autre question : *Si les esprits animaux fermentent avec quelque partie du sang pour faire la contraction des muscles, & si cette partie du sang est acide ou alkaline* ! Rien ne lui paroît plus suspect que les raisonnemens fondés sur ces prétendues fermentations d'acides & d'alkalis dans le Corps humain, ni plus dangereux que de s'en faire un principe dans la pratique des maladies. Il préparoit ainsi, & peu s'en faut qu'il n'annonçât la chute d'un système entièrement banni aujourd'hui de la Médecine, mais qui régnoit encore alors avec toute l'autorité d'une opinion à la mode.

La troisième Lettre a pour but l'établissement de quelques nouveaux genres de Plantes où la *Prouvençalia* & la *Dantia* ne sont pas oubliées, & une critique de quelques endroits

endroits des Elémens ou Institutions de Botanique de M. de Tournefort qui étoit mort depuis deux ans, & dont M. Petit reconnoît toujours les rares talens & la supériorité dans cette Science.

Nous passerons plus succinctement sur les ouvrages qu'il a fait imprimer avec nos Mémoires, qui sont entre les mains de tout le monde.

Ces ouvrages sont cependant assez considérables par leur objet & par leur nombre. La Physique expérimentale, l'Anatomie, la Chymie, & même un peu de Physique raisonnée & systématique, y paroissent tour à tour. Ce qu'il a fait sur l'ascension des liqueurs dans les tuyaux capillaires, & sur la cause des végétations salines, est de ce dernier genre. Mais la plus grande partie des Mémoires qu'il a donnés depuis son entrée à l'Académie, roule sur la description anatomique des Yeux de l'Homme & de divers Animaux, sur les dimensions exactes & portées à une précision scrupuleuse des parties qui les composent, sur la nature, les causes & l'opération de la Cataracte, & en général sur tout ce qui concerne la mécanique de l'Œil & la Vision.

Il avoit imaginé & fait construire un *Ophthalmomètre*, instrument destiné à mesurer les parties de l'œil, & plusieurs autres Machines pour constater ce qu'il avançoit sur toute cette matière, ou pour diriger la main de ceux qui ont à opérer sur cet organe délicat. Une des plus importantes à ce dessein étoit un globe de verre creux représentant au naturel un œil dont le CrySTALLIN est cataracté; car on sçait aujourd'hui, & M. Petit n'a pas peu contribué à mettre ce fait hors de doute, que ce que l'on appelle communément la cataracte, & qu'on attribuoit autrefois à une pellicule membraneuse qui se formoit dans l'œil, n'est presque jamais qu'une altération ou une maladie du CrySTALLIN, un épaisissement, & l'opacité qui s'en ensuit. Ce que l'âge a coûtume d'ôter de clarté à la vue, ne vient aussi pour l'ordinaire, selon M. Petit, que du changement arrivé à cette partie qui se colore de plus en plus; & il nous fit voir un jour dans une de nos Assemblées, quarante

ou cinquante Crystillins de tous âges, dont la substance alloit de plus en plus en jaunissant, & la transparence en diminuant par degrés insensibles depuis l'enfance jusqu'à l'extrême vieillesse.

C'est donc sur cette partie qu'il faut opérer, c'est le Crystillin qu'il s'agit d'abattre, non cette prétendue membrane qui n'existe presque jamais. Or l'œil artificiel dont nous venons de parler, & qui est fort grand, a été construit de manière qu'avec une aiguille proportionnée on y fait toute l'opération de la Cataracte, & qu'on voit au travers du verre la courbe qu'il faut faire décrire au Crystillin en l'abattant, pour n'endommager que le moins qu'il est possible les parties qui l'environnent.

Aidé par tant de secours, armé de tous ces instrumens que la connoissance exacte des parties lui avoit suggérés, aimant d'ailleurs à opérer, & s'y étant exercé toute sa vie, on peut juger que M. Petit ne dédaigna pas de pratiquer lui-même ses leçons. Il mit la main à l'œuvre, & ce fut presque toujours avec le succès qu'on en devoit attendre, & qu'il s'étoit préparé par ses soins & par ses recherches. Il en a eu quelquefois pour témoins des personnes aussi illustres par leur sçavoir, que respectables par leur dignité. Au mois d'Avril 1726 étant à Fresnes chez M. le Chancelier, il abattit en sa présence les Cataractes à une fille âgée de 60 ans qui y étoit venue de Meaux; la malade fut parfaitement guérie en trois jours, elle s'en retourna à cheval, & elle voit encore aujourd'hui.

Malgré ces succès M. Petit se rendoit chaque jour plus difficile à entreprendre l'opération de la Cataracte, & dans ses dernières années il ne la pratiquoit guère que sur les pauvres, à qui il procuroit, avec la vûe, tous les secours que sa compassion naturelle & la charité chrétienne pouvoient lui inspirer; car outre mille inconvéniens, quelquefois inévitables, qui se rencontrent dans cette opération par la disposition accidentelle des malades, leur peu d'exactitude à observer le régime qu'il avoit coutume de leur imposer, l'en avoit souvent rebuté.

Sa théorie & sa méthode sur ce sujet furent attaquées par M. Hecquet dans son *Traité des maladies des Yeux*, & dans quelques autres Ouvrages de ce sçavant Médecin. M. Petit répondit solidement à ses objections par des Lettres qu'il fit imprimer en 1729, & qui ne contiennent d'ailleurs qu'une extension & une explication de ce qu'il avoit avancé là-dessus dans les *Mémoires de l'Académie*.

Sa manière d'écrire étoit négligée & sans aucun agrément, il n'avoit jamais su ou voulu savoir ce que c'étoit que de limer un ouvrage; il auroit peut-être trop regretté le temps qu'il en coûte, & il faut convenir que le genre auquel il s'étoit principalement attaché, avoit peu à perdre par ces sortes de négligences. Renfermé dans les faits, il dénombreoit & il détaillait, rarement il discutoit; occupé à découvrir & à voir, il rapportoit ce qu'il avoit vu, & dans l'ordre qu'il l'avoit vu, toujours avec beaucoup de fidélité & de candeur; car il aimoit souverainement la vérité, & il ne souffroit qu'avec peine tout badinage qui lui paroïssoit la blesser, quelque ingénieux qu'il pût être.

Le 3.<sup>me</sup> Juin de cette année il tomba malade d'une hernie qu'il avoit depuis long temps. Le 8.<sup>me</sup> jour de sa maladie on lui fit une opération qui dura 16 minutes, & qu'il souffrit avec une constance peu commune. Il mourut le 18 du même mois avec des sentimens de religion & de piété dont la naissance n'étoit point dûe aux approches de la mort, mais à la conviction des vérités qui avoient fait la règle de sa vie.

De quatre enfans mâles qu'il avoit eus de son mariage il ne reste que l'aîné qui a embrassé la même profession que son père, & qui nous a déjà donné des preuves qu'il pourra un jour lui succéder dans cette Compagnie.



## E' L O G E

## DE M. LE CARDINAL DE POLIGNAC.

**M**ELCHIOR DE POLIGNAC, Cardinal Prêtre de l'Eglise Romaine, du titre de Sainte Marie des Anges, Abbé de Corbie, d'Anchin, de Bonport, de Mouzon & de Bégard, Archevêque d'Auch, Primat de la Novempopulanie, Commandeur des Ordres du Roi, naquit au Puy capitale du Velay en Languedoc, le 11 Octobre 1661. Il étoit second fils de Louis-Armand Vicomte de Polignac, Marquis de Chalancon, Gouverneur du Puy, Chevalier des Ordres du Roi, & de Jacqueline de Beauvoir-Grimoard-de-Roure sa troisième femme.

La Maison de Polignac étant une des plus connues & des plus illustres du Royaume, nous nous dispenserons d'en relever ici l'ancienneté, l'éclat & les alliances.

Six mois après que M. le Cardinal de Polignac fut venu au monde, il éprouva le sort de quelques-uns des plus fameux héros de l'antiquité, & il en courut tous les dangers, il fut exposé. Il étoit nourri à la campagne : sa nourrice qui étoit fille, & qu'une première faute n'avoit pas rendu plus sage, en fit une seconde. Dans cet état qu'elle ne put longtemps cacher, frappée de tout ce qu'elle avoit à craindre, elle s'enfuit vers la fin du jour & disparut, après avoir porté l'enfant sur un fumier, où il passa toute la nuit. Heureusement c'étoit dans la belle saison ; on le retrouva le lendemain, sans qu'il lui fut arrivé aucun accident.

Son corps formé par les graces, l'esprit, la vivacité jointe à la douceur que cet enfant fit bien tôt paroître, ajoutèrent des motifs plus solides à l'intérêt qu'une semblable aventure faisoit naître en sa faveur, & le rendirent infiniment cher à ses parens. M. le Vicomte de Polignac, qui le destinoit à



l'Eglise, l'amena de bonne heure à Paris, & le mit d'abord au collège de Clermont aujourd'hui de Louis le Grand. Le jeune Abbé de Polignac s'y distingua dans ses premières études, & sur-tout dans ses Humanités. On le fit passer ensuite au collège d'Harcourt, pour y apprendre la Philosophie; c'est là que ses heureuses dispositions achevèrent de se montrer de la manière la plus brillante.

Il étudioit sous un Professeur célèbre, mais ancien & absolument dévoué à la philosophie d'Aristote. Cependant l'Abbé de Polignac apprit qu'il y avoit une autre philosophie dans le monde, celle de Descartes; il se mit au fait de cette philosophie, & il en saisit toutes les beautés. Les principes de Descartes étoient alors formellement proscrits dans les écoles du Royaume, où il étoit ordonné en même temps de n'enseigner que la philosophie d'Aristote; mais ni cette raison, ni les efforts redoublés de son Maître pour le ramener au Péripatétisme, ne purent obscurcir la lumière qui avoit brillé à ses yeux. Il céda seulement, en ce qu'il voulut bien s'engager à soutenir dans ses thèses les deux philosophies en deux jours consécutifs. Le Professeur avoit aussi exigé que celle de Descartes passeroit la première, croyant qu'il auroit été trop dangereux de finir par-là, & de renvoyer les auditeurs avec une impression récente de la doctrine prétendue erronée qu'on sçavoit être très-séduisante dans la bouche de l'Abbé de Polignac; car son éloquence étoit déjà formée & se déceloit par mille traits. Le succès de ce double acte public fut des plus éclatans; les systèmes de Descartes & d'Aristote y parurent l'un après l'autre, comme on l'avoit demandé, & tous deux dans leur plus beau jour; ils furent défendus autant que chacun pouvoit l'être; la prédilection du Répondant ne s'y fit sentir que par la force des raisons qui la justifioient; & il montra dans cette occasion tant d'équité, de retenue & de savoir, qu'il reçut des éloges de l'un & de l'autre parti, & qu'en ce sens il réunit tous les suffrages.

Les thèses de Théologie que M. l'Abbé de Polignac soutint quelques années après en Sorbonne, ne lui firent pas

moins d'honneur : il y avoit mis en tête ces mots, qui se trouvent si souvent dans l'Écriture en parlant des Rois de Juda, *Excelsa abstulit* ; par où il faisoit allusion à tout ce que venoit d'ordonner, ou que préparoit alors Louis XIV pour l'établissement de l'unité de religion dans son Royaume : c'étoit vers l'année 1683 deux ans avant la révocation de l'édit de Nantes.

Tant de connoissances déjà assez approfondies, dont une excellente mémoire lui assuroit la possession, & dont il savoit parler sans ostentation & avec grace, se firent bien tôt admirer parmi les gens de Lettres & dans le grand monde, & lui gagnèrent l'estime & l'amitié de tout ce qu'il y avoit de plus distingué par le mérite & par la naissance. Le Cardinal de Bouillon, qui fut des premiers à lui en donner des marques, le mena à Rome en 1689, après la mort d'Innocent XI. Il le fit entrer avec lui dans le conclave, & il l'employa non seulement à l'élection du nouveau Pape Alexandre VIII, mais encore dans l'accommodement des différends qui régnoient alors entre la France & la Cour de Rome, & que ce Cardinal étoit chargé de terminer.

Ces différends, dont les uns sembloient intéresser les droits de la Tiare, & les autres la police de Rome, par les franchises du Palais des Ambassadeurs, avoient été poussés fort loin du vivant d'Innocent XI, & n'étoient pas aisés à pacifier. Le Roi y avoit encore envoyé le Duc de Chaulne dans le même dessein ; mais Sa Majesté étant informée de la capacité de l'Abbé de Polignac, de l'estime & du crédit qu'il s'étoit acquis dans Rome, déclara qu'Elle vouloit aussi qu'il eût part à la négociation. Se distinguer parmi les excellentes têtes qui habitent cette Ville fameuse, ou qui s'y rassemblent du monde entier, dont à certains égards elle n'a pas cessé d'être la capitale ; parmi des gens tout occupés de mille intérêts différens, & exercés dans la politique la plus profonde & la plus raffinée ; au milieu d'un État qu'on croiroit être un composé de plusieurs Républiques, & où, quoique le pouvoir appartienne à un seul, chaque Prince ne

laisse pas d'avoir sa Cour & son autorité particulière; s'y faire goûter, s'y faire aimer, combien de discernement, d'art & de prudence, que de talens naturels & acquis suppose un tel succès! C'est pourtant ce qu'avoit fait M. l'Abbé de Polignac à l'âge de 28 ans, & dès son premier voyage à Rome. Alexandre VIII qui étoit un des meilleurs esprits de son siècle, & qui avoit souvent des conférences avec le jeune Négociateur, disoit de lui, *Je ne sçais comment il fait, il ne me contredit jamais, il est toujours de mon avis, & cependant c'est ordinairement le sien qui prévaut.*

Les affaires ayant été heureusement terminées, & les articles de l'accommodement étant dressés, l'Abbé de Polignac revint à la Cour pour les proposer à Sa Majesté; & c'est alors que ce Monarque lui rendit un témoignage en apparence tout contraire à celui du Pape, mais qui ne peignoit pas moins bien son caractère. *Je viens, dit-il, au sortir d'une longue audience qu'il lui avoit donnée, d'entretenir un homme, & un jeune homme, qui m'a toujours contredit, & qui m'a toujours plu.* En effet M. le Cardinal de Polignac garda toujours sa politique & tout son art pour traiter avec les autres Princes, & n'employa jamais que sa candeur & son zèle pour le bien de l'Etat, en parlant à son Roi.

De retour en France l'Abbé de Polignac y partagea d'abord son loisir entre l'étude & les amis illustres qu'il s'étoit faits. Il entra ensuite dans le Séminaire des Bons-enfans, en 1692; mais le Roi l'en tira en 1693 pour l'envoyer en Pologne, en qualité de son Ambassadeur.

Jean Sobieski, que ses grandes actions avoient élevé sur le trône, régnoit encore; mais sa santé chancelante & qui dépérissoit tous les jours, faisoit prévoir les troubles qu'une vacance prochaine ne manqueroit pas d'exciter pour l'élection de son successeur.

Il étoit de l'intérêt de la France, attaquée par les principales Puissances de l'Europe liguées contre elle depuis cinq à six ans, d'empêcher qu'un Prince dévoué à ses ennemis n'obtînt la Couronne de Pologne. Le Roi Sobieski la devoit

en partie aux puissans offices de Louis XIV, & Louis XIV auroit eu lieu de croire que les trois fils de ce Prince en conserveroient une juste reconnoissance, si depuis quelques années le Prince Jacques, leur aîné, n'eût pris des engagemens avec la maison d'Autriche, en épousant la Princesse Palatine de Neubourg sœur de l'Impératrice.

La Reine de Pologne, Marie d'Arquien, étoit née Françoisse; mais elle s'étoit cru dégagée de tout devoir envers sa patrie, depuis qu'elle étoit montée sur le trône.

Cependant Louis XIV touché des vertus de Sobieski, conservoit toujours la même affection pour ce Prince & pour sa famille, & auroit souhaité qu'au défaut de l'aîné de ses fils, dont la partialité pour l'Empereur étoit trop déclarée, il fût possible de procurer la Couronne à l'un des deux cadets, lorsque le Roi leur père viendrait à décéder.

Dans ces circonstances, & instruit des intentions de Sa Majesté l'Abbé de Polignac partit pour la Pologne vers la fin du mois de Mai 1693. Il espéroit y trouver un puissant parti en faveur des cadets; mais la nation indisposée contre l'aîné, regardoit l'exclusion qu'elle lui donnoit d'avance, comme une raison valable contre les deux autres.

Il fallut donc, pour se conformer aux conjonctures présentes, travailler sur un nouveau plan. Il y travailla si heureusement, que le trône étant venu à vaquer, il eut non seulement assez de crédit pour en éloigner tout ennemi du nom François, mais il put encore sans trop de présomption, concevoir l'espérance flatueuse de mettre cette Couronne sur la tête d'un Prince de la Maison de France. Il en écrivit au Roi deux jours après la mort de Sobieski, c'est-à-dire, le 29 Juin 1696, & son projet fut approuvé : projet d'autant plus difficile à exécuter, qu'il se présentait en même temps sur la frontière, un compétiteur à la tête d'une puissante armée, menaçant d'un côté ceux qui lui refuseroient leur voix, & de l'autre promettant mille avantages à la République, & faisant goûter d'avance par ses largesses, une partie de ce qu'il promettoit.

Dénué

Dénué de tous ces secours, l'Abbé de Polignac parvint cependant à faire élire & proclamer Roi de Pologne M. le Prince de Conti. Mais pour soutenir cette élection, & réunir les suffrages divisés entre ce Prince & l'Electeur de Saxe, dans un pays où l'unanimité décide, non la pluralité, où la liberté est telle, qu'un particulier mal intentionné peut faire manquer l'affaire la mieux concertée & la plus utile, ne fût-ce que pour montrer qu'il a part au gouvernement, il falloit combattre & surmonter le parti opposé avec les mêmes armes qui avoient été employées pour lui concilier des amis.

Quoique la France ne soit pas moins puissante par ses richesses que redoutable par ses armes, éloignée de la Pologne, & ne pouvant faire passer que lentement dans ce Royaume les sommes que l'Ambassadeur avoit demandées, elles y arrivèrent trop tard, & l'éloquence du Ministre ne put suppléer à leur défaut. La guerre, qui en avoit retardé l'arrivée, retarda pareillement celle du Prince de Conti : sa route par mer avec peu de vaisseaux, exigeoit nécessairement des précautions pour éviter les escadres d'Angleterre & de Hollande, & entraînoit par-là mille inconvéniens & de longs délais. Il n'étoit plus temps quand il débarqua à l'Abbaye d'Oliva près de Dantzick qui se déclara contre lui par plusieurs actes d'hostilité, & dont les autres Villes de Prusse imitèrent l'exemple. Ce Prince fut donc bien tôt obligé de se rembarquer. L'Abbé de Polignac contraint aussi de se retirer, demeura quelque temps dans la Poméranie citérieure, à Stettin ou aux environs, & ne revint en France qu'au commencement de l'année 1698, après avoir perdu tous ses équipages & tous ses meubles, qui lui furent enlevés par les Dantzickois.

Le Roi se crut obligé de témoigner qu'il étoit mécontent de la conduite de son Ambassadeur, & lui commanda de se retirer dans son Abbaye de Bonport.

Ce n'est pas aux Sujets à pénétrer dans les motifs secrets des résolutions de leurs Maîtres. L'Abbé de Polignac pouvoit justifier sa conduite, & par le compte exact qu'il avoit rendu

186 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
de l'état des affaires, & par les ordres précis qu'il avoit reçus; mais puni par un Roi juste, il se crut coupable, & n'attendit que de sa seule bonté, ce qu'il auroit cru pouvoir attendre de sa justice.

Ce fut dans cette retraite que rendu à lui-même, il entreprit d'écrire ce Poème fameux, qui n'a encore vû le jour que par les copies qui s'en sont échappées dans le public: ouvrage que la religion & l'amour de la vertu lui inspirèrent, que la philosophie lui dicta, & que ses talens admirables & déjà exercés pour l'Eloquence & pour la Poësie, ornèrent de mille beautés utiles au dessein qui le lui fit entreprendre, en un mot le Poème de l'*Antilucèce*, dont nous parlerons bien tôt plus au long.

Le Roi d'Espagne Charles II étant mort le 1.<sup>er</sup> Novembre 1700, les nouvelles de cette mort & du testament de ce Prince, où Philippe Duc d'Anjou étoit déclaré héritier universel de la Monarchie d'Espagne, pénétrèrent bien tôt jusque dans la solitude de l'Abbé de Polignac toujours animé des mêmes sentimens pour sa patrie & pour son Roi. Il écrivit à Louis XIV, *Sire, si les prospérités de Votre Majesté ne mettent point fin à mes malheurs, du moins me les font-elles oublier.*

Ils finirent cependant ses malheurs, il fut rappelé en 1702, & il reparut à la Cour avec plus d'éclat que jamais, par les marques de bonté singulières avec lesquelles il fut reçu de S. M. La disgrâce jette je ne sai quoi de touchant sur les grandes vertus & les qualités éminentes, soit par le contraste des choses qui devroient si peu être ensemble, soit qu'elle épure les unes, & qu'elle ajoûte aux autres: aussi n'est-il pas étonnant sous un Prince vertueux, qu'à la disgrâce succède quelquefois une augmentation de faveur. La place d'Auditeur de Rote étant venu à vaquer par la promotion de l'Abbé de la Tremoille au Cardinalat le 17 Mai 1706, le Roi la donna à l'Abbé de Polignac.

On sçait quelle est à Rome la considération de ce Tribunal, & le rang que ceux qui le composent, tiennent à cette Cour.

Douze Prélats y décident souverainement des matières bénéficiales de presque toute la Catholicité, & souvent même des affaires civiles qui y sont portées par appel. L'Abbé de Polignac, qui n'étoit encore que médiocrement versé dans les questions du Droit Civil & Canonique, se fit un devoir de les étudier à fond, devint un excellent juge, & sa réputation déjà établie dans toute l'Europe, & particulièrement en Italie, s'accrut de ce nouveau titre.

Le Cardinal de la Tremoille qui étoit demeuré à Rome chargé des affaires de la Cour de France, eut pour lui les mêmes sentimens que le Cardinal de Bouillon, & le fit entrer aussi dans plusieurs de ses négociations. Clement XI qui occupoit alors le Saint Siège, & qui joignoit l'amour des Belles-lettres à une solide piété, l'honora d'une amitié tendre; le Cardinal de la Tremoille en fût bien profiter dans plus d'une occasion délicate, mais il en faisoit honneur à l'Abbé de Polignac auprès du Roi, tandis que l'Abbé de Polignac écrivoit de son côté, que le succès des affaires dont on l'avoit chargé, étoit entièrement dû au crédit & à l'habileté du Cardinal de la Tremoille. Sa Majesté fut sensible à une espèce d'émulation si rare entre des Ministres; & qui tournoit toujours à l'avantage de son service. Elle en parla, & l'on sait de quel prix étoient en pareille rencontre les paroles de ce grand Roi.

Juste estimateur du mérite Louis XIV connoissoit trop parfaitement celui de l'Abbé de Polignac, pour en borner la récompense à la place d'Auditeur de Rote; dès-lors il le destinoit à des emplois encore plus importants, & se proposoit de lui ouvrir le chemin aux plus hautes dignités.

Après trois années de séjour à Rome, M. l'Abbé de Polignac avoit eu permission de revenir en France pour mettre ordre à ses affaires, très-dérangées par les dépenses & par les pertes qu'il avoit faites en Pologne. Le Roi lui avoit accordé des représailles sur les vaisseaux Dantzickois, secours trop casuel, & qui ne put réparer les dommages que tant d'accidens lui avoient causés. Il étoit encore à la

Cour en 1710, lorsqu'il fut question de tenir de nouvelles conférences en Hollande, pour finir une guerre sanglante que la succession à la Couronne d'Espagne avoit excitée. Le Roi nomma le Maréchal d'Uxelles & l'Abbé de Polignac ses Plénipotentiaires à Gertruidenberg, où ceux des États généraux des Provinces-unies devoient se trouver.

Le moment marqué pour la paix n'étoit pas encore arrivé; mais quelqu'infructueuses que fussent ces conférences, la sagesse & la fermeté de l'Abbé de Polignac n'en furent pas moins estimées.

Comme l'entière restitution de la Monarchie d'Espagne, avec des circonstances encore plus dures que la restitution même, faisoit le principal objet des Alliés, l'Abbé de Polignac envoya au Roi un mémoire détaillé, où il montrait par de très-fortes raisons, qu'il falloit courir les plus grands risques, & braver les plus fâcheux événemens, plutôt que d'abandonner l'Espagne sous de pareilles conditions.

Cet avis ne manquoit pas de contradicteurs qui insistoient sur la nécessité d'abandonner l'Espagne, & sur l'état où se trouvoit actuellement la France, tant au dedans qu'au dehors du Royaume. C'est cependant le parti que prit le Roi; il rappella ses Plénipotentiaires, & les conférences furent rompues. Les plus heureux succès couronnèrent une résistance si héroïque; les armes de Louis XIV & celles de Philippe V, son petit-fils furent presque par-tout victorieuses; l'Empereur Joseph mourut; l'Angleterre auparavant si animée contre la France, fut la première à seconder ses desirs; les affaires générales changèrent de face, & la paix fut proposée à des conditions plus équitables.

On établit les conférences pour en traiter à Utrecht, & l'on en fixa l'ouverture au 12 Janvier 1712. L'Abbé de Polignac fut encore un des Plénipotentiaires que le Roi nomma pour y assister de sa part, quoiqu'il y eût peu d'apparence qu'il pût y rester jusqu'à l'entière conclusion des Traités. La raison en étoit aussi honorable qu'avantageuse pour M. l'Abbé de Polignac. Sa Majesté lui avoit donné



une marque éclatante de son estime, en témoignant au Roi d'Angleterre Jacques III qui étoit encore en France, qu'il lui feroit plaisir d'accorder à cet Abbé sa nomination au Cardinalat. Destiné à la pourpre, le cérémonial attaché à cette dignité ne lui permit pas de demeurer Plénipotentiaire en second jusqu'à la signature de la Paix, qui se fit avec la France le 11 Avril 1713. D'ailleurs le Pape avoit la délicatesse de ne pas vouloir rendre publique sa promotion pendant qu'il seroit en pays protestant. Créé Cardinal le 18 Mai 1712 il fut donc réservé *in petto* jusqu'au 30 Janvier 1713, où il fut déclaré; & il ne reçut la calotte qu'en chemin pour la France, comme on en étoit convenu, & en pays catholique : elle lui fut remise auprès d'Anvers le 10 de Février suivant.

Il obtint dans la même année la charge de Maître de la Chapelle du Roi; mais il s'en démit en 1716, & l'Abbé de Breteuil, depuis Evêque de Rennes, lui succéda.

Le feu Roi ne vécut pas assez pour donner à M. le Cardinal de Polignac d'autres marques de son estime; mais son auguste Successeur y a suppléé.

Ne dissimulons point cependant que dans les commencemens de ce glorieux règne & durant la Régence, M. le Cardinal de Polignac eut ordre de se retirer dans son Abbaye d'Anchin; mais imitons en même temps son respectueux silence sur les ordres suprêmes. Il fut rappelé trois années après, & les idées que de semblables événemens peuvent faire naître, furent entièrement effacées par les graces dont son rappel fut suivi.

Innocent XIII étant mort le 7 Mars 1724, M. le Cardinal de Polignac alla à Rome pour l'élection du Pape Benoît XIII, & il y demeura 8 ans chargé des affaires de France. Comme il s'agissoit principalement alors de matières de Doctrine, dont il ne nous convient pas de parler, nous dirons seulement qu'il y employa tout ce que son zèle & ses talens conciliateurs étoient capables de lui inspirer, tant pour la pureté de la foi, que pour la paix de l'Eglise. Au

commencement de 1726, il fut nommé à l'Archevêché d'Auch; il revint en France dans le mois de Juillet 1732, & six mois après son retour le Roi le fit Commandeur de l'Ordre du Saint Esprit, où il avoit été associé, & dont il avoit eu permission de porter les marques dès l'année 1728. C'est pendant ce dernier séjour à Rome, & peu de temps après la naissance de Monsieur le Dauphin, qu'il donna sur la place Navone une de ces fêtes superbes, où la profusion, de concert avec le goût, apprend aux nations étrangères quelle est l'opulence d'un Etat, par la magnificence de ses Ministres.

Nous ne nous arrêterons pas davantage sur les négociations de M. le Cardinal de Polignac, ni sur les événemens de sa vie qui s'y rapportent. Tout ce qui le regarde en qualité d'homme public, appartient à l'Histoire de France, & doit en faire une des parties les plus intéressantes. Mais nous allons considérer dans l'homme particulier, un Philosophe sublime, orné de tout ce que la belle Littérature a de plus excellent.

M. le Cardinal de Polignac n'étoit pas demeuré oisif pendant les deux ou trois années de sa retraite à Anchin. Bien différent de ceux qui, après avoir soutenu le poids des affaires, succombent à l'ennui du repos, il sût toujours se faire des occupations également utiles & agréables. L'Antilucrèce qu'il avoit commencé à Bonport, vint une seconde fois à son secours. Il l'avoit déjà beaucoup retouché & augmenté, mais il s'agissoit encore d'y ajouter des livres entiers, d'y insérer un grand nombre d'expériences curieuses, & plusieurs découvertes qui étoient venues à sa connoissance depuis quelques années, & nous osons le dire, depuis qu'il étoit entré à l'Académie des Sciences; car personne n'honora jamais nos assemblées d'une assiduité plus flatteuse, personne n'y fut jamais plus attentif, soit pour y puiser, soit pour y répandre des lumières. Aussi l'Antilucrèce, que l'on croiroit être l'ouvrage des trois célèbres Académies qui se glorifient de compter M. le Cardinal de Polignac parmi leurs membres,

& que toutes pourroient réclamer par les différens genres de beauté dont il brille, nous appartiendra-t-il toujours de préférence, par la partie philosophique qui y domine, qui le caractérise & qui en fait la base. Tâchons donc d'en donner une idée exacte, autant du moins que les bornes prescrites à ce discours pourront le permettre.

L'Antilucrèce est un Poëme Latin, du nombre de ceux qu'on appelle *Didactiques*, parce qu'ils ont pour but d'enseigner des vérités importantes, ou quelque art utile à la vie. Il est écrit en vers héroïques. Il fut d'abord composé en six livres, & il l'a été depuis en neuf. Le neuvième livre, qui n'a jamais été achevé, ni peut-être commencé, quoique les principaux matériaux en fussent tout prêts, étoit destiné à des éclaircissemens sur divers endroits de ceux qui le précèdent. Le Poëme tel que nous l'avons, consiste donc en huit livres complets, qui sont de mille, douze ou treize cens vers chacun.

Le titre d'Antilucrèce montre assez que cet ouvrage a été fait pour combattre à armes pareilles la Philosophie de Lucrèce, ou, ce qui est la même chose, celle d'Épicure, que ce Poëte avoit adoptée avec la plupart des conséquences dangereuses dont elle est susceptible.

M. le Cardinal de Polignac disoit volontiers quelle avoit été l'occasion de son Poëme. En revenant de Pologne il s'étoit arrêté quelque temps en Hollande, il y avoit eu plusieurs entretiens, plusieurs disputes avec le fameux Bayle, dont le Dictionnaire critique paroissoit alors depuis peu. On sçait de quelle manière les argumens d'Épicure, de Lucrèce & des Sceptiques, contre les vérités les plus importantes de la Religion & de la Morale, ont été célébrés & mis en œuvre dans ce Dictionnaire. Ils ne furent pas dissimulés dans cette occasion, & dès-lors M. le Cardinal de Polignac forma le projet de les réfuter; ce qu'il exécuta pendant son exil à l'Abbaye de Bonport. Ce n'est pourtant pas à Bayle qu'il s'adresse dans son Poëme sous le nom Quintius, ainsi qu'a fait Lucrèce dans celui de *rerum Natura* à l'égard de Memmius

Romain d'une famille illustre; mais c'est, comme nous savons encore, à un homme de qualité, & de beaucoup d'esprit, qui a été connu par quelques ouvrages, & avec qui M. le Cardinal de Polignac se trouvoit lié d'amitié.

Ces craintes prétendues vaines & puériles, dont le Poëte Latin veut délivrer son ami, l'auteur de l'Antilucrèce songe à les rétablir utilement dans le sien. Il emploie ensuite tout ce que la Poësie a de plus sublime & de plus pathétique, pour lui faire goûter ce que la saine philosophie a de plus consolant. Ici il foudroie le vice, là il peint avec amour des vertus dont, sans le sçavoir, il étoit le modèle. L'homme dans son état naturel, vile & imperceptible partie de l'Univers, environné d'élémens qui concourent à le détruire, attaqué par ses semblables, en proie aux bêtes féroces, sans ressource dans ses maux, sans appui dans ses adversités, c'est là l'objet que notre Poëte philosophe présente à l'homme même, pour lui faire desirer un protecteur, & pour le rendre attentif à des preuves qui vont le convaincre qu'il en a un, le plus sage & le plus puissant de tous, l'Auteur même de la Nature.

De semblables préliminaires font le sujet du premier livre.

Les livres suivans ont aussi pour but, mais sous d'autres aspects, de préparer les voies qui conduisent à la grande vérité, qu'on ne trouvera traitée à fond que dans le septième & le huitième, ou de dissiper les nuages qui en obscurcissent l'entrée. Cette vérité est l'existence d'un premier Être, intelligent, & juste rémunérateur.

Qu'on n'aille point imaginer sur cet exposé & sur quelques autres endroits de ce discours, qu'il s'agit ici peut-être de Théologie & de vérités révélées qui passent les limites que nous avons dû sagement nous prescrire. La matière de l'Antilucrèce est, comme nous l'avons dit, purement philosophique, par conséquent de notre ressort, & traitée comme elle auroit pu l'être au milieu d'Athènes & dans le Portique, si l'on y avoit connu les méditations de Descartes, ou si l'esprit humain y avoit été plus âgé de deux mille ans: en un mot la Religion, quoique nommée en cent endroits, n'est ici  
proprement

proprement que dans l'intention. Ce seroit une pétition de principe, si elle avoit été employée dans les moyens, puisque la connoissance d'un premier Estre par les seules lumières de la raison, précède, selon l'ordre des choses, la connoissance de ce qu'il nous a révélé.

Le vuide, l'espace éternel & infini, parsemé seulement d'atomes ou corpuscules indivisibles qui s'y meuvent par eux-mêmes, & dont la rencontre fortuite produit tous les Phénomènes de l'Univers, les diverses tendances de ces atomes vers tels ou tels points de l'espace, le hazard enfin, ce mot vuide de sens, & donné pour maître du Monde, sont autant de dogmes Epicuriens, qu'il falloit réfuter, ou, pour me servir de l'expression du Poète, autant de monstres qu'il falloit abattre, & qu'il frappe en effet de tous les coups qui leur furent jamais portés, & de nouveaux encore plus redoutables. Le Cartésianisme le plus rigide & le mieux conçu, brille dans le développement de ces questions, qui exigent, comme on sçait, une clarté & une précision toutes particulières. On peut dire même que nulle autre Philosophie avant Descartes, n'en avoit fait de vraies questions, si pour les rendre telles il faut y apporter des idées intelligibles.

Mais ce qu'il y a de surprenant dans ce Poème, & qui l'est encore plus par l'adresse de l'exécution que par la hardiesse du dessein, c'est qu'en traitant ces matières l'auteur a su y amener presque tout ce que la Physique, la Cosmographie & l'Histoire Naturelle offrent de plus remarquable; y décrire les Arts mécaniques les plus ingénieux ou les plus utiles, y faire entrer la Fable, y rappeler l'Histoire, & toujours avec une élégance qu'on ne trouve que dans Virgile, ou dans ce même Lucrèce dont notre Poète s'est déclaré l'antagoniste. Les tours les plus nobles & les plus variés, les transitions les plus heureuses, les figures les plus capables de soutenir ou de réveiller l'attention, les comparaisons les plus justes & les plus instructives y font passer successivement sous les yeux mille objets divers, comme par une espèce

d'enchantement. C'est ici, il faut l'avouer, que la grande & sublime Poësie l'emporte infiniment sur la Prose dogmatique la plus élégante. Celle-ci ne produira jamais que des lecteurs, celle-là fait des spectateurs; elle attache l'esprit, elle remue l'ame. Ce n'est pas le Cardinal de Polignac que vous écoutez dans son Poëme, c'est le spectacle même de la Nature où vous assistés avec lui. Les grands Poëtes de l'antiquité & quelques modernes nous ont donné des exemples de cette importante illusion; mais si l'Antilucrèce vient à voir le jour, comme il le verra sans doute par les soins d'un illustre ami à qui M. le Cardinal de Polignac l'a confié en mourant, j'ose assurer qu'il en fournira une preuve éclatante.

De la réfutation des Atomes & du Vuide, & de toutes les propriétés chimériques dont la Philosophie Epicurienne les avoit revêtus, l'auteur passe à l'origine du Mouvement, qu'il démontre n'être pas essentiel à la matière, & n'avoir par conséquent d'autre cause que l'Auteur de la Nature.

Il traite ensuite de la spiritualité de l'ame, de sa distinction d'avec le corps, de la simplicité & de l'unité de son être, qui la rendent indestructible à tout agent naturel.

La question de l'ame des bêtes, l'une des plus épineuses de la Philosophie, quand la Philosophie est destinée à préparer la Religion, se présente ici naturellement, & ne pouvoit être passée sous silence. Elle est accompagnée, en forme d'objection, & par le savant artifice dont nous avons parlé, de tout ce que l'Histoire Naturelle nous apprend de plus curieux des mœurs, des ruses & de l'industrie des animaux. Le principe interne, pensant, ou machinal, qui les fait agir, n'y est pas traité avec moins d'art & d'intelligence; discussion également curieuse & sublime.

M. le Cardinal de Polignac, tout Cartésien qu'il étoit, n'avoit jamais été bien décidé sur ce point. Il sentoît parfaitement les avantages du pur machinisme des bêtes, & combien on applanissoit par-là de difficultés; mais il voyoit en même temps ce machinisme exposé à de grandes objections. Le parti qu'il avoit coûtume de prendre dans ce

conflict de sentimens contraires, étoit de montrer que dans l'un & l'autre cas la spiritualité de notre ame n'en étoit pas moins certaine, & qu'en abandonnant le reste aux profondeurs d'une Sagesse dont nous ne connoissons jamais les secrets, cette vérité & ses dépendances n'en pouvoient recevoir aucune atteinte. C'est là aussi le parti qu'il prend dans son Poëme. On voit pourtant qu'il penche vers le machinisme; mais il l'abandonne, il le laisse indécis, pour se renfermer dans son véritable sujet, sachant qu'en toute espèce de guerre, on n'est jamais si fort que lorsqu'on embrasse moins de terrain à défendre.

Le tour de ses Vers tient beaucoup de celui de Virgile, son Poëte favori, qu'il possédoit & qu'il a imité en plusieurs endroits, mais imité en Auteur original, & comme Virgile a imité Homère. Sa ressemblance avec Lucrèce est plus apparente, parce qu'il en emprunte plus fréquemment les traits; mais elle est, à mon avis, moins réelle; & ces traits qu'il en emprunte, c'est le plus souvent pour les lancer contre lui-même, avec plus de force qu'ils n'en avoient en partant de cet adverfaire.

Je n'ai vû nulle part un style, qui à l'élégance & à la noblesse joigne tant de clarté, si ce n'est peut-être encore dans Virgile.

Mais trop semblable à son modèle en un seul point, M. le Cardinal de Polignac a eu, comme ce grand Poëte, le malheur de ne pouvoir mettre la dernière main à son ouvrage. Nous n'avons pas trouvé parmi les copies de l'Antilucrèce qui nous ont été confiées, l'article des expériences de Newton sur la Lumière, non plus que celui de la règle de Képler sur la révolution des Planètes, & plusieurs autres grands morceaux que M. le Cardinal de Polignac nous avoit fait l'honneur de nous communiquer, & qui vraisemblablement n'ont jamais été mis à la place qui leur étoit destinée. Il a dit aussi plusieurs fois qu'il avoit assez de matériaux pour étendre l'Antilucrèce jusqu'à dix, & même jusqu'à douze livres.

Nous ne croyons point cependant que ce qui restoit à faire dans ce Poëme, pour l'achever ou pour l'embellir, soit capable de rien ôter aux éloges qui lui sont dûs, ni à la gloire de son Auteur.

Il en est peut-être de ces sortes d'ouvrages non achevés, mais portés au point où se trouve actuellement celui-ci, comme de ces tableaux admirables dont parle Pline, & qui, selon ce savant connoisseur, n'en étoient que plus admirés, de cela même qu'ils étoient demeurés imparfaits. Saïs d'une douleur tendre à la vûe de ces chef-d'œuvres de l'art, auxquels la mort trop prompte de leurs auteurs a ravi les derniers traits, nous leur prêtons ce qui leur manque, nos regrets suppléent à nos desirs; nous lisons sur l'ouvrage toute la pensée du génie qui l'a conçu, nous y voyons toutes les beautés qui alloient éclore sous les mains de l'ouvrier; & ces mains expirantes qui nous semblent y être encore attachées, en rehaussent le prix à nos yeux.

L'Antilucrèce ne fut pas plutôt annoncé après le retour de M. le Cardinal de Polignac de son Abbaye de Bonport, que tout ce qui compose le monde savant, s'empressa d'en obtenir la lecture, d'en tirer des copies ou même de le traduire. On va voir que ce monde n'exclut pas ce qu'il y a de plus grand, ou qui approche le plus du trône. Madame la Duchesse du Maine, dont l'esprit infiniment cultivé & également digne de l'être, n'est borné en aucun genre de connoissances, voulut être instruite de celles qui étoient contenues dans l'Antilucrèce, & de la manière dont elles y étoient traitées. L'Auteur le lui traduisit verbalement d'un bout à l'autre. M. le Duc du Maine fit plus, il mit par écrit une traduction de tout le premier livre, & l'offrit à cette Princesse par une élégante épître dédicatoire; & nous pouvons assurer avec connoissance de cause, que le présent étoit digne de celle à qui il fut offert. M. le Duc de Bourgogne, ce Prince si chéri de la France, & dont les lumières & les vertus brillent encore dans l'auguste Monarque qui lui doit le jour, voulut avoir des conférences réglées avec M. le



Cardinal de Polignac sur son Antilucrèce, après avoir donné à la lecture de cet ouvrage toute l'application qu'il mérite par lui-même & par son objet. Le feu Roi lui en entendit parler avec tant d'éloges, qu'il parut desirer d'en connoître plus particulièrement les beautés; ce qui engagea M. le Duc de Bourgogne à le traduire, si ce n'est en entier, du moins en partie.

L'histoire littéraire de M. le Cardinal de Polignac, ainsi que sa vie politique, nous fourniroit plusieurs autres ouvrages latins & françois, tant en vers qu'en prose, dont nous serions en état de parler, mais dont nous n'entreprendrons pas même l'énumération. Tels sont divers morceaux qui ont précédé l'Antilucrèce, & qui rouloient aussi sur des matières philosophiques; des harangues, des plaidoyers, des mémoires, & sur-tout un nombre prodigieux de lettres & de dépêches, parmi lesquelles il s'en trouve plusieurs qui peuvent passer pour des chef-d'œuvres de politique & d'éloquence.

Cette collection d'Antiques, Marbres, Porphyres, Bronzes, Statues, Bustes, Bas-reliefs qu'il avoit fait revivre, & dont il avoit orné son Palais, après les avoir retirés de dessous les ruines de cette Ville autrefois maîtresse du monde, ville qu'il connoissoit dans toutes ses époques, comme s'il y avoit vécu dans tous les temps, fera éternellement honneur à son goût pour les beaux arts & à son érudition. L'un & l'autre ont été relevés comme ils méritoient de l'être, dans une Académie qui a l'érudition & les beaux arts en partage.

Plusieurs autres particularités de sa vie, plusieurs faits que nous pourrions encore entasser ici & que nous supprimons; rempliroient sans doute l'éloge d'un homme ordinaire, mais il faut nécessairement abréger dans celui d'un homme aussi rare que M. le Cardinal de Polignac.

Il avoit atteint l'âge de quatre-vingts ans. Sa bonne constitution, sa sobriété, & sa vie uniforme depuis que ses affaires & la discussion importante d'un procès concernant son diocèse, le retenoient à Paris, sembloient lui promettre de plus longs jours. Cependant sa santé s'affoiblissoit considérablement.

depuis quelques années. Il fut attaqué d'hydropisie vers le milieu du mois d'Octobre dernier, & il mourut le 20 Novembre de la même année 1741. Il conserva toute sa raison dans le cours de sa maladie, il jouit de toutes ses lumières jusqu'au dernier soupir, & ses lumières furent accompagnées de tous les sentimens qu'elles étoient capables de faire naître, & qui ne l'avoient jamais abandonné.

Il avoit été reçu à l'Académie Françoisé en 1704, à l'Académie des Sciences en 1715, & à celle des Belles Lettres en 1717.

Il aimoit souverainement sa nation & son Roi, & il s'occupoit sans cesse des moyens d'affermir ou d'augmenter leur gloire. Les Sciences & les Arts, les Savans & les Artistes lui étoient chers à ce titre, & par eux-mêmes; car les grands talens ne marchent point sans une forte inclination pour tout ce qui se rapporte à leur objet.

Sa conversation étoit douce, amusante & infiniment instructive, comme on le peut juger par tout ce qu'il avoit vû dans le Monde & dans les différentes Cours de l'Europe, par les grandes affaires qui avoient roulé sur lui, en un mot par tout ce qu'il savoit, ayant frappé, pour ainsi dire, aux bornes de l'esprit humain considéré par tous ses côtés. Le son de sa voix, & la grace avec laquelle il parloit & prononçoit sa langue, achevoient de mettre dans son entretien une espèce de charme, qui alloit presque jusqu'à la séduction. L'universalité de ses connoissances s'y monroit, mais sans dessein ni de briller ni de faire sentir sa supériorité. Il étoit plein d'égards & de politesse pour ceux qui l'écoutoient, & s'il aimoit à se faire écouter, on se plaçoit encore plus à l'entendre, par tout ce qu'il y avoit d'excellent, de curieux & d'utile à recueillir de sa conversation.

Sa mémoire ne le laissa jamais hésiter sur un mot, sur un nom propre, ou sur une date, sur un passage d'auteur, ou sur un fait quelqu'éloigné ou détourné qu'il pût être; elle le servoit constamment, & avec tout l'ordre que la méditation peut mettre dans le discours.

Son éloquence dans les grandes affaires, dans les délibérations, dans des dépêches importantes & raisonnées, ou telle qu'on la trouve en plusieurs endroits de ses écrits, se développoit par degrés, & avançoit toujours sans se hâter, d'abord douce & insinuante, mais pleine de force en approchant du but. Cicéron s'y faisoit sentir avant Démosthène.

Une autre espèce d'éloquence plus indépendante de l'art, celle qui se montre & qui éclate tout-à-coup dans les cas imprévus, ne manquoit pas à M. le Cardinal de Polignac. Nous avons de lui plusieurs traits qui en font foi, & de ces reparties heureuses qui marquent également le coup d'œil vif de l'esprit, & l'élévation du cœur.

La connoissance & le sentiment qu'il avoit de notre ignorance sur l'étendue & les limites des forces de la Nature, pouvoient le rendre favorable un moment à certains faits extraordinaires, qu'une discussion exacte ne manque guère de faire évanouir; mais s'agissoit-il de philosopher, d'examiner & de discuter soigneusement de semblables faits, personne n'étoit plus ferme que lui sur les grands principes du raisonnement, ni plus rigide observateur des loix de la bonne Critique.

Les deux fameux systèmes qui partagent aujourd'hui les Sçavans, faisoient par préférence le sujet de ses entretiens, lorsqu'il se trouvoit avec des personnes capables d'en raisonner. Descartes & Newton mis dans la balance, il ne faut pas demander de quel côté elle penchoit entre les mains de M. le Cardinal de Polignac. Zélé Cartésien par choix, par habitude & même par principe de religion, le Newtonianisme, tel qu'il le concevoit, lui avoit toujours paru dangereux par sa conformité avec les points fondamentaux de la Physique d'Epicure. Il s'en déclaroit ouvertement, & la dispute sur ce sujet, non plus que sur toute autre matière, ne lui déplaisoit pas. Mais quelque constant qu'il fût dans ses sentimens, il ne les défendoit jamais avec la moindre aigreur. Il déduisoit ses preuves, il exposoit ses objections avec ordre, paisiblement, & du ton dont il semble que parleroit la raison

même ayant à s'expliquer ici-bas par des organes humains. On pouvoit hardiment le contredire, on auroit pu même le convaincre, sans déchoir un moment de sa familiarité & de sa bienveillance.

Il avoit une inclination marquée pour l'Agriculture, cet art utile, si propre à nous rappeler le souvenir des mœurs antiques, & il l'entendoit, comme il paroît par plus d'un endroit de son Poëme. Il s'étoit procuré depuis quelques années dans Paris & tout joignant son Palais, un vaste enclos, où il alloit tous les jours dans la belle saison, & où il cultivoit d'excellens fruits & des plantes rares: c'est là aussi qu'il se plaisoit à philosopher avec ses amis.

Enfin, car ce n'est pas un avantage à passer sous silence; M. le Cardinal de Polignac a été un des hommes du monde le mieux fait & de la plus grande mine, on ne pouvoit qu'en être frappé en l'abordant. Je ne sçai quoi d'altier & de relevé caractérisoit ses traits, une noble hardiesse sembloit les animer; mais il ne prenoit pas plutôt la parole, qu'à cet air imposant succédoit un air de bonté & de douceur qui dissipoit toute crainte, & n'inspiroit que la confiance avec le respect. Son ame étoit alors véritablement peinte sur son visage: ame grande, généreuse & tranquille, qui a toujours usé libéralement de ses trésors, ainsi que des biens de la fortune, sans les compter, & presque sans les connoître.





# MEMOIRES

DE

# MATHEMATIQUE

ET

# DE PHYSIQUE,

*TIRES DES REGISTRES*

*de l'Académie Royale des Sciences,*

*De l'Année M. DCCXLI.*

## R E F L E X I O N S

*Sur la Théorie du troisiéme Satellite de Jupiter.*

Par M. MARALDI.



I l'on confidere le grand nombre des éléments qui entrent dans la théorie des Satellites de Jupiter, & la difficulté de les déterminer avec quelque précision; on ne sera point étonné que cette théorie soit encore si éloignée de sa perfection, & qu'on n'ait point encore pu découvrir si la

*Mem. 1741.*

A

17 Juin  
1741.

seconde Equation du premier Satellite est commune aux trois autres. Aussi-tôt que M. Cassini eut découvert cette inégalité, il crut qu'elle pouvoit être l'effet du mouvement successif de la lumière, comme il l'expliqua par un Ecrit qu'il publia en ce temps-là, & que M. du Hamel a inséré dans son Histoire de l'Académie, page 148; mais n'ayant pu représenter par cette inégalité les mouvements des trois autres Satellites, il abandonna cette hypothèse, que M. Roemer adopta depuis, & à qui on en attribue ordinairement la découverte. Mais si l'aberration que M. Bradeley a découverte aux Etoiles fixes, & qui a été confirmée par les observations de plusieurs Astronomes, est l'effet de la lumière, joint au mouvement de la Terre, que les Physiciens regardent comme la preuve de son mouvement successif, on ne peut plus se dispenser d'admettre dans la théorie des Eclipses des quatre Satellites, la seconde Equation du premier, & elle doit être conforme à cette hypothèse. Il y a tout lieu de croire que si on ne l'a point apperçue aux trois derniers Satellites, c'est qu'elle a été confondue avec d'autres irrégularités que nous ne connoissons point. J'ai fait voir l'année dernière que le second Satellite est sujet à une inégalité synodique, qui monte à 24 minutes de temps, tantôt additive & tantôt soustractive, & que la variation de l'inclinaison de son Orbe, capable de produire dans les Eclipses de ce Satellite une inégalité de 22 minutes, comme M. Maraldi mon oncle, l'a fait voir dans les Mémoires de l'Académie de 1729, nous empêchoit de découvrir la cause & les règles de la prétendue inégalité; car la variation de l'inclinaison augmente ou diminue la durée des Eclipses, & par conséquent accélère ou retarde l'Immersion & l'Emer-sion, qui sont les phases qu'on observe plus fréquemment. Comme on ne peut observer qu'une de ces phases dans les Eclipses du premier Satellite, & rarement les deux dans le second, si on ne connoît point exactement la durée des Eclipses, on n'est pas plus en droit, dans la comparaison que l'on en fait avec les Tables, d'attribuer la différence que

l'on y remarque, plutôt à une cause qu'à une autre.

Cette considération nous prouve que les observations du troisième Satellite sont préférables à celles des trois autres, pour constater l'Équation de la lumière. Ce Satellite est le seul dont on puisse observer la durée des Éclipses tous les ans, & en connoître plus souvent la variation. Ainsi nous avons jugé à propos de commencer par cet examen ; nous verrons ensuite quelle doit être l'Équation de la lumière, suivant l'hypothèse de M. Bradeley ; enfin nous montrerons comment elle s'accorde avec les observations.

Quelle que soit la cause de la variation de la durée des Éclipses du troisième Satellite, c'est aux limites des plus grandes latitudes qu'elle est plus sensible. Nous avons prouvé par quelques-unes de ces observations, dans un Mémoire de 1732, qu'elle avoit toujours diminué depuis 1691 jusqu'en 1727, & nous avons rapporté l'année dernière une observation du 23 Août 1739, qui confirme cette diminution. Il s'agit de voir présentement ce qu'elle a été avant l'année 1691 ; mais nous n'avons aucunes observations faites aussi proche des limites que celles que nous avons rapportées en 1732, voici comment nous avons cru pouvoir y suppléer.

Après l'examen des causes de la variation de la durée des Éclipses du troisième Satellite, nous avons conjecturé en 1732, qu'elle pouvoit venir de l'Inclinaison, comme mon Oncle l'avoit pensé du second Satellite, & nous avons déterminé l'Inclinaison de son Orbe pour l'année 1691 de  $3^d\ 0' 5''$ , pour l'année 1715 de  $3^d\ 5' 35''$ , & pour l'année 1727 de  $3^d\ 12' 5''$ . Rien ne nous empêche de le supposer encore dans ce Mémoire, & nous pourrons par ce moyen substituer la recherche de la variation de l'Inclinaison à celle de la variation de la durée des Éclipses. Dans cette supposition, si la durée des Éclipses diminue, l'Inclinaison doit croître, & au contraire si la durée des Éclipses augmente, l'Inclinaison doit diminuer. Ainsi le lieu des Nœuds des Satellites & le diamètre de la section de l'ombre de Jupiter dans l'ombre du Satellite étant donnés, on peut trouver

## 4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

l'Inclinaison par toutes les observations de la durée de ses Eclipses, & la comparer à celle que nous avons déterminée en 1732. Nous aurons soin cependant de ne nous servir que des observations éloignées des Nœuds de 45 degrés, & au de-là, parce qu'à cette distance une erreur d'une minute de temps dans la durée des Eclipses, en produit une de 4 minutes de degré dans l'Inclinaison, qui augmenteroit à mesure que les observations seroient plus proches des Nœuds. Nous avons trouvé trois observations avant 1691, propres pour cette recherche. La plus ancienne est du 1<sup>er</sup> Mai 1673, où la demi-durée de l'Eclipse a été trouvée de 1<sup>h</sup> 7' 40", Jupiter étant à 16<sup>d</sup> 20' de la Balance, éloigné par conséquent du Nœud descendant des Satellites, de 61<sup>d</sup> 50', ce qui donne l'Inclinaison de 3<sup>d</sup> 16' 42". La seconde observation est du 24 Novembre 1678, où la demi-durée de l'Eclipse fut observée de 1<sup>h</sup> 20' 0", Jupiter étant à 4<sup>d</sup> 45' du Bélier, éloigné du Nœud ascendant de 50<sup>d</sup> 15', par cette observation nous avons trouvé l'Inclinaison de 3<sup>d</sup> 13' 13". Par une autre observation de 1687, nous l'avons trouvée de 2<sup>d</sup> 57' 24". On voit par ces trois observations, que la durée des Eclipses du troisième Satellite n'a pas toujours été en diminuant, il y a apparence qu'elle a été aussi courte avant 1673 qu'elle l'a été en 1739, puisque nous avons trouvé par l'observation de 1673 l'Inclinaison de 3<sup>d</sup> 16' 42" égale à celle que nous avons trouvée en 1739, qui est de 3<sup>d</sup> 17' 35". Mais quelle est la progression de la variation de l'Inclinaison? a-t-elle une période? On n'oseroit le conclure des observations que j'ai rapportées. Si l'Inclinaison n'est pas constante, & si elle est la cause des variations que nous avons remarquées dans la durée des Eclipses, elle auroit autant diminué dans l'intervalle de 14 ans, sçavoir depuis 1673 jusqu'en 1687, qu'elle a augmenté dans l'espace de 52 ans, sçavoir depuis 1687 jusqu'en 1739. On ne sçauroit concevoir une telle irrégularité, & je suis persuadé que l'Inclinaison n'est pas la seule qui fait varier la durée des Eclipses des Satellites de Jupiter. Parmi les causes qui peuvent la faire varier, je



ne doute point qu'il n'y en ait aussi d'Optiques, telles que celles dont M. de Fouchy a donné la théorie en 1732. Mais nous ne pouvons pas les appliquer ici, parce que nous ne connoissons point la grandeur de ce qu'il appelle la moindre partie visible du Satellite, nous connoissons encore moins l'intensité de la lumière, & par conséquent nous ne pouvons pas calculer leurs variations. C'est pourquoi dans l'examen que nous nous sommes proposés de faire des observations du troisième Satellite, pour constater l'Equation de la lumière, & dans la certitude où nous sommes de la variation de la durée de ses Eclipses, dont nous ne connoissons jusqu'à présent d'autre cause que le changement d'Inclinaison, nous avons calculé l'Inclinaison de son Orbe par autant d'observations que nous avons pu trouver, en supposant les Nœuds fixes, & le diamètre de la section de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du Satellite, tel que nous l'avons donné en 1732; & ayant construit des Tables de la demi-demeure du Satellite dans l'ombre suivant différentes Inclinaisons, nous nous en sommes servis dans le calcul des observations, suivant que nous avons jugé que devoit être l'Inclinaison, & suivant que des observations précédentes ou suivantes de la durée des Eclipses nous l'indiquoient. Voici ces observations.

*TABLE des Observations des Eclipses du troisième Satellite de Jupiter, par lesquelles on a calculé l'Inclinaison de son Orbe, les Nœuds étant supposés à 14<sup>d</sup> 30' du Lion & du Verseau, & le demi-diametre de l'ombre de 3<sup>d</sup> 44'.*

Dates des Immerfions & Emerfions.	Heures des Immerf. & Emerfions.	Durée des Eclipses.	Distance au Nœud.	Inclinaison.
1673. 11 Mai.....	10 <sup>h</sup> 17' 50" Im. 12 33 11 Em.	2 <sup>h</sup> 15' 21"	61 <sup>d</sup> 50'	3 <sup>d</sup> 16' 42"
1678. 22 Novembre	8 46 40 Im. 11 26 40 Em.	2 40 0	50 15	3 13 13
à Greenwich.				
1687. 11 Mars....	15 9 10 Im. 17 42 10 Em.	2 33 0	62 29	2 57 34

Dates des Immerfions & Emerfions.	Heures des Immerf. & Emerfions.	Durée des Eclipfes.	Distance au Nœud.	Inclinaifon.
1691. 17 Décembre	6 <sup>h</sup> 5' 1" Im. 8 11 41 E.m.	2 <sup>h</sup> 6' 40"	89 <sup>d</sup> 28'	3 <sup>d</sup> 0' 18"
24 Déc. ....	10 1 1 Im. 12 8 44 E.m.	2 7 43	88 49	2 59 40
1693. 19 Février...	6 9 35 Im. 8 57 32 E.m.	2 47 57	51 41	2 56 23
1698. 4 Avril....	12 20 37 Im. 14 29 0 E.m.	2 8 23	85 13	3 3 56
1702. 6 Décembre	4 53 52 Im. 7 26 52 E.m.	2 33 0	60 64	2 59 2
1703. 10 Octobre..	10 10 10 Im. 12 16 34 E.m.	2 6 24	88 58	3 0 41
1704. 4 Janvier...	10 4 7 Im. 12 10 49 E.m.	2 6 42	83 19	3 1 39
9 Février...	6 1 36 Im. 8 8 48 E.m.	2 7 12	80 6	3 2 36
1705. 25 Janvier...	10 6 10 Im. 12 53 47 E.m.	2 47 37	49 24	3 3 5
1715. 2 Août....	13 53 29 Im. 15 55 26 E.m.	2 1 57	87 28	3 4 14
7 Septembre	10 2 56 Im. 12 4 37 E.m.	2 1 41	89 18	3 4 12
14 Sept. ....	14 8 4 Im. 16 7 22 E.m.	1 59 14	88 39	3 5 58
1716. 19 Février...	6 8 5 Im. 8 14 40 E.m.	2 6 35	74 34	3 7 16
1721. 19 Février...	13 24 42 Im. 15 39 42 E.m.	2 15 0	71 36	3 3 2
1726. 2 Septembre	12 42 2 Im. 15 6 13 E.m.	2 24 11	61 48	3 7 53
26 Décembre	5 11 30 Im. 7 19 8 E.m.	2 7 38	72 19	3 8 37

Dates des Immerfions & Emerfions.	Heures des Immerf. & Emerfions.	Durée des Eclipfes.	Distance au Nœud.	Inclinaifon.
1727. 12 Août ....	14 <sup>h</sup> 3' 21" Im. 15 53 17 Em.	1 <sup>h</sup> 49' 56"	86 <sup>d</sup> 55'	3 <sup>d</sup> 12' 24"
à Peterfbourg. 1728. 6 Avril ....	8 16 12 Im. 10 30 40 Em.	2 14 28	65 16	3 11 44
1732. 1 Février. ...	10 35 44 Im. 13 27 41 Em.	2 51 57	46 31	3 5 59
1733. 1 Mars ....	13 17 30 Im. 15 15 33 Em.	1 58 3	76 21	3 12 12
1739. 22 Août ....	14 10 7 Im. 15 54 46 Em.	1 44 39	81 20	3 17 32

Comme l'on n'a reconnu jufqu'à préfent aucune excentricité au troifième Satellite, nous avons fupposé dans tous ces calculs le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du Satellite, conftant, parce que la variation qui lui pourroit arriver de celle des diametres de Jupiter & du Soleil, ne monte qu'à 2 5" de l'Orbe du Satellite. Il nous reſte préfentement à déterminer l'E'quation de la lumière fuyant l'hypothefe de M. Bradeley.

Cet Aftronome a découvert par les obſervations de plufieurs Etoiles, de quelque grandeur qu'elles ſoient, que la vîteſſe de la lumière eſt à la vîteſſe annuelle de la Terre, comme le rayon eſt au ſinus de 20 ſecondes &  $\frac{1}{4}$ ; d'où je conclus que dans le temps que la lumière parcourt le rayon d'un cercle, la Terre parcourra le ſinus de 20 ſecondes du même cercle. Mais la Terre parcourt par ſon moyen mouvement l'arc de 20 ſecondes de l'Orbe annuel, qu'on peut prendre pour le ſinus même, en 8' 13"; donc la lumière employera 8' 13" à parcourir le rayon de l'Orbe annuel. Mais Jupiter eſt plus éloigné de la Terre de tout le diametre de l'Orbe annuel, lorsqu'il eſt en conjonction avec le Soleil, que lorsqu'il eſt en oppoſition; donc l'E'quation de la lumière

étant 0 à l'opposition (car c'est en partant de-là qu'elle commence à se faire appercevoir) elle sera  $16' 26''$  à la conjonction, au lieu que M. Cassini ne l'a supposée que de  $14' 10''$ . Mais comme les conjonctions & les oppositions arrivent tantôt plus près de la Terre, tantôt plus loin, à cause de l'excentricité de Jupiter, il suit de la même hypothese une seconde Equation de la lumière, qui étant 0 au périhélie, doit être de  $4' 6'' \frac{1}{2}$  à l'aphélie, car l'excentricité de Jupiter est de 5012 parties, dont le diametre de l'Orbe annuel est 20000, qui est à 12 parties près le quart du diametre de l'Orbe annuel. Nous avons construit deux Tables de ces Equations, qu'on peut appeller de la première & de la seconde Equation de la lumière; la première est distribuée pour tous les degrés de la distance de Jupiter au Soleil, & la seconde pour tous les degrés de l'anomalie de Jupiter. Nous allons voir comment elles s'accordent avec les observations: mais je dois avertir auparavant, que dans le calcul des observations je me suis servi d'une Table de la première Equation des Conjonctions, calculée suivant la théorie de Jupiter de M. Cassini; celle qu'il a fait imprimer dans ses Tables, & qu'il a empruntée de mon Oncle, fait les Equations plus grandes que suivant sa théorie: nous verrons si mon Oncle a eu raison de les augmenter. Voilà les précautions que nous avons cru devoir faire précéder au calcul que nous avons fait des observations du troisième Satellite, pour constater l'Equation de la lumière, voici en peu de mots le résultat. J'ai calculé environ 300 observations du troisième Satellite; la première est du 16 Septembre 1669, & la dernière est du 24 Février de la présente année 1741, ainsi de l'une à l'autre il y a 72 ans, qui font six périodes de Jupiter. Pour nous conformer aux Tables de M. Cassini, nous ferons commencer ces périodes au sixième Signe de l'anomalie de Jupiter, car c'est là que commence la Table des Equations des Conjonctions; nous avons les observations de cinq de ces périodes complètes, où nous avons remarqué que dans les six premiers Signes de ces périodes,

périodes, qui sont les six derniers de l'anomalie de Jupiter, le calcul corrigé par l'Equation de la lumière s'accorde beaucoup plus avec les observations, que si on négligeoit cette Equation, & qu'après cette correction il reste encore une inégalité additive qui, lorsqu'elle est plus grande, monte à 12 ou 14' environ, ce qui arrive ordinairement dans les huitième & neuvième Signes de l'anomalie de Jupiter. Elle seroit souvent de plus de 20 minutes, si on négligeoit les Equations de la lumière; nous avons plusieurs observations qui la demanderoient de plus de 25 minutes. Cette inégalité paroît commencer au sixième Signe de l'anomalie de Jupiter, & finir au douzième, puisque dans ces Signes elle est plus petite, ou d'une dénomination différente.

Dans les six derniers Signes de ces périodes, qui sont les premiers de l'anomalie de Jupiter, l'inégalité qui reste après les corrections de la lumière, est soustractive, mais moindre de quelques minutes que n'est l'additive dans les autres Signes, ce qui indiqueroit que l'Equation de la lumière est encore trop petite, ou que les époques des moyens mouvements ne sont pas exactes; sans les corrections de la lumière, cette dernière inégalité seroit souvent additive, il est vrai aussi que souvent le calcul approcheroit plus des observations, mais il paroît plus naturel que si après ces corrections il reste quelqu'inégalité, elle soit additive pendant six Signes, & soustractive pendant six autres, & égale dans les uns & dans les autres.

La dénomination de cette dernière inégalité est la même que celle du centre de Jupiter, ou des Equations des conjonctions des Satellites, ce qui montre que mon Oncle a eu raison d'augmenter ces Equations, & nous seroit soupçonner une excentricité au troisième Satellite comme au quatrième. Nous n'oserions cependant l'avancer, parce que les observations de 1676, 1677 & 1678, & celles de 1738, 1739, 1740 & 1741, qui ne sont point comprises dans les cinq périodes, y sont totalement contraires. Dans les premières années, sçavoir 1676, 1677 & 1678, Jupiter étant dans

*Mem.* 1741.

B

les troisiéme, quatrième & cinquiéme Signes d'anomalie, l'inégalité a été additive, & la plus grande qu'on ait jamais observée. Dans les observations des dernières années, sçavoir 1738, 1739, 1740 & 1741, l'inégalité a été soustractive dans les sixième, septième & huitième Signes d'anomalie de Jupiter; cependant cela ne nous empêchera pas d'admettre l'E'quation de la lumière, & de l'employer dans les calculs du troisiéme Satellite: j'espère qu'on trouvera dans la suite la cause des autres irrégularités de ce Satellite.

Pour prouver ce que nous avons dit ci-dessus, il faudroit rapporter toutes les observations & leurs différences avec les Tables, ce qui occuperoit trop de place dans ce Mémoire. Nous réservons les observations pour un ouvrage particulier, où nous les donnerons avec celles des trois autres Satellites.



## M O Y E N S

## DE CONGELER L'ESPRIT DE VIN,

*Et de donner aux HUILES GRASSES quelques-uns  
des caractères d'une Huile essentielle.*

Par M. GEOFFROY.

LORSQUE je lus à la fin de 1739 mes observations 20 Mai  
sur le Remede de M.<sup>lle</sup> Stephens, je donnai une ana- 1741.  
lyse du Savon par décomposition & récomposition. Une  
partie de cette analyse avoit été faite par le moyen de l'Huile  
de Vitriol; mais j'ai reconnu depuis qu'il n'est pas nécessaire,  
pour parvenir à cette fin, d'employer un acide si fort, &  
qu'un acide beaucoup plus foible suffit. En effet, le Vinaigre  
distillé ordinaire, substitué à l'Huile de Vitriol, fait de même  
la séparation du Sel & de l'Huile, à la vérité un peu plus  
lentement.

Cet acide végétal ayant digéré quelque temps sur 2 onces  
2 gros de Savon blanc d'Alican, en a séparé une once  
4 gros 54 grains d'Huile d'Olive très-limpide. Le reste de  
ce composé, solide avant l'expérience, est le Sel alkali de  
la Soude, qui, comme je l'ai dit dans le Mémoire précédent,  
ne sçauroit aller qu'à 3 gros 18 grains, parce qu'il faut  
presque la même quantité d'humidité pour donner à ce Sel  
une forme de Sel cristallisé. Mais si l'on veut qu'il soit plus  
concentré ou moins aqueux dans la Soude même, telle que  
les Savonniers l'employent dans la composition de leur  
Lessive, quelque réduction que l'on fasse de la quantité de  
ce Sel, on trouvera toujours, en examinant ce que j'ai dit  
dans le Mémoire déjà cité, qu'il doit y avoir dans 18 gros  
de Savon, au moins 2 gros de flegme ou d'humidité.

Le Vinaigre, dans la nouvelle décomposition du Savon,  
principal ingrédient du Remede Anglois, m'a paru confirmer

ce que j'ai déjà dit, qu'un malade dans l'usage de la Tisane, & qui en boit par jour trois demi-septiers chargés de 2 onces 2 gros de ce Savon, prenoit au moins une once 4 gros 49 grains & demi d'Huile d'Olive, & trois gros ou environ de Sel de Soude, mêlé ou uni avec une petite portion de Chaux.

Cette vérification n'étoit pas le principal objet de mon travail. Je cherchois si je ne pourrois pas découvrir la raison de la consistance de ce corps, composé d'une Lessive de Sels & d'une Huile.

On sçait que les principaux caractères de l'Huile en général, sont de ne se point mêler à l'eau, de la surnager ou de se précipiter au fond, comme le font certaines Huiles distillées; de dissoudre le Soufre commun, de former du Savon plus ou moins liquide, lorsqu'on la mêle avec des alkalis fixes mis en liqueur; de se mêler avec toute autre matière grasse, soit qu'on l'ait exprimée, soit qu'on l'ait distillée; de donner quand on la brûle, une flamme plus ou moins claire, & une fuye plus ou moins abondante, à proportion qu'elle est plus ou moins pure. Cette différence de pureté rend aussi l'Huile différemment inflammable, selon une observation rapportée à la fin de ce Mémoire.

L'Huile faite par expression ou par ébullition, se distingue des Huiles essentielles, & même des matières purement résineuses, en ce que naturellement & sans préparation, elle n'est pas dissoluble dans l'Esprit de Vin, quoique capable d'inflammabilité; elle en diffère encore, en ce que les Huiles essentielles mêlées avec l'eau, montent dans la distillation, & que c'est même un moyen de les rectifier, au lieu que les Huiles grasses laissent monter l'eau toute seule, & restent au fond de l'Alembic.

Ainsi il faut qu'il y ait dans ces Huiles, connues sous le nom d'*Huiles grasses*, telles que l'Huile d'Olive, d'Amandes, de Lin, de Noix, de Chenevis, &c. quelque matière qui s'oppose à leur union avec l'eau & avec les esprits ardents, quelque corps du genre des Gommés, qui défend la partie



purement Huile, de l'action de l'Esprit de Vin, comme à son tour la partie qui n'est que huileuse ou inflammable, défend la gommeuse de l'action dissolvante de l'Eau, sans quoi il se feroit une union assés prompte de l'Huile d'Olive, par exemple, avec l'une ou l'autre de ces deux liqueurs.

Mais la séparation de ces deux matières de différent caractère, qui composent l'Huile dont je parle, est extrêmement difficile, & je n'ai pu réussir jusqu'à présent à les avoir séparément l'une de l'autre, en sorte que l'une des deux fût seulement dissoluble dans l'Eau, & l'autre seulement dans l'Esprit de Vin. Si j'y parviens dans la suite, comme je l'espère, je pourrai dire avec plus de certitude qu'à présent, que les Huiles communes, non essentielles, ne sont autre chose que des Gommés-résines résoutes, semblables ou de même genre que nos Gommés-résines sèches qui sont dissolubles en partie par l'Eau & en partie par un Esprit ardent.

En attendant, les inductions qu'on peut tirer de certaines expériences, semblent autoriser ce sentiment sur la réunion de deux matières de différent caractère dans une même Huile commune ; car si on distille l'Huile d'Olive ou quelqu'autre huile grasse sur la Chaux vive, on retire par la distillation une huile beaucoup plus ténue, & qui, comme les Huiles essentielles, se dissout & disparoît dans l'Esprit de Vin, parce que la Chaux a retenu dans ses pores la partie gommeuse ou mucilagineuse de l'huile, soit comme plus grossière ou comme plus fixe, & qu'elle n'a laissé passer que la portion purement inflammable, parce qu'elle est la plus ténue ou la plus volatile.

Toute huile grasse qu'on unit par digestion ou par ébullition à une lessive de Sel alkali, concentrée & fort caustique, fait du Savon ; mais toute huile grasse ne le donne pas en forme solide, comme le Savon d'Alican, de Genes, &c. L'Huile de Lin, par exemple, ne fournira jamais qu'un Savon liquide avec un Sel alkali, quelque forte qu'en soit la lessive. En voici, à ce que je crois, la raison, c'est que l'Huile de Lin ne se grumele & ne se coagule point au froid ;

au contraire l'Huile d'Olive & l'Huile de Ben, qui cessent d'être liquides au moindre froid, donnent aisément un Savon solide, quand elles ont été suffisamment dissoutes ou divisées par une lessive de Sel alkali, avec laquelle on les a fait bouillir ou digérer pendant du temps.

La cause de la congélation de ces huiles, plus prompte qu'aucune des autres, ne m'est pas encore assez connue pour que je risque de l'expliquer : peut-être que d'autres expériences que je médite, me la feront découvrir. Ainsi je me contente, quant-à-présent, du fait ; & ce fait, c'est-à-dire, cette facilité que l'huile a de se congeler, paroît être d'autant mieux la principale cause de la solidité du Savon, que si l'on fait dissoudre dans une lessive alkaliné, même incapable de se cristalliser, comme est celle de Potasse pure & de Chaux vive, quelque matière inflammable qu'on puisse regarder comme une huile naturelle, mais tellement congelée, qu'elle en soit dure, cassante & même friable, on a en trois ou quatre heures de simple digestion, un véritable Savon qui n'a besoin que d'une digestion un peu plus longue pour être aussi solide que le Savon d'Alicante. Ce fait appartient à un Mémoire que M. Hellot donnera dans quelque temps sur la Cire végétale de la Caroline & de la Louisiane.

On peut encore faire concourir comme cause de la solidité du Savon ordinaire, la portion terreuse de la Chaux qui, étant entrée dans la lessive forte des Savonniers, s'est mêlée avec l'huile pendant l'ébullition, comme aussi la propriété particulière qu'a le Sel alkali de la Soude de se cristalliser au froid, & de perdre aisément son humidité. Ainsi le Savon d'Alicante est composé de deux matières principales, qui séparément cessent d'être liquides quand le froid les surprend ; & de la proximité de leurs parties divisées, infiniment petites, & chacune congelée séparément, il résulte un tout ou une masse qui, de liquide au feu, devient compacte au froid, qui n'est pas sèche au toucher comme le Sel le seroit s'il étoit seul, mais grasse & onctueuse, parce que ce sont des particules huileuses d'une petitesse extrême, mêlées avec

des cristaux salins aussi petits ou peut-être plus petits qu'elles. Divisés cette masse en des lames très-minces, évaporés-en l'humidité à une chaleur douce, ces lames perdront leur onctuosité, & deviendront friables, parce qu'alors le Sel de la Soude qui a été exposé à la chaleur, a perdu son humidité, & s'est calciné ou réduit en une farine encore plus fine qu'il ne l'étoit étant cristallisé, & cette farine recouvrant les particules huileuses qui sont aussi en partie desséchées, le tact n'en reçoit plus l'impression précédente de douceur & d'onctuosité. On peut se convaincre par le Microscope, que cette explication n'est pas simplement imaginée.

L'Huile d'Olive seule se mêle avec d'autres huiles : le Sel alkali dissout ou divise ces liqueurs grasses, mais le Savon qui résulte du mélange de l'huile & du Sel alkali, n'est plus dissout dans les huiles. J'y en ai tenu de ratifié bien mince pendant plus d'une année, sans qu'il y ait reçu la moindre altération. Le Sel alkali qui n'est plus en dissolution dans le Savon formé & compact, s'y trouve en assez grande quantité pour empêcher que l'huile avec laquelle il est joint, ne s'unisse de nouveau avec d'autres huiles grasses : pour dissoudre ce composé, il faut une liqueur plus subtile, & elle-même composée de différentes substances. Le même sel qui l'empêche de se mêler aux huiles, empêche aussi son huile de brûler, car pour peu qu'on frotte un papier de Savon, on lui ôte la facilité qu'il a de s'enflammer à la lumière d'une bougie.

Le Savon se fond & s'étend dans l'eau comme une matière mucilagineuse : plus l'eau est pure, mieux il s'y mêle sans se grumeler, & il la fait paroître blanche ou laiteuse. Si c'est une eau crue, qui contienne quelque portion d'acide vitriolique, il ne fait que s'y diviser en flocons neigeux, inégalement suspendus dans le liquide ; c'est pourquoi le Savon peut servir à faire connoître assez bien la simplicité ou la pureté de l'eau d'une Rivière, d'une Source, &c. car pour peu que cette eau contienne d'acide, cet acide saisit une partie de l'alkali du Savon, & alors la proportion convenable &

nécessaire entre l'huile & le sel, pour faire un vrai Savon, n'étant plus telle qu'elle doit être, la distribution uniforme de ce composé ne se fait pas dans une telle eau comme dans une eau qui est pure.

Jamais le Savon ne se dissout dans l'eau, de quelque pureté qu'on la puisse concevoir, sans la teindre d'une couleur laiteuse & opaque; par conséquent il ne s'en fait pas une dissolution aussi parfaite que le seroit celle d'un métal dans l'acide qui lui convient. La raison en est que l'eau, supposée pure, étant un dissolvant homogène, ne trouve dans le Savon qu'une seule matière qu'elle puisse dissoudre parfaitement, c'est-à-dire le sel. La partie huileuse, qui n'y est que divisée, n'a point changé de nature, puisqu'on la peut faire reparoître par un acide, & par conséquent ayant conservé son caractère d'huile, elle demeure incapable d'union avec l'eau.

Le Savon se fond moins bien dans le Vin blanc que dans l'Eau, quoique le Vin dissolve certaines Gommés résineuses que l'Eau ne dissout pas. Cette petite différence me paroît devoir être attribuée à l'acide tartareux ou végétal qui est dans le Vin; or puisqu'il sera prouvé par les expériences suivantes, que l'acide opère la desunion de ce composé, il s'ensuit que si dans le Vin blanc l'huile du Savon ne se sépare pas aussi facilement que dans d'autres circonstances dont il sera parlé, c'est que cet acide n'y est pas assez abondant, mais qu'il suffit cependant pour empêcher que la dissolution du Savon ne se fasse avec une sorte d'égalité, comme la plus petite quantité d'acide répandue dans de l'eau, fait paroître le Savon grumelé.

L'Eau de vie, qui contient pour l'ordinaire moitié d'esprit inflammable, & dont l'autre moitié, qu'on regarde comme son flegme, est encore mêlée avec une matière huileuse très-abondante & légèrement saline, dissout le Savon beaucoup mieux que l'Eau, & encore mieux que le Vin blanc. Cependant cette dissolution est toujours un peu laiteuse. Mais si dans trois onces & demie de bonne Eau de vie, on met

met seulement un gros de cristaux de Soude pour alkaliſer son flegme huileux, alors elle tiendra en diſſolution parfaitement limpide, juſqu'à une once deux gros de Savon bien blanc, & elle reſtera en cet état tant que le vaiſſeau fera aſſés bien bouché pour que le ſpiritueux de la liqueur ne puiſſe ſ'évaporer. Les grands froids font perdre à cette liqueur une partie de ſa fluidité, & on y apperçoit une ſorte d'épaiſſiſſement, lequel diſparoît quand les chaleurs reviennent.

Si l'Eau-de-vie ſimple paroît un peu laiteuſe quand elle a diſſous le Savon, c'eſt parce qu'elle eſt trop aqueuſe, ou parce qu'elle contient d'elle-même une portion d'huile qui lui donnoit déjà une teinte jaunâtre. En y ajoûtant du Sel de Soude, on préſente à ſon acide tartareux un alkali, il ſ'en forme un Sel moyen réſout, qui eſt limpide, & l'Huile de l'Eau-de-vie rentre alors plus aiſément dans la partie ſpiritueuſe, parce qu'il n'y a plus d'acide qui l'en empêche.

Une preuve que c'eſt l'acide qui ſ'oppoſe au mélange parfait de l'huile avec la partie ſpiritueuſe inflammable, c'eſt que ſi l'on met dans de l'Eſprit de Vin acidulé, ou dans un eſprit acide dulcifié, une certaine quantité de Savon, la diſſiſion des matières différentes qui compoſent ce mixte, ſe fait preſqu'aſſi facilement que ſi l'on verſoit de l'acide pur ſur du Savon diſſous. La partie flégmatique de la liqueur diſſout le Sel alkali du compoſé, l'acide l'attaque, & la plus grande partie de l'huile ſurnage.

Ce qu'il y a de plus ſingulier à obſerver dans les expériences que je viens de lire, c'eſt que quand on fait fondre du Savon dans de l'Eau, on a touſjours une liqueur laiteuſe, parce qu'une infinité de petites parties opaques & indiſſolubles dans cette liqueur, y ſont ſuspendues, & empêchent la tranſmiſſion libre des rayons de la lumière. Mais ces mêmes parties, apparentes dans l'Eau, paroiffent infiniment moins dans l'Eau-de-vie. C'eſt donc la partie ſpiritueuſe de cette liqueur inflammable qui les tient en diſſolution, & cependant cette même partie ſpiritueuſe n'eſt pas capable de

dissoudre l'Huile d'Olive, quand elle n'a pas été unie précédemment à un Sel alkali, ou quand elle n'a pas été séparée du Savon par un acide végétal ou minéral. Car quoiqu'après cette séparation sa couleur soit la même, cependant elle a acquis une partie des propriétés d'une Huile essentielle, c'est-à-dire, qu'elle est beaucoup plus inflammable, qu'elle donne moins de suye, enfin qu'elle s'unit dans l'instant à l'Esprit de Vin ; à la vérité elle ne monte pas avec l'Eau dans la distillation comme le font les véritables Huiles essentielles. Il faut donc attribuer la cause de cette limpidité du mélange de l'Eau-de-vie & du Savon, à la disposition actuelle des particules de l'Huile, à leur division en des atomes infiniment petits, & vraisemblablement à ce que la partie gommeuse ou mucilagineuse de l'Huile ayant été dissoute dans le flegme de l'Eau-de-vie avec le Sel alkali, le reste de cette huile est devenu plus subtil, plus homogène, & par conséquent plus propre à se dissoudre totalement dans l'esprit inflammable de la liqueur.

L'Esprit de Vin dissout les Huiles essentielles, & ne dissout pas les Huiles faites par expression ou par ébullition, à moins qu'elles n'aient été purifiées, subtilisées par les opérations dont j'ai parlé, & qu'un intermede terreux n'ait retenu leurs parties grossières dans la distillation, ou qu'un Sel alkali uni à la Chaux, n'ait produit le même effet. L'Esprit de Vin se charge aussi des Sels alkalis volatils, & de quelques Sels moyens volatils, comme le Sel volatil du Vitriol de M. Homberg, connu sous le nom de *Sel sédatif* ; il s'unit de même en partie aux esprits volatils urineux, qui sont des Sels volatils résoutés ; il se joint très-aisément aux esprits acides, même aux Sels volatils acides, tels que le Sel volatil du Succin, mais jamais il ne se mêle avec les Sels alkalis fixes, secs ou liquéfiés, à moins qu'ils n'aient été violemment alkalisés par le feu, ou encore mieux, à l'aide du principe inflammable de quelque Minéral avec lequel on les a tenus long-temps en fusion ; car alors l'Esprit de Vin en tire une teinture âcre & mordicante : la *Tinctura acris* de

M. Stahl en est un exemple. Si l'on voit quelquefois le Sel de Tartre ordinaire, la Potasse, la Cendre gravelée, se dissoudre dans l'Esprit de Vin, ce n'est alors que parce que cet esprit est aqueux, car il n'y a que la partie flegmatique qui puisse en faire la dissolution, & qui reste liquide avec eux au fond du vaisseau au-dessous de la partie spiritueuse inflammable.

Mais quand le Sel alkali & l'Huile ont été unis ensemble par ébullition, quand on en a fait du Savon, qui n'est, pour ainsi dire, qu'un amalgame des deux, alors l'Esprit de Vin les dissout, & en apparence si parfaitement, que trois onces de cet esprit peuvent tenir en dissolution un gros de Savon blanc, & même plus, sans que la limpidité de cette liqueur en soit aucunement altérée. Il est vrai qu'il faut aider cette dissolution par une chaleur assez vive, laisser refroidir la liqueur, la décantier, & la tenir dans une Bouteille bien bouchée. Si l'on débouche la bouteille, & qu'on laisse évaporer la partie la plus inflammable & la plus volatile de l'Esprit de Vin, on verra le Savon se précipiter peu-à-peu, & former des especes de cristaux floconneux, composés de filets longs & soyeux, posés parallèlement les uns sur les autres, comme le fil d'Amianthe le plus fin. Cette dissolution du Savon n'est pas, comme je l'ai dit, une destruction de ses parties, puisqu'on peut les en retirer de nouveau, comme on retire le Mercure & l'Argent de la dissolution de ces deux métaux qu'on auroit amalgamés avant que de les dissoudre. Le Savon ne perd pas même son odeur, quoique divisé en parties infiniment petites dans un liquide qui a une odeur encore plus pénétrante que la sienne.

Cependant, avec le secours d'un acide, on acheve de donner à l'huile grasse & grossière du Savon, la perfection dont j'ai déjà parlé; on la convertit en Huile, qui a les principaux caractères de l'Huile éthérée. Il n'y a qu'à verser sur la dissolution précédente de l'Esprit de Vitriol jusqu'à agréable acidité, il se précipitera pendant la digestion une matière saline dissoluble dans l'eau. Décantés la liqueur qui,

après cette précipitation, conserve encore sa limpidité; versés dessus deux fois autant d'eau, le mélange deviendra laiteux, & l'huile se séparera. Cette huile qui, avant que d'entrer dans la composition du Savon, restoit dans l'Esprit de Vin sans s'y mêler, est dissoute en un instant par cet esprit ardent, lorsqu'elle a été purifiée comme je viens de le dire.

Quand j'ai dissout seulement un gros de Savon blanc dans trois onces ou 24 gros de bon Esprit de Vin, je décante cette dissolution dans une Fiole cylindrique que je bouche bien. La liqueur est parfaitement limpide, sans aucune teinte, & extrêmement fluide. Cependant je la puis condenser assés vite en une masse aussi transparente que si elle n'avoit rien perdu de sa fluidité, & qui paroît comme un cylindre solide du plus beau Cristal. Je l'ai fait voir en cet état à plusieurs personnes de l'Académie qui, à ce que je crois, s'en ressouviennent. Pour que cette congélation se fasse comme je viens de la décrire, j'expose la Fiole à l'air dans un temps froid où le Thermometre seroit seulement à 2 degrés au-dessus du terme de la congélation, ou bien je l'enfonce un peu dans de la neige; en 10 ou 12 minutes j'ai le *coagulum* transparent & uniforme, c'est-à-dire, sans aucun glaçon qui le traverse. Il ne faut pas laisser prendre à la liqueur un degré de froid trop vif, ni qu'elle en soit frappée trop brusquement, parce qu'alors le *coagulum* auroit une couleur laiteuse, & deviendrait opaque.

On peut expliquer ce phénomène de différentes manières. Tant que l'Esprit de Vin se trouve dans un air tempéré, il conserve le degré de fluidité qui lui est propre, & en cet état les particules des matières qui composent le Savon, y étant divisées & subdivisées presque à l'infini, elles se tiennent suspendues dans le liquide, sans qu'on y puisse appercevoir aucune opacité, comme l'Argent & le Mercure, exactement dissouts dans l'Eau-forte, n'alterent pas sa limpidité; mais lorsque dans mon expérience la liqueur vient à diminuer de volume, en se condensant par le froid, les particules du Savon se rapprochent, & deviennent alors plus apparentes



qu'elles n'étoient auparavant dans cette liqueur, quand elle avoit son premier volume.

Il seroit peut-être plus simple de n'attribuer qu'à l'huile du Savon la cause de cette congélation diaphane par un froid modéré, & de l'opacité occasionnée par un froid plus vif. L'Huile d'Olive, ainsi que l'Huile de Ben, sont de toutes les huiles grasses celles qui se congèlent le plus vite au froid. Ainsi comme l'Huile d'Olive n'est que divisée dans l'Esprit de Vin, chacune de ses petites parties reste transparente tant que le degré du froid n'est pas assez fort pour leur faire perdre leur diaphanéité, mais qu'il l'est seulement assez pour arrêter la rapidité de leur mouvement. S'il survient un froid trop vif ou trop subit, chacune de ces petites parties, globuleuses, ou de telle figure qu'on voudra, se congèle; & comme toute huile congelée est opaque, tous ces petits corps ayant perdu leur transparence, la liqueur totale ne paroît plus que d'une couleur laiteuse. Quand cette dissolution du Savon ne reçoit de l'air qu'une impression de froid modérée, ou moyenne entre le degré de chaleur nécessaire à la fluidité de l'huile & le degré de froid qui la grumele, sa congélation se fait & se distribue plus également, & toute la liqueur prend uniformément une sorte de solidité presque semblable à de la Colle de poisson dissoute dans de l'eau bien claire. Une raison assez forte qui peut faire attribuer cette congélation de la totalité de la liqueur à la seule huile du Savon, c'est que quand on tient long-temps ce *coagulum*, devenu opaque, au grand froid, il paroît sensiblement se resserrer, & même il exprime des gouttes d'Esprit de Vin qui reprennent la fluidité & la transparence qui leur sont propres.

L'expérience ne réussit pas de même avec l'Eau-de-vie, parce qu'étant beaucoup plus aqueuse, la dissolution du Savon s'y fait différemment que dans l'Esprit de Vin, & l'on ne peut parvenir à faire un *coagulum* un peu semblable au précédent, qu'en augmentant considérablement la quantité du Savon; alors ce qui en paroît coagulé, doit être regardé comme une espèce de précipitation.

Il faut vraisemblablement le concours du Sel alkali , & encore plus celui de l'acide qui sépare l'huile du Savon , pour changer le caractère des huiles grasses & communes , & les convertir en une espece d'Huile éthérée , car l'Esprit de Vin seul ne fait pas cet effet. J'ai fait digérer pendant plusieurs mois de l'Huile d'Olive & de l'Esprit de Vin , mis à parties égales dans un même vaisseau. J'ai vû l'huile s'éclaircir , & perdre sa couleur jaune , sans que l'Esprit de Vin parût se teindre. Le mélange fut au bout de quelque temps d'une transparence si uniforme qu'on auroit cru qu'il n'y avoit qu'une seule liqueur , & il falloit remuer le vaisseau pour s'assurer qu'il y en avoit deux , dont l'une surnageoit l'autre. Malgré cette dépuration apparente , l'huile conservoit son goût gras ; peu-à-peu elle prit une odeur rance , & l'ayant exposée au froid , elle s'y grumela fort vite , & se congela comme elle faisoit auparavant.

Ce n'est pas le Sel alkali seul qui prépare l'huile à être séparée pure par un acide ; les matières calcinées terreuses , même métalliques , font le même effet. On a déjà remarqué ce que j'ai dit de la dépuration d'une Huile grasse par le moyen de la Chaux vive ; j'ajouterai que si l'on fait cuire , à la manière des emplâtres , une livre de Litharge bien broyée & bien lavée , avec deux livres d'Huile d'Olive , & qu'on ait l'attention d'entretenir dans le vaisseau assés d'eau pour empêcher le mélange de se brûler , on remarquera , pendant que l'huile s'incorpore avec la chaux du Plomb , qu'il s'en élève une fumée dont l'odeur est semblable à celle du Savon. Lorsque la cuisson est achevée , on a une masse blancheâtre , qu'on pourroit appeller un *Savon métallique* , puisqu'elle a plusieurs des propriétés du Savon ordinaire , & qu'il ne lui manque presque que celle de se fondre dans l'eau , à laquelle elle ne fait que communiquer un goût gras.

Si l'on fait bouillir cette masse huileuse & métallique dans de l'Esprit de Vin , & qu'ensuite on l'y laisse tranquille pendant quelque temps , on y voit paroître une pellicule grasse , partie surnageant la liqueur , partie adhérente aux

parois du vaisseau. Filtrés cette liqueur pour l'avoir limpide, & l'exposés à un froid de deux degrés ou environ, elle deviendra trouble, ce qui n'arrive pas à une dissolution du Savon ordinaire dans l'Esprit de Vin. Mais dans l'expérience suivante, la base de ce Savon métallique, ou ce qui lui a donné la solidité, est une matière indissoluble dans la partie flegmatique de l'Esprit de Vin; ce sont donc les petites parties de la Litharge, nageantes dans ce liquide, qui en altèrent la limpidité. Il faut les faire disparaître en les dissolvant : pour cela, il n'y a qu'à y ajouter suffisante quantité de Vinaigre distillé, à mesure que cet acide attaque la Litharge, la liqueur totale s'éclaircit, & l'on voit l'huile se séparer des parties métalliques calcinées avec lesquelles elle étoit unie; elle prend peu-à-peu le haut de la liqueur, & elle y reparoit beaucoup plus transparente qu'elle n'étoit originellement. Séparés-la avec un Siphon, de nouvel Esprit de Vin la dissoudra.

Si l'on substituoit l'acide du Vitriol au Vinaigre distillé; on sépareroit de même de la masse précédente une huile dissoluble par un esprit ardent; mais l'acide vitriolique, au lieu de dissoudre la chaux du Plomb, la précipiteroit, parce que l'Huile de Vitriol ne dissout le Plomb que quand elle est extrêmement concentrée; encore faut-il la chauffer jusqu'à la faire bouillir.

On sépare encore une huile dissoluble de la masse huileuse & métallique, sans la dissoudre d'abord dans l'Esprit de Vin. Il n'y a qu'à la faire digérer dans du Vinaigre distillé, le Plomb s'y dissout peu-à-peu, l'huile le quitte, & s'élève claire & limpide à la surface de cette liqueur acide.

Il paroît par toutes ces expériences, que les matières violemment calcinées, sont propres à s'unir avec les huiles, & à prendre corps plus facilement avec celles qui se congèlent aisément au moindre froid, qu'avec celles qui restent fluides; que les acides décomposent les mélanges savonneux, quelque parfaits qu'ils puissent être; que pour ôter aux huiles par expression la matière mucilagineuse ou gommeuse

qui les empêche de se joindre à l'Esprit de Vin, il faut les faire passer au travers de ces matières calcinées ; qu'il n'importe pas qu'elles soient salines, terreuses ou métalliques pour produire cet effet ; que par ces mêmes expériences, on a lieu de soupçonner que la matière qui a été séparée, n'étoit pas inflammable, puisque les huiles qui en sont délivrées, en deviennent plus subtiles, se dissolvent dans l'Esprit de Vin, prennent feu beaucoup plus aisément qu'auparavant, & rendent beaucoup moins de suye.

On a encore la preuve de l'existence de cette matière hétérogène par un moyen plus simple. Il n'y a qu'à mettre une livre d'Huile d'Olive, tirée nouvellement d'un tonneau plein, dans une Lampe de fer blanc qui ait une longue surface, y plonger une mèche un peu longue, de 40 à 50 fils de coton fin, ajustant le lumignon de manière que lorsqu'il sera allumé, sa flamme ne fasse point de dard pointu, il brûlera 28 à 30 heures sans qu'on le mouche & sans donner de fumée. Eteignés-le au bout de ce temps, & laissés la Lampe exposée à l'air pendant trois semaines ou un mois ; alors rallumés ce lumignon, dont vous aurés coupé le bout noir avec des ciseaux, il ne brûlera pas plus d'une heure sans s'éteindre, & deviendra plus dur que du charbon. Examinés l'huile de la Lampe, vous y trouverez deux sortes de matières, l'une condensée presque comme du Succin, l'autre un peu plus liquide, mais beaucoup moins qu'elle ne l'étoit quand elle étoit nouvelle. Ainsi ce qu'il y avoit de grossier & de non inflammable dans l'huile, s'en est précipité, & la mèche se trouvant, pour ainsi dire, obstruée par cette matière épaissie, elle ne peut plus pomper la partie inflammable, comme elle le faisoit quand l'huile étoit bien fluide. Ce sont ces deux matières, séparées l'une de l'autre naturellement & sans aucun secours étranger, qu'il faut examiner, pour avoir une entière certitude que les Huiles faites par expression, ne sont que des Gommés-résines liquides, ainsi que j'ai cru pouvoir le dire dans ce Mémoire.



# SUR LE CAS IRREDUCTIBLE DU TROISIEME DEGRE.

Par M. NICOLE.

J'AI lû en 1738 deux Mémoires sur cette matière, qui sont imprimés dans le Volume de cette année-là. L'un de ces deux Mémoires contient la manière de réduire à des quantités réelles, la formule algébrique que Cardan a donnée il y a près de deux siècles. Cette formule de Cardan exprime la plus grande des trois Racines dont est composée une Equation du 3.<sup>me</sup> degré, dans le cas où ces trois Racines sont inégales, réelles & incommensurables.

6 Mai  
1741.

Tous les Géomètres sçavent que cette formule de Cardan renferme un mélange de quantités réelles & de quantités imaginaires : ces quantités imaginaires qui entrent dans l'expression d'une grandeur qui doit être réelle, avoient toujours été un sujet de scandale.

J'ai montré dans le Mémoire dont je parle, qu'en étendant en Suite infinie, chacun des deux signes radicaux qui entrent dans la formule de Cardan, il en résulroit deux Suites infinies ; que chacune de ces deux Suites étoit composée de termes alternativement réels & imaginaires, & que tous les termes imaginaires qui étoient positifs dans l'une de ces Suites, étoient négatifs dans l'autre ; par ce moyen toutes les quantités imaginaires se détruisant, la formule de Cardan ne se trouvoit plus composée que de quantités réelles.

Mais quoique j'eusse fait cette réduction en quantités réelles, je n'étois parvenu qu'à une expression algébrique qui contenoit une Suite composée d'une infinité de termes.

Depuis ce temps-là, en examinant cette Suite, dont tous les termes sont alternativement positifs & négatifs, j'ai vû qu'ils étoient les mêmes que ceux de la puissance  $n$  d'un

*Mem. 1741.*

D

binome pris de deux en deux, & que la première partie de ce binome étoit une quantité algébrique composée d'un numérateur & d'un dénominateur, la seconde partie étant l'unité. Tous les termes positifs de la Suite qu'il faut sommer, sont donc ceux de la puissance  $n$  de ce binome pris de quatre en quatre, sçavoir les 1, 5, 9, 13, &c. termes.

Et tous les termes négatifs de cette Suite sont aussi ceux de la même puissance du même binome pris aussi de quatre en quatre, à commencer par le 3.<sup>me</sup> terme, sçavoir les 3, 7, 11, 15, &c. termes.

La résolution complète du fameux Probleme du Cas irréductible, se réduit donc à trouver les formules générales qui expriment les sommes des termes de la puissance  $n$  de ce binome pris de quatre en quatre.

Mais quoique jusqu'à présent j'aye employé bien du temps à la recherche de ces formules, je ne suis encore parvenu à les trouver que dans un cas particulier, c'est celui où il y a égalité entre le numérateur & le dénominateur de la quantité algébrique qui exprime la première partie du binome; alors cette première partie devient l'unité, & le binome est  $1 + 1$ . Or on sçait que toutes les puissances de ce binome sont exprimées par les bandes perpendiculaires du Triangle arithmétique de M. Pascal.

On verra donc dans ce Mémoire, la manière de trouver les formules qui expriment les sommes des termes pris de quatre en quatre d'une bande perpendiculaire quelconque du Triangle arithmétique de M. Pascal.

Ces formules étant trouvées, il ne faut plus que les substituer à la place de la Suite infinie qui entre dans l'expression à laquelle on avoit réduit le Probleme du Cas irréductible, & mettre dans cette expression, pour le rapport des coefficients de l'Equation du 3.<sup>me</sup> degré qu'on vouloit résoudre, celui qui résulte de l'égalité entre le numérateur & le dénominateur de la quantité algébrique dont on a parlé.

Tout cela étant fait, on a la Racine de l'Equation du 3.<sup>me</sup> degré qu'on cherchoit pour ce cas particulier seulement,

qui contient cependant une infinité d'Equations qui y sont renfermées, & dont les trois Racines sont réelles, inégales & incommensurables.

J'ai fait voir dans les Mémoires de l'année 1738, p. 100, que l'expression de l'une des trois Racines de toute Equation du 3.<sup>me</sup> degré, qui est  $\sqrt[3]{[\frac{1}{2}q + \sqrt{(\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3)}]} + \sqrt[3]{[\frac{1}{2}q - \sqrt{(\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3)}]}$  peut se réduire dans le cas où  $\frac{1}{27}p^3$  est plus grand que  $\frac{1}{4}qq$ , à cette autre expression  $\sqrt[6]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)} \times [\sqrt[3]{(\frac{q}{2\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}} - \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(\frac{q}{2\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}} - \sqrt{-1})}];$  & qu'en supposant  $\frac{1}{2}q = a$ , &  $\sqrt[3]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)} = b$ , cette expression devient  $\sqrt[3]{b} \times [(\frac{a}{b} + \sqrt{-1})^{\frac{1}{3}} + (\frac{a}{b} - \sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}]$ , ou en faisant encore  $\frac{1}{3} = n$ , elle devient  $b^n \times [(\frac{a}{b} + \sqrt{-1})^n + (\frac{a}{b} - \sqrt{-1})^n];$  qu'en élevant chacun de ces binomes à la puissance  $n$ , cette quantité devient

$$2b^n \times \left\{ \begin{aligned} & \left( \frac{a}{b} \right)^n - \frac{n \times n - 1}{1.2} \times \left( \frac{a}{b} \right)^{n-2} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3}{1.2.3.4} \times \left( \frac{a}{b} \right)^{n-4} \\ & - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 5}{1.2 \dots 6} \times \left( \frac{a}{b} \right)^{n-6} + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 7}{1.2 \dots 8} \times \left( \frac{a}{b} \right)^{n-8} \\ & - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 9}{1.2 \dots 10} \times \left( \frac{a}{b} \right)^{n-10} + \&c. \end{aligned} \right.$$

dans laquelle il n'y a plus de grandeurs imaginaires. La question du Cas irréductible se réduit donc à trouver la somme de cette Suite.

Pour rendre cette Suite plus simple, soit supposé  $a = b$ , elle deviendra

$$2b^n \times \left\{ \begin{aligned} & 1 - \frac{n \times n - 1}{1.2} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3}{1.2.3.4} - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 5}{1.2 \dots 6} \\ & + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 7}{1.2 \dots 8} - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 9}{1.2 \dots 10} + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 11}{1.2 \dots 12} \\ & - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 13}{1.2 \dots 14} + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 15}{1.2 \dots 16} - \&c. \end{aligned} \right.$$

dont tous les termes sont ceux d'une bande perpendiculaire

28 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
quelconque du Triangle arithmétique de M. Pascal, pris de  
deux en deux, à commencer par le premier terme.  
Soit donc construit ce Triangle arithmétique

1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.		
	1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	55.	66.	78.	91.	105.	120.		
		1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	165.	220.	286.	364.	455.	560.		
			1.	5.	15.	35.	70.	126.	210.	330.	495.	715.	1001.	1365.	1820.		
				1.	6.	21.	56.	126.	252.	462.	792.	1287.	2002.	3003.	4368.		
					1.	7.	28.	84.	210.	462.	924.	1716.	3003.	5005.	8008.		
						1.	8.	36.	120.	330.	792.	1716.	3432.	6435.	11440.		
							1.	9.	45.	165.	495.	1287.	3003.	6435.	12870.		
								1.	10.	55.	220.	715.	2002.	5005.	11440.		
									1.	11.	66.	286.	1001.	3003.	8008.		
										1.	12.	78.	364.	1365.	4368.		
											1.	13.	91.	455.	1820.		
												1.	14.	105.	560.		
													1.	15.	120.		
														1.	16.		
															1.		

On sçait qu'une des propriétés de ce Triangle est que la  
première bande perpendiculaire  $1+1 \dots = (1+1)^1$ .

La 2.<sup>de</sup>  $1+2+1 \dots = (1+1)^2$ .

La 3.<sup>me</sup>  $1+3+3+1 \dots = (1+1)^3$ .

La 4.<sup>me</sup>  $1+4+6+4+1 \dots = (1+1)^4$ .

La 5.<sup>me</sup>  $1+5+10+10+5+1 \dots = (1+1)^5$ .

La 6.<sup>me</sup>  $1+6+15+20+15+6+1 \dots = (1+1)^6$ .

La 7.<sup>me</sup>  $1+7+21+35+35+21+7+1 = (1+1)^7$ .

Et enfin que la bande perpendiculaire exprimée par  $n$ , sera

$$\begin{aligned}
 (2)^n &= (1+1)^n = 1 + n + \frac{n \times n - 1}{1.2} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2}{1.2.3} \\
 &+ \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3}{1.2.3.4} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3 \times n - 4}{1.2.3.4.5} \\
 &+ \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3 \times n - 4 \times n - 5}{1.2 \dots 6} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3 \times n - 4 \times n - 5 \times n - 6}{1.2 \dots 7} + \&c.
 \end{aligned}$$

Or comme les termes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. de cette



dernière Suite, font ceux de la Suite qu'il faut sommer pour résoudre le Cas irréductible dans la supposition de  $a=b$ , & que les termes de celle qu'il faut sommer pour résoudre ce Probleme, ont alternativement les signes plus & moins, la question se réduit à trouver la somme des 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, &c. termes d'une bande perpendiculaire quelconque, & d'en retrancher la somme des 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, &c. termes de la même bande perpendiculaire, c'est-à-dire, qu'il faut trouver la somme des termes d'une bande perpendiculaire quelconque, pris de quatre en quatre.

La première somme à trouver sera composée des 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, &c. termes de cette bande.

La seconde somme sera composée des 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, &c. termes.

La troisième, des 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, &c. termes.

Et la quatrième, des 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, &c.

Si l'on prend ces sommes de 4 en 4, depuis la première bande jusqu'à la 19.<sup>me</sup>, on aura pour la première bande

1. <sup>re</sup> .....	1.....	1.....	0.....	$0 = 2^0$
2. <sup>de</sup> .....	1.....	2.....	1.....	$0 = 2^1$
3. <sup>me</sup> .....	1.....	3.....	3.....	$1 = 2^2$
4. <sup>me</sup> .....	2.....	4.....	6.....	$4 = 2^4$
5. <sup>me</sup> .....	6.....	6.....	10.....	$10 = 2^5$
6. <sup>me</sup> .....	16.....	12.....	16.....	$20 = 2^6$
7. <sup>me</sup> .....	36.....	28.....	28.....	$36 = 2^7$
8. <sup>me</sup> .....	72.....	64.....	56.....	$64 = 2^8$
9. <sup>me</sup> .....	136.....	136.....	120.....	$120 = 2^9$
10. <sup>me</sup> .....	256.....	272.....	256.....	$240 = 2^{10}$
11. <sup>me</sup> .....	496.....	528.....	528.....	$496 = 2^{11}$
12. <sup>me</sup> .....	992.....	1024.....	1056.....	$1024 = 2^{12}$
13. <sup>me</sup> .....	2016.....	2016.....	2080.....	$2080 = 2^{13}$
14. <sup>me</sup> .....	4096.....	4032.....	4096.....	$4160 = 2^{14}$
15. <sup>me</sup> .....	8256.....	8128.....	8128.....	$8256 = 2^{15}$
16. <sup>me</sup> ...	16512.....	16384.....	16256.....	$16384 = 2^{16}$
17. <sup>me</sup> ...	32896.....	32896.....	32640.....	$32640 = 2^{17}$
18. <sup>me</sup> ...	65536.....	65792.....	65736.....	$65280 = 2^{18}$
19. <sup>me</sup> ..	130816.....	131328.....	131328.....	$130816 = 2^{19}$

Si l'on examine les nombres qui composent ces quatre colonnes, on trouvera qu'ils suivent la loi marquée dans cette Table.

1...	$\frac{(2)^1 + (2)^1}{4}$	$\frac{(2)^1 + (2)^1}{4}$	$\frac{(2)^1 - (2)^1}{4}$	$\frac{(2)^1 - (2)^1}{4} = (2)^1$
2...	$\frac{(2)^2}{4}$	$\frac{(2)^2 + (2)^2}{4}$	$\frac{(2)^2}{4}$	$\frac{(2)^2 - (2)^2}{4} = (2)^2$
3...	$\frac{(2)^3 - (2)^1}{4}$	$\frac{(2)^3 + (2)^2}{4}$	$\frac{(2)^3 + (2)^2}{4}$	$\frac{(2)^3 - (2)^2}{4} = (2)^3$
4...	$\frac{(2)^4 - (2)^3}{4}$	$\frac{(2)^4}{4}$	$\frac{(2)^4 + (2)^3}{4}$	$\frac{(2)^4}{4} = (2)^4$
5...	$\frac{(2)^5 - (2)^3}{4}$	$\frac{(2)^5 - (2)^3}{4}$	$\frac{(2)^5 + (2)^3}{4}$	$\frac{(2)^5 + (2)^3}{4} = (2)^5$
6...	$\frac{(2)^6}{4}$	$\frac{(2)^6 - (2)^4}{4}$	$\frac{(2)^6}{4}$	$\frac{(2)^6 + (2)^4}{4} = (2)^6$
7...	$\frac{(2)^7 + (2)^4}{4}$	$\frac{(2)^7 - (2)^4}{4}$	$\frac{(2)^7 - (2)^4}{4}$	$\frac{(2)^7 + (2)^4}{4} = (2)^7$
8...	$\frac{(2)^8 + (2)^5}{4}$	$\frac{(2)^8}{4}$	$\frac{(2)^8 - (2)^5}{4}$	$\frac{(2)^8}{4} = (2)^8$
9...	$\frac{(2)^9 + (2)^5}{4}$	$\frac{(2)^9 + (2)^5}{4}$	$\frac{(2)^9 - (2)^5}{4}$	$\frac{(2)^9 - (2)^5}{4} = (2)^9$
10...	$\frac{(2)^{10}}{4}$	$\frac{(2)^{10} + (2)^6}{4}$	$\frac{(2)^{10}}{4}$	$\frac{(2)^{10} - (2)^6}{4} = (2)^{10}$
11...	$\frac{(2)^{11} - (2)^6}{4}$	$\frac{(2)^{11} + (2)^6}{4}$	$\frac{(2)^{11} + (2)^6}{4}$	$\frac{(2)^{11} - (2)^6}{4} = (2)^{11}$
12...	$\frac{(2)^{12} - (2)^7}{4}$	$\frac{(2)^{12}}{4}$	$\frac{(2)^{12} + (2)^7}{4}$	$\frac{(2)^{12}}{4} = (2)^{12}$
13...	$\frac{(2)^{13} - (2)^7}{4}$	$\frac{(2)^{13} - (2)^7}{4}$	$\frac{(2)^{13} + (2)^7}{4}$	$\frac{(2)^{13} + (2)^7}{4} = (2)^{13}$
14...	$\frac{(2)^{14}}{4}$	$\frac{(2)^{14} - (2)^8}{4}$	$\frac{(2)^{14}}{4}$	$\frac{(2)^{14} + (2)^8}{4} = (2)^{14}$
15...	$\frac{(2)^{15} + (2)^8}{4}$	$\frac{(2)^{15} - (2)^8}{4}$	$\frac{(2)^{15} - (2)^8}{4}$	$\frac{(2)^{15} + (2)^8}{4} = (2)^{15}$

$$\begin{aligned}
 16... & \frac{(2)^{16} + (2)^9}{4} \cdot \frac{(2)^{16}}{4} \cdot \frac{(2)^{16} - (2)^9}{4} \cdot \frac{(2)^{16}}{4} = (2)^{16}. \\
 17... & \frac{(2)^{17} + (2)^9}{4} \cdot \frac{(2)^{17} + (2)^9}{4} \cdot \frac{(2)^{17} - (2)^9}{4} \cdot \frac{(2)^{17} - (2)^9}{4} = (2)^{17}. \\
 18... & \frac{(2)^{18}}{4} \cdot \frac{(2)^{18} + (2)^{10}}{4} \cdot \frac{(2)^{18}}{4} \cdot \frac{(2)^{18} - (2)^{10}}{4} = (2)^{18}. \\
 19... & \frac{(2)^{19} - (2)^{10}}{4} \cdot \frac{(2)^{19} + (2)^{10}}{4} \cdot \frac{(2)^{19} + (2)^{10}}{4} \cdot \frac{(2)^{19} - (2)^{10}}{4} = (2)^{19}. \\
 20... & \frac{(2)^{20} - (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{20}}{4} \cdot \frac{(2)^{20} + (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{20}}{4} = (2)^{20}. \\
 21... & \frac{(2)^{21} - (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} - (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} + (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} + (2)^{11}}{4} = (2)^{21}. \\
 22... & \frac{(2)^{22}}{4} \cdot \frac{(2)^{22} - (2)^{12}}{4} \cdot \frac{(2)^{22}}{4} \cdot \frac{(2)^{22} + (2)^{12}}{4} = (2)^{22}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n... & \left\{ \begin{aligned}
 & (2)^n - (2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot (2)^n + (2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot (2)^n + (2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot (2)^n - (2)^{\frac{n+1}{2}} \\
 & - (2)^{\frac{n+2}{2}} \dots \dots \dots + (2)^{\frac{n+2}{2}} \dots \dots \dots 0 \\
 & - (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots - (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots + (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots + (2)^{\frac{n+1}{2}} \\
 & 0 \dots \dots - (2)^{\frac{n+2}{2}} \dots \dots 0 \dots \dots + (2)^{\frac{n+2}{2}} \\
 & + (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots - (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots - (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots + (2)^{\frac{n+1}{2}} \\
 & + (2)^{\frac{n+2}{2}} \dots \dots \dots - (2)^{\frac{n+2}{2}} \dots \dots \dots 0 \\
 & + (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots + (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots - (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots - (2)^{\frac{n+1}{2}} \\
 & 0 \dots \dots + (2)^{\frac{n+1}{2}} \dots \dots 0 \dots \dots - (2)^{\frac{n+2}{2}}
 \end{aligned} \right\} = (2)^n.
 \end{aligned}$$

Cette loi est telle dans chaque colonne, qu'à commencer au 3.<sup>me</sup> terme de chacune d'elles, & dont les quatre pris ensemble, forment la 3.<sup>me</sup> puissance de 1 + 1, qui est la première des puissances de 1 + 1 qui ait quatre termes; cette loi, dis-je, est telle, que depuis le 3.<sup>me</sup> jusques & compris le 10.<sup>me</sup>, depuis le 11.<sup>me</sup> jusques & compris le 18.<sup>me</sup>,

& depuis le 19.<sup>me</sup> jusques & compris le 26.<sup>me</sup>, & ainsi de suite à l'infini, en les prenant de huit en huit, ces huit termes ont pour formules générales les huit formules qui sont écrites au-dessous de chaque colonne.

En sorte que si l'on demande le 21.<sup>me</sup> terme de chaque colonne, ce qui est la même chose que les quatre sommes qui résultent des termes de la 21.<sup>me</sup> bande perpendiculaire du Triangle arithmétique pris de quatre en quatre, il faut d'abord de 21 en retrancher 2, à cause que la loi ne commence qu'au 3.<sup>me</sup> terme, il reste 19; ensuite il faut ôter de ce nombre, 8 autant de fois qu'il est possible, il restera 3, ce qui indique que les 3.<sup>mes</sup> formules

$$\frac{(2)^n - (2)^{\frac{n+1}{2}}}{4} \cdot \frac{(2)^n - (2)^{\frac{n+1}{2}}}{4} \cdot \frac{(2)^n + (2)^{\frac{n+1}{2}}}{4} \cdot \frac{(2)^n + (2)^{\frac{n+1}{2}}}{4}$$

qui sont écrites sous chaque colonne, sont celles dont il faut se servir pour le cas proposé.

Si donc on substitue 21 pour  $n$ , dans ces formules, on aura  $\frac{(2)^{21} - (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} - (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} + (2)^{11}}{4} \cdot \frac{(2)^{21} + (2)^{11}}{4}$ , ou ces quatre nombres 523776. 523776. 524800. 524800.

Si l'on demande le 104.<sup>me</sup> terme de chaque colonne de 104, il faut ôter 2, il reste 102; il faut ensuite diviser 102 par 8, il vient 12, & il reste 6. Ce nombre 6 indique les 6.<sup>mes</sup> formules qui sont sous chaque colonne.

Ces formules sont  $\frac{(2)^n + (2)^{\frac{n+2}{2}}}{4} \cdot \frac{(2)^n}{4} \cdot \frac{(2)^n - (2)^{\frac{n+2}{2}}}{4} \cdot \frac{(2)^n}{4}$ , dans lesquelles si l'on substitue 104 pour  $n$ , il viendra  $\frac{(2)^{104} + (2)^{53}}{4} \cdot \frac{(2)^{104}}{4} \cdot \frac{(2)^{104} - (2)^{53}}{4} \cdot \frac{(2)^{104}}{4}$  pour les quatre quantités qui résultent de la 104.<sup>me</sup> bande perpendiculaire du Triangle arithmétique, dont les termes sont pris de quatre en quatre.

Mais on a montré que pour résoudre le cas irréductible dans l'exemple proposé de  $a=b$ , il falloit ôter d'un terme quelconque

quelconque de la première colonne, le terme correspondant de la troisième colonne.

Si donc des huit formules de la première colonne on ôte les huit formules de la troisième, on aura

$$\left. \begin{array}{l} -\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+1}{2}} = - (2)^{\frac{n-1}{2}} \\ -\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+2}{2}} = - (2)^{\frac{n}{2}} \\ -\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+1}{2}} = - (2)^{\frac{n-1}{2}} \\ 0 = 0 \\ +\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+1}{2}} = + (2)^{\frac{n-1}{2}} \\ +\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+2}{2}} = + (2)^{\frac{n}{2}} \\ +\frac{2}{4} \times (2)^{\frac{n+1}{2}} = + (2)^{\frac{n-1}{2}} \\ 0 = 0 \end{array} \right\} = \pm (2)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ ou } \pm (2)^{\frac{n}{2}}, \text{ ou } 0.$$

D'où l'on voit que ces huit différences se réduisent aux trois  $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$ ,  $\pm (2)^{\frac{n}{2}}$ , 0.

La première  $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$  convient à toutes les bandes impaires du Triangle arithmétique, car on voit qu'elle résulte des 1.<sup>re</sup>, 3.<sup>me</sup>, 5.<sup>me</sup> & 7.<sup>me</sup> formules.

Les deux autres  $\pm (2)^{\frac{n}{2}}$  & 0 conviennent à toutes les bandes paires du même Triangle, puisqu'elles résultent des 2.<sup>me</sup>, 4.<sup>me</sup>, 6.<sup>me</sup> & 8.<sup>me</sup> formules, où il est encore à remar-

quer que la première  $\pm (2)^{\frac{n}{2}}$  de ces deux dernières, convient aux bandes paires 2, 6, 10, &c. & que la seconde zéro, convient aux bandes paires 4, 8, 12, &c.

Mem. 1741.

E

On voit donc par tout ce qui vient d'être dit, que les quatre sommes qui résultent de l'assemblage de tous les termes, pris de quatre en quatre, d'une bande perpendiculaire du Triangle arithmétique, ou, ce qui revient au même, que les quatre sommes formées par l'assemblage de tous les termes de la puissance  $n$  de la quantité  $1 + 1$  ou  $2$ , pris de  $4$  en  $4$ , que ces quatre sommes, dis-je, sont telles, que la différence de la première à la troisième, pour toutes les puissances impaires,

sera  $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$ , & pour toutes les puissances paires, que cette différence sera  $\pm (2)^{\frac{n}{2}}$  ou zéro.

Si donc on reprend la quantité

$$2b^n \times \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{n \times n - 1}{1 \times 2} + \frac{n \times n - 1 \times n - 2 \times n - 3}{1.2.3.4} - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 5}{1.2 \dots 6} \\ + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 7}{1.2 \dots 8} - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 9}{1.2 \dots 10} + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 11}{1.2 \dots 12} \\ - \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 13}{1.2 \dots 14} + \frac{n \times n - 1 \times \dots \times n - 15}{1.2 \dots 16} - \&c. \end{array} \right.$$

dont on a vû que la somme devoit fournir la solution du Cas irréductible dans la supposition de  $a = b$ , ou de  $\frac{1}{2}q = \sqrt[3]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$ , & que l'on substitue pour la suite

sa valeur  $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$  qui suppose que  $n$  est un nombre impair, on aura  $2b^n \times (2)^{\frac{n-1}{2}} = b^n \times (2)^{\frac{n+1}{2}}$ , ou en mettant

pour  $n$ , sa valeur  $\frac{1}{3}$ , on aura  $\sqrt[3]{b} \times (2)^{\frac{\frac{1}{3}+1}{2}} = \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{4}$ ; & en mettant encore pour  $\sqrt[3]{b}$ , la valeur  $\sqrt[3]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$ , on aura  $\sqrt[3]{4 \sqrt[3]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}}$ . Mais de ce que  $\frac{1}{2}q = \sqrt[3]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$  on tire  $q = \frac{1}{3}p \sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)}$ ; si donc on substitue pour  $q$ , cette valeur, on aura  $\sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)}$ , la racine cherchée est donc  $\sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)}$ .

L'Equation générale est  $x^3 - px + q = 0$ , & dans le

cas présent est  $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p}$ , dont la racine, selon la formule de Cardan, est  $\sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} + \sqrt{(\frac{1}{54}p^3 - \frac{1}{27}p^3)}] + \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} - \sqrt{(\frac{1}{54}p^3 - \frac{1}{27}p^3)}]} = \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} + \sqrt{(-\frac{1}{54}p^3)}]} + \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} - \sqrt{(-\frac{1}{54}p^3)}]} = \sqrt[6]{(\frac{1}{54}p^3)} \times [\sqrt[3]{(1 + \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{-1})}] = \sqrt[6]{(\frac{1}{54}p^3)} \times \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \times [\sqrt[3]{(1 + \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{-1})}]$ , & qui par notre formule est  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}p}$ .

## E X E M P L E.

La formule générale de notre supposition, qui est  $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} = 0$ , étant donc divisée par  $x - \sqrt[3]{\frac{2}{3}p} = 0$ , il viendra  $xx + x\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} - \frac{1}{3}p = 0$ , qui donne pour les deux autres racines  $x = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} \pm \sqrt[3]{\frac{1}{6}p + \frac{1}{3}p}$ , ou  $x = -\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} \pm \sqrt[3]{\frac{1}{2}p}$ .

Ainsi les trois racines de l'Equation

$$x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt[3]{\frac{2}{3}p} = 0$$

$$\text{font } x + \sqrt[3]{\frac{1}{6}p} + \sqrt[3]{\frac{1}{2}p} = 0$$

$$x + \sqrt[3]{\frac{1}{6}p} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}p}$$

$$x - \sqrt[3]{\frac{2}{3}p}$$

toutes trois réelles, inégales & incommensurables.

Si  $p = 12$ , l'Equation sera  $x^3 - 12x + 8\sqrt[3]{2} = 0$ , les racines seront

$$x + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{6} = 0.$$

$$x + \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{6} = 0.$$

$$x - 2\sqrt[3]{2} \dots \dots = 0.$$

Si  $p = 8\sqrt[3]{5}$ , l'Equation sera

$$x^3 - 8x\sqrt[3]{5} + \frac{32}{3}\sqrt[3]{\frac{5}{3}\sqrt[3]{5}} = 0,$$

les racines seront

$$x + \sqrt[3]{\frac{4}{3}\sqrt[3]{5}} + \sqrt[3]{4\sqrt[3]{5}}.$$

$$x + \sqrt[3]{\frac{4}{3}\sqrt[3]{5}} - \sqrt[3]{4\sqrt[3]{5}}.$$

$$x - 2\sqrt[3]{\frac{4}{3}\sqrt[3]{5}}.$$

## REMARQUE.

On a vû dans le second des deux Mémoires imprimés sur cette matière dans le Volume de l'année 1738, p. 250, que de l'Equation générale  $x^3 - px + q = 0$ , on tire les deux autres  $x^3 - ddx + 4q = 0$  &  $d^3 - 3pd + \sqrt{4p^3 - 27qq} = 0$ , en supposant que  $d$  est la différence de deux quelconques des trois racines renfermées dans l'Equation  $x^3 - px + q = 0$ .

Cette Equation, dans le cas présent, est

$$x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt{\frac{2}{3}p} = 0,$$

dont les trois racines sont

$$x = \sqrt{\frac{2}{3}p}, \quad x = \sqrt{\frac{1}{2}p} - \sqrt{\frac{1}{6}p},$$

$$\& \quad x = -\sqrt{\frac{1}{2}p} - \sqrt{\frac{1}{6}p}.$$

Les trois différences de ces trois racines sont  $d = \sqrt{2p}$ ,  $d = \sqrt{\frac{2}{3}p} - \sqrt{\frac{1}{2}p}$ , &  $d = -\sqrt{\frac{2}{3}p} - \sqrt{\frac{1}{2}p}$ , qui sont les trois racines de l'Equation

$$d^3 - 3pd + \sqrt{4p^3 - 27qq}$$

qui se réduit, dans notre cas, à  $d^3 - 3pd + p\sqrt{2p} = 0$ .

Les quarrés de ces trois différences sont  $dd = 2p$ ,  $dd = 2p - p\sqrt{3}$ ,  $dd = 2p + p\sqrt{3}$ .

Ces trois valeurs de  $dd$ , étant substituées dans l'Equation  $x^3 - ddx + 4q$ , qui est dans notre cas

$$x^3 - ddx + \frac{4}{3}p\sqrt{\frac{2}{3}p} = 0,$$

il viendra les trois Equations

$$x^3 - x \times (2p) + \frac{4}{3}p\sqrt{\frac{2}{3}p} = 0.$$

$$x^3 - x \times (2p - p\sqrt{3}) + \frac{4}{3}p\sqrt{\frac{2}{3}p} = 0.$$

$$x^3 - x \times (2p + p\sqrt{3}) + \frac{4}{3}p\sqrt{\frac{2}{3}p} = 0.$$

Ces trois nouvelles Equations feront encore trois nouvelles formules, dont on aura les trois racines de chacune.



Les trois racines de la première sont  $x = \sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)}$ ,  
 $x = \sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}$ ,  $x = -\sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}$ .

Les trois racines de la seconde sont

$$x = -\sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}.$$

$$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)} + \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}] + \sqrt[3]{(\frac{3}{2}p - \frac{5}{4}p\sqrt{3})}.$$

$$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)} + \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}] - \sqrt[3]{(\frac{3}{2}p - \frac{5}{4}p\sqrt{3})}.$$

Les trois racines de la troisième sont

$$x = \sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)}.$$

$$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)}] + \sqrt[3]{(\frac{3}{2}p + \frac{5}{4}p\sqrt{3})}.$$

$$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt[3]{(\frac{1}{6}p)} - \sqrt[3]{(\frac{1}{2}p)}] - \sqrt[3]{(\frac{3}{2}p + \frac{5}{4}p\sqrt{3})}.$$

Car on a vu dans le Mémoire cité, que chacune de ces trois Equations devoit avoir une des trois racines de l'Equation primitive  $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt[3]{(\frac{2}{3}p)} = 0$ .



# THEORIE CHYMIQUE DE LA TEINTURE DES ETOFFES.

*Second Mémoire.*

Par M. HELLOT.

## DU ROUGE ET DU JAUNE.

20 Mai  
1741.

DANS le Mémoire que je lus au mois de Juin de l'année dernière, sur l'art de la Teinture, je m'étois proposé de démontrer que la différence des couleurs qu'on nomme de *bon teint*, & de celles qui ne sont que de *petit* ou de *faux teint*, dépendoit en partie de la préparation du sujet qu'on vouloit teindre, & en partie du choix des matières colorantes qu'on employoit ensuite. Je suis obligé, pour plus de clarté, de répéter ici ce que j'ai déjà dit, & qu'on peut regarder, à ce que je crois, comme les principes généraux de cet art, que toute la mécanique invisible de la Teinture consiste à dilater les pores du corps à teindre, à y déposer des particules d'une matière étrangère, & à les y retenir, de manière que ni l'eau de la pluie, ni les rayons du Soleil, ne puissent les en faire sortir; à choisir des particules colorantes d'une telle ténuité, qu'elles soient retenues, suffisamment enchâssées, dans les pores du sujet, ouverts par la chaleur de l'eau bouillante, puis resserrés par le froid, & de plus, enduits de l'espece de mastic que laissent dans ces pores les sels choisis pour les préparer. J'ajoutai aussi que les couleurs n'étoient de faux teint, que parce qu'on ne préparoit pas suffisamment le sujet, en sorte que les particules colorantes n'étant que déposées sur la surface naturellement trop lisse des corps, ou dans des pores dont la capacité n'étoit pas suffisante pour les recevoir, il étoit impossible que le moindre choc ne les en détachât.

Il est vrai qu'il y a des matières, le bois de Brésil, par

exemple, dont les parties colorantes, appliquées sur une étoffe non préparée, la font paroître d'un rouge affés beau les premiers jours ; mais ce rouge se ternit & s'efface à l'air de telle sorte, qu'on ne soupçonneroit pas, au bout de quelques mois, que cette étoffe eût été teinte de cette couleur. De cette expérience, plusieurs fois répétée, on a conclu que ce bois, & en général presque tous les bois de teinture, étoient de faux teint, & en conséquence il a été défendu aux Teinturiers du bon teint de s'en servir. Mais il ne seroit peut-être pas impossible de faire voir que le défaut qu'on reproche à ces bois, d'ailleurs fort utiles dans la teinture des étoffes de bas prix, ne doit être imputé qu'à ce que la manière de les mettre en usage est encore ignorée, & que ces bois pourroient être employés presque aussi utilement dans le bon teint, puisqu'on peut tirer de celui de Fernambouc une couleur rouge beaucoup plus belle que les rouges de Garence, & que cette couleur, que j'ai exposée à l'air & à la pluye pendant trois mois de suite de l'hiver dernier, n'y a cependant rien perdu de son rouge, & s'y est seulement salie, peut-être beaucoup moins que n'auroit fait l'écarlate la mieux teinte.

Communément on admet pour couleurs de bon teint toutes celles qui, exposées au Soleil & au serein pendant douze jours complets, ne changent point, ou qui prennent une teinte un peu plus foncée sans perdre leur nuance principale. Toute couleur au contraire qui, pendant le même espace de temps, s'éclaircit trop, se décharge & change, est réputée de mauvais teint. Mais comme cette épreuve, la seule véritable, & qui seule devoit suffire, ne peut être mise en usage dans les cas où il faut juger sur le champ si une étoffe, exposée en vente dans une Foire ou ailleurs, est de bon teint, au cas que son prix l'exige, il a fallu trouver des moyens de lui faire perdre, en peu de minutes, tout ce qu'elle perdrait étant exposée pendant douze ou quinze jours au Soleil. Il y a dans le Règlement de M. Colbert sur les Teintures, quelques méthodes prescrites pour les éprouver.

Cependant l'expérience ayant fait connoître que ces méthodes étoient insuffisantes pour certaines couleurs, feu M. du Fay a travaillé long-temps pour en trouver qui fussent ou plus générales ou plus sûres ; & c'est d'après un très-grand nombre d'expériences, qu'il a faites avec beaucoup de soins, qu'on a rédigé la nouvelle instruction sur ces sortes d'épreuves, auxquelles on a donné le nom de *Débouillis*. Elle se trouve imprimée à la suite du Règlement de 1737, sur les Teintures.

Quelques-uns de ces débouillis se font par le Savon ; d'autres par l'Alun, d'autres par le Tartre rouge, d'autres enfin par le Tartre rouge & l'Alun mêlés ensemble. Mais comme des règles générales, pour de pareilles épreuves, doivent être sujettes à bien des exceptions, ou qu'on n'a pu prévoir, ou qui, ayant été prévûes, n'ont pu être détaillées sans courir le risque de faire naître de la confusion & des sujets de contestations sans nombre, il est clair que ces règles, données comme trop générales, sont aussi trop rigoureuses dans plusieurs cas, où des couleurs claires demanderoient des sels moins actifs que des couleurs bien chargées, qui peuvent perdre une quantité considérable des particules qui les teignent, sans qu'on y apperçoive des changements fort sensibles. Il auroit donc fallu prescrire un débouilli presque pour chaque nuance ; ce qui étoit impossible, vû leurs variétés. Ainsi l'Air & le Soleil sont la véritable épreuve ; & toute couleur qui leur résiste pendant un certain temps, ou qui y acquiert ce que les Teinturiers nomment du *fond*, doit être réputée de bon teint, quand même elle changeroit beaucoup aux débouillis prescrits dans la nouvelle instruction. L'Ecarlate en est un exemple : comme le Savon emporte entièrement cette couleur, on l'a soumise à l'épreuve de l'Alun de Rome ; & quand elle est de pure Cochenille, elle y doit prendre une couleur pourpre. Cependant si on expose de l'écarlate au Soleil, elle y perd à la vérité son vif, & devient plus foncée, mais cette nuance foncée n'est pas celle que l'Alun lui donne. Ainsi les débouillis ne peuvent pas, dans

ce

ce cas & dans plusieurs autres, être substitués à l'action de l'air & du Soleil, quant à la parité de l'effet. J'ai cru devoir commencer par ce que je viens de lire, avant que de décrire les procédés qui donnent aux étoffes la couleur rouge, afin qu'on sçût d'avance ce que c'est qu'une couleur de bon teint chés les Teinturiers.

La couleur rouge étant une des cinq couleurs primitives de l'art de la Teinture, & l'une des trois avec lesquelles on peut faire mécaniquement presque toutes les couleurs, à l'exception du noir, elle devoit suivre le bleu, dont j'ai traité dans mon premier Mémoire, & être suivie du jaune par lequel je finirai celui-ci, où je mettrai le moins de détails ennuyeux qu'il me sera possible.

Les matières qu'on employe dans l'usage ordinaire, pour faire les rouges de bon teint, sont la racine de Garence & le Kermès. Pour les rouges de feu, dits écarlate, & pour les pourpres & cramoisis, on se sert des parties colorantes de la Gomme-laque, de la Cochenille mesteque ou cultivée, & quelquefois de la Cochenille sylvestre, qui ne fait pas si beau, dont il faut au moins quatre parties pour faire l'effet d'une seule de mesteque, & qui par conséquent n'est pas beaucoup en usage. On tire encore des rouges assés beaux du *Coccus Polonicus*, autre espece de petit insecte dont on faisoit autrefois un grand commerce en Pologne, mais dont l'effet n'est pas comparable à celui de la Cochenille. Quant à la Pérelle, l'Orseille des Canaries, préparées, les bois de Brésil, de Sainte-Marthe, de Fernambouc & autres, les rouges qu'ils donnent, en suivant les méthodes consacrées par la routine de l'ouvrier, sont souvent fort beaux, mais de peu de durée, ou parce que leur couleur est trop volatile pour ne pas s'évaporer à l'air, ou parce qu'on n'a pas encore trouvé, comme je l'ai dit, le moyen de la fixer sur les étoffes. Le Roucou, le Safran bâtard bien dégorgé, donnent aussi de fort beaux rouges, mais qui ne résistent pas plus que les précédents. Ainsi l'emploi de ces drogues a été prohibé dans le bon teint.

GARENCE. La Racine de Garence ou de *Rubia Tinctorum*, est la seule partie de cette plante qui serve à la Teinture. De tous les rouges, c'est le sien qui est le plus ténace, quand il est appliqué sur une Laine bien dégraissée, puis préparée par les Sels avec lesquels on l'a fait bouillir pendant deux ou trois heures, sans quoi ce rouge, presque inaltérable après cette préparation du sujet, ne résisteroit pas plus aux épreuves que les rouges des autres ingrédients de faux teint. C'est ce qui prouve ce que j'ai déjà dit, que les pores de la Laine doivent être non seulement bien nettoyés de la graisse ou transpiration de l'animal, qui peut y être encore restée, malgré le dégraissage ordinaire, qui se fait dans trois parties d'eau & une partie d'urine, mais encore qu'il faut que ces mêmes pores soient enduits d'une couche de quelques Sels que j'ai nommé *durs*, dans mon premier Mémoire, parce qu'ils ne se calcinent point à l'air, & que l'eau de la pluie ni l'humidité de l'air ne peuvent les dissoudre. Tel est le Tartre blanc ou rouge, ou le cristal de Tartre, dont on met pour l'ordinaire un quart ou un tiers dans le bouillon préparant, avec deux tiers ou trois quarts d'Alun.

La racine de Garence la plus belle, vient ordinairement de Zélande, où l'on cultive cette plante dans les Isles de Tergoës, Zirzée, Sommerdyck & Thoolen : celle de la première de ces Isles est estimée la meilleure. Le terroir en est argilleux, gras & un peu salé. Les terres qu'en général on préfère pour cette culture, sont les terres neuves qui n'ont servi auparavant qu'à des pâturages. Les Zélandois ont obligation de la culture de cette plante & du grand commerce qu'ils font de sa racine, aux Réfugiés de Flandres qui la leur ont portée.

On la connoît dans le commerce sous les noms de *Garence-grappe*, de *Garence robée* & de *Garence non robée* : c'est pourtant la même racine ; toute la différence pour la qualité, est que la grappe ou robée se prépare avec la racine dépouillée de son écorce, & que la non robée contient cette écorce & les petites racines qui sortent de la racine principale.

L'une & l'autre se fabriquent par un seul & même travail, que je ne détaillerai point ici, pour ne pas allonger inutilement ce Mémoire. Il consiste à trier les plus belles racines pour la première sorte, à les faire sécher avec de certaines précautions, à les moudre, à en séparer l'écorce au moulin, & à conserver le milieu de la racine moulue dans des tonneaux, où on la laisse deux ou trois ans, parce qu'après ce temps elle est meilleure pour la teinture qu'elle ne l'auroit été en sortant du moulin. Si la Garence n'étoit pas enfermée de la sorte, elle s'éventeroit, & la couleur en auroit moins de vivacité. Elle est d'abord jaune dans le tonneau, mais elle rougit & brunit en vieillissant. Il faut, pour l'usage de la teinture, la choisir d'une couleur de Safran, en mottes les plus fermes, & d'une odeur forte, qui cependant ne soit pas désagréable. On la cultive aussi aux environs de Lille en Flandres & dans quelques endroits du Royaume où l'on a reconnu qu'elle croissoit naturellement.

Les Garences qu'on employe dans les Indes orientales & dans le Levant pour la teinture des Cotons, sont un peu différentes de celle de ce pays. On les nomme *Chat* à la Côte de Coromandel, où cette racine est apportée des Bois de la Côte de Malabar : c'est le *Chat sauvage*. Le cultivé vient de Vaour & de Tuccorin, mais le plus estimé de tous est le *Chat de Perse*, qu'on nomme *Dumas*. On recueille aussi sur la Côte de Coromandel la racine d'une autre plante nommée *Raye de Chaye*, ou *Racine de couleur*. C'est une racine longue & menue, qui donne au Coton une belle couleur rouge, lorsqu'il a reçu toutes les préparations qui doivent précéder la teinture & la suivre. On cultive à Kurder, au voisinage de Smyrne, & dans les campagnes d'Ak-hissar & de Yor-das, à trois petites journées de la même Ville, une Garence qu'on nomme dans le pays *Chioe-boya*, *Ekme*, *Hazala*. C'est de toutes les Garences la meilleure pour la teinture rouge, selon les épreuves qui en ont été faites. Aussi est-elle beaucoup plus estimée dans le Levant que celle de Zélande que les Hollandois y portent. Cette même Garence

est nommée par les Grecs modernes *Lizari*, & par les Arabes *Fouoy*. Il y a encore une autre sorte de Garence naturelle au Canada, connue sous le nom de *Tyffavoyana* : c'est une racine extrêmement menue, qui fait à peu-près le même effet que notre Garence d'Europe.

Pour teindre un drap blanc bien dégraissé, en rouge de Garence, on le fait bouillir pendant trois heures au moins dans une chaudière, où l'on a mis la quantité d'eau nécessaire, avec 4 ou 5 onces d'Alun de Rome, 1 ou 2 onces de Tartre crud pour chaque livre de drap, & environ un quinzième d'eau sure, qui est une décoction de son de Froment qu'on a laissé aigrir. Après l'avoir retiré de la chaudière, on l'exprime légèrement, & on le porte tout humide dans un lieu frais, où on le laisse sept à huit jours, afin que les sels aient le temps d'agir dessus, & de préparer les pores de la Laine à recevoir la teinture. Ce temps étant expiré, on lave ce drap pour emporter les saletés superficielles que le Tartre pourroit y avoir laissées; car les sels qu'on employe en teinture ne sont jamais les plus purs : les ouvriers sont trop avides de gain pour ne pas choisir ceux qui leur coûtent le moins. Pour teindre ce drap garni de sels, on prépare un nouveau bain d'eau nette, & lorsque cette eau est seulement tiède, ou qu'on peut encore y tenir la main, on y jette une demi-livre de la plus belle Garence-grappe pour chaque livre de drap, on la brouille bien dans la chaudière; quand on s'apperçoit qu'elle a donné sa teinture à l'eau, qui doit toujours rester entre le tiède & le bouillon, on y plonge le drap, que l'on roule sans discontinuer, sur un rouet bas, assujetti au dessus de la chaudière, afin que la couleur prenne uniment. Sans cette agitation continuelle, l'étoffe seroit teinte inégalement, & l'on y verroit des places de différentes couleurs. Lorsque l'eau du bain ne paroît plus colorée, ou qu'elle n'a plus qu'une couleur de paille, c'est une marque que toute la teinture de la Garence s'est appliquée sur le drap : alors on augmente le feu pour faire bouillir cette eau pendant quelques minutes; ce qui acheve d'assurer la teinture



sur l'étoffe, parce que la simple chaleur de l'eau tiède n'auroit pas été suffisante pour la parfaite dissolution du Tartre crud, resté adhérent aux fibres de la Laine.

Ces rouges de Garence ne sont jamais beaux comme ceux du Kermès, & le sont beaucoup moins que ceux de la Gomme-laque ou de la Cochenille; mais ils coûtent peu, & par conséquent on s'en sert pour les étoffes communes, dont le bas prix ne pourroit pas supporter celui d'une teinture plus chère. Tous les rouges de l'Infanterie & de la Cavalerie sont ordinairement des rouges de Garence, qu'on rend plus vifs quelquefois en les falsifiant, malgré les défenses, avec des drogues de petit teint.

J'ai déjà dit que la Garence employée sans avoir passé les étoffes au bouillon d'Alun & de Tartre, leur laisse sa couleur rouge; mais elle la donne mal unie, & de plus elle n'a aucune solidité. Ce sont donc les sels qui en assurent la teinture. Ainsi la question est de sçavoir si c'est simplement en dérochant, pour ainsi dire, les pores de la Laine, c'est-à-dire, en ôtant les restes de la transpiration huileuse du Mouton, qu'on les prépare à recevoir plus immédiatement les particules colorantes de la racine, ou bien si une portion de ces sels, sur-tout de celui des deux qui ne peut être emporté même par l'eau tiède, y reste pour happer, saisir & mastiquer ensuite l'atome colorant dans les pores de la Laine, ouverts & dilatés par la chaleur de l'eau pour le recevoir, & resserrés ensuite par le froid pour le retenir. Pour déterminer ceux qui seroient de la première opinion, il n'y a qu'à substituer à l'Alun & au Tartre crud quelque sel alkali, comme Potasse, lessive clarifiée de Cendres ordinaires, ou autre sel lixiviel pur, mis en proportion convenable pour ne pas fondre la Laine, & ensuite passer l'étoffe dans un bain de Garence, le drap en sortira coloré, mais cette couleur n'aura aucune solidité; la seule eau bouillante en emportera plus des trois quarts. Or on ne peut pas dire qu'un sel alkali fixe soit incapable de dérocher les pores de la Laine de leur suain ou graisse du Mouton, puisque les sels

lixiviels sont employés avec un succès connu, dans tous les cas où il s'agit d'ôter à une étoffe, de quelque genre qu'elle soit, la graisse qui l'a tachée, & que l'eau seule n'enleveroit pas, puisqu'avec cette graisse étrangere à l'étoffe & le sel alkali il se fait une espece de savon que l'eau emporte ensuite aisément. De plus, prenez un morceau de drap teint en rouge de Garence selon la méthode ordinaire du bon teint, faites-le bouillir quelque temps dans la solution du sel alkali fixe mis en petite dose, vous détruirez aussi la couleur, parce que l'alkali fixe attaquant les petits atomes de cristal de Tartre ou de Tartre crud, qui tapissent les pores des fibres de la Laine, il s'en compose un Tartre soluble que l'eau dissout, comme on le sçait, très-aisément, & par conséquent les pores s'étant ouverts dans l'eau chaude de cet essai, l'atome colorant en est sorti avec l'atome salin qui le mastiquoit. Si on lave ce drap dans de l'eau froide, on voit le surplus de la couleur s'y délayer, & il reste d'une couleur demi-fauve ou sale.

Si, au lieu de Sel alkali simple, on se sert de Savon, qui est un sel alkali mitigé par l'huile, & qu'on y fasse bouillir pendant quelques minutes un autre morceau de drap teint comme le précédent, le rouge en deviendra plus beau, parce que l'alkali enveloppé d'huile, n'a pu attaquer le sel acide végétal du Tartre crud, & l'ébullition n'a fait que détacher les particules colorantes mal enchâssées : leur nombre diminuant, ce qui en reste, doit donner une couleur moins chargée & plus claire.

J'ajouterai pour surcroît de preuves de l'existence actuelle des sels dans les pores d'une Laine teinte en rouge de Garence, que le plus ou le moins de Cristal de Tartre donne des variétés infinies, non seulement de nuances, mais même de couleurs, avec cette seule racine; car si l'on diminue la dose de l'Alun, & qu'on augmente celle du Tartre, on a un rouge canelle, & même si l'on ne met dans le bouillon que du Tartre seul, on perd le rouge, & l'on n'a que du canelle foncé, ou couleur de fauve ou de racine, mais de très-bon

teint, parce que le Tartre crud, qui est un sel acide, a tellement dissout la partie qui auroit coloré en rouge, qu'il n'en est resté qu'une très-petite quantité avec les fibres ligneuses de la racine, laquelle alors rentre dans la classe des racines communes, qui pour l'ordinaire ne donnent qu'une couleur fauve, plus ou moins foncée, selon la quantité qu'on emploie. Il sera prouvé, dans la suite de ce Mémoire, que l'acide qui rend les rouges plus vifs, les dissout si l'on en met trop, & les divise en des particules d'une si grande petitesse, qu'elles échappent à la vûe.

Si au lieu de Tartre, qui est un sel dur, on emploie dans le bouillon avec l'Alun un sel aisément dissoluble, tel que le Salpêtre, pour préparer l'étoffe à recevoir la teinture de la Garence, la plus grande partie de son rouge devient inutile ; il disparoit ou ne s'applique pas, & l'on n'a qu'un canelle, à la vérité fort vif, mais qui ne résiste pas, parce que le Salpêtre se redissout trop aisément dans l'eau, où l'on fait dégorger l'étoffe après qu'elle est teinte.

Qu'à la place de ces deux sels on se serve de Sel de Glauber, on a une vilaine couleur fauve, qui ne tient ni à l'air ni aux autres épreuves, parce que ce sel se dissout trop facilement & se calcine de même.

Les sels alkalis volatils ou urineux qui développent de certaines plantes, telles que la Pérelle, l'Orseille des Canaries & d'autres *Lichens*, un fort beau rouge qu'on n'y auroit pas soupçonné auparavant, développent aussi le rouge de la Garence, mais en même temps ils lui communiquent leur volatilité, en sorte que lorsque j'ai voulu employer de la Garence que j'avois préparée comme on prépare l'Orseille, avec de l'Urine fermentée & de la Chaux vive, je n'ai eu que des couleurs de noisette, plus ou moins claires, mais qui sont solides, parce qu'il n'étoit entré dans le bain que la petite portion du volatil urineux qui humectoit la Garence ; que l'ébullition a suffi pour le faire évaporer, & que d'ailleurs le drap étoit suffisamment garni des sels du bouillon, fait à l'ordinaire, pour retenir ce qui étoit resté des parties colorantes de cette racine.

Quand on applique un rouge pur, celui de la Cochenille, par exemple, sur un drap précédemment teint en bleu, & ensuite préparé par le bouillon de Tartre & d'Alun pour recevoir ce rouge, on a un pourpre ou un violet, à proportion de la quantité de bleu, ou de la quantité de ce rouge pur. Le rouge de la Garence ne fait pas le même effet, parce que ce n'est pas un rouge pur comme celui de la Cochenille, & qu'ainsi que je l'ai dit plus haut, il est altéré par le fauve, couleur propre aux fibres ligneuses de cette racine comme aux fibres ligneuses de presque toutes les autres racines communes. Ainsi ce rouge sali par le fauve, fait sur le bleu une couleur de café ou de marron, plus ou moins foncé suivant l'intensité précédente du bleu appliqué le premier. Si on veut que ce café ou ce marron ait un reflet pourpré, il faut nécessairement y employer un peu de Cochenille pour le bon teint, & un peu d'Orseille ou de bois de Bréfil pour le petit teint.

C'est afin d'éviter ce fauve des fibres ligneuses de la racine, que les Teinturiers qui font les plus beaux rouges de Garence, ont grand soin de n'employer le bain qu'à tiède, & de retirer l'étoffe trois ou quatre minutes après qu'il a commencé à bouillir; car pour peu que l'eau bouille davantage, la Garence rend un teint considérablement plus terne, parce qu'alors la chaleur de l'eau est assez forte pour que les particules qui colorent en fauve, se détachent & s'appliquent avec les particules rouges. On éviteroit cet inconvénient, si dans le temps que la racine de Garence est encore fraîche, on pouvoit trouver le moyen de séparer aisément du reste de cette racine le cercle rouge qui est au dessous de sa pellicule brune, & qui entoure la moelle du milieu: mais ce travail augmenteroit trop le prix de cet ingrédient; & comme ce qu'on en sépareroit ainsi avec beaucoup de patience, ne donneroit jamais un rouge aussi beau que le rouge de la Cochenille, il paroît assez inutile de l'essayer en grand. Tout au plus pourroit-on le tenter pour teindre en rouge les Cotons dont le prix pourroit porter les frais de cette séparation.

La Garence s'employe avec la Cochenille pour faire les demi-écarlates : il en sera parlé à l'article de l'emploi de cet insecte. Je finirai celui-ci par une expérience qui m'a donné un pourpre assés beau sans employer de Cochenille, & sans que le drap eût été d'abord teint en bleu. J'ai fait bouillir un morceau de drap blanc, pesant demi-once, avec 10 grains d'Alun de Romé & 6 grains de Cristal de Tartre. Au bout d'un quart d'heure je l'ai retiré, exprimé & laissé refroidir ; puis j'ai ajouté au même bain 24 grains de Garence-grappe : après qu'elle a eu fourni son teint à cette eau encore empreinte des sels, j'y ai fait tomber 20 gouttes d'une dissolution de Bismuth faite dans parties égales d'eau & d'esprit de Nitre, puis j'y ai replongé le drap. Au bout de demi-heure je l'ai retiré, exprimé & lavé ; il étoit d'un cramoisi presque aussi beau que s'il eût été fait avec de la Cochenille, & même il avoit assés de fond ou assés de couleur unie pour rester en cet état. Cependant, pour voir quelle seroit la différence en augmentant la teinte, je le replongeai dans le même bain, je continuai de le faire bouillir encore un quart d'heure, & je l'eus d'un pourpre assés vif. Ce pourpre, qui est une découverte en teinture, & qui fournit à la Chymie des conséquences dont il sera parlé dans un autre article de ce Mémoire, ayant été éprouvé par le débouilli de l'Alun, s'y avive & s'embellit ; & à celui du Savon, il reste d'un rouge beaucoup plus beau que les rouges ordinaires de Garence.

Si je garde pendant plusieurs jours le drap humecté de son bouillon de Tartre & d'Alun, qu'ensuite je le teigne dans un bain de Garence simple & sans sels, selon la méthode ordinaire, jusqu'à ce qu'il ait pris une couleur canelle vive, & qu'ensuite j'ajoute à ce bain de la même dissolution de Bismuth, je n'aurai qu'une couleur de marron & point de pourpre ; ce qui fait voir combien il faut être exact en décrivant les procédés de Teinture, & que c'est par ce défaut d'exactitude que tous les Livres qu'on a publiés sur cet art, ont été jusqu'à présent inutiles, parce qu'on a négligé d'y

indiquer des circonstances de manipulation absolument nécessaires pour réussir dans la couleur qu'on y cherche. Dans cette seconde expérience le drap a pris trop de sels, ils ont peut-être séjourné trop long-temps dessus, & dans la teinture il n'y en avoit pas, & principalement d'Alun, qui pût précipiter sa terre avec le Bisinuth sur le teint de la Garence, précipitation qui s'opere par l'adstriction de cette racine. Je me suis peut-être trop étendu sur la pratique des teintures que l'on fait avec la Garence, mais j'ai cru devoir le faire pour être plus court dans les articles qui suivent.

#### KERMÈS.

Le Kermès est une Gale-insecte qui croît, qui vit & qui multiplie sur l'*Ilex aculeata cocci glandifera*. C. B. P. On le trouve dans les Garrigues des environs de Vauvert, de Vendémian & de Narbonne, mais en plus grande quantité en Espagne, du côté d'Alicante & de Valence. Les paysans du Languedoc le viennent vendre tous les ans à Montpellier & à Narbonne, aussi-tôt qu'ils en ont fait la récolte. Ceux qui l'achètent pour l'envoyer à l'étranger, l'étendent sur des toiles, & ont soin de l'arroser avec du Vinaigre pour tuer des vermisses qui sont quelquefois dedans, & qui produisent une poudre rouge, qu'en Espagne sur-tout, on sépare de la coque, après l'avoir laissé sécher, en la passant par un tamis. On en fait ensuite de grosses balles, & on met au milieu de chacune, dans un sac de peau, de cette poudre, au *prorata* de la quantité que toute la partie a produite, afin qu'en vendant les balles à différents particuliers, chacun ait sa portion de cette poudre. J'ai cherché de cette poudre à Paris, mais je n'en ai pu trouver chés aucun marchand. On envoie ordinairement ces balles à Marseille, d'où on les fait passer dans le Levant, principalement à Alger & à Tunis, où l'on assure qu'on fait un grand usage du Kermès dans la teinture.

Cet insecte, que quelques Teinturiers qui s'en servent encore, appellent *graine*, parce qu'il en a la figure, a servi autrefois à faire cette couleur rouge qu'on appelloit *E'carlate de France*. Les draperies rouges des anciennes Tapisséries

sont teintes avec cet ingrédient, & leur couleur, qui dans quelques Tapisséries a jusqu'à 200 ans d'ancienneté, n'a presque rien perdu de sa vivacité. On connoît à présent cette couleur sous le nom d'*E'carlate de Venise*, parce qu'elle y est extrêmement en usage, & qu'on y en fait plus qu'en aucun autre endroit de l'Europe. Le goût en a passé en France & dans la plupart des autres pays, parce qu'elle a effectivement moins de feu, & qu'elle est plus brune que l'écarlate moderne à laquelle on est accoutumé; mais elle a sur elle l'avantage de se soutenir plus long-temps, & de n'être point tachée par la boue & par les liqueurs acres.

Voici de quelle manière on doit faire cette écarlate de Graine, qui n'est plus guère en usage que pour les Laines destinées aux tapisséries. On commence par *ébrouer* la Laine filée, c'est-à-dire, que pour 20 livres, on met dans la chaudière un demi-boisseau de Son, enfermé dans un sac, avec la quantité d'eau nécessaire pour que cette Laine y soit bien abreuvée; on la fait bouillir une demi-heure, après quoi on la retire de l'eau, on l'exprime, ou on la laisse égoutter: pendant ce temps-là on prépare le bouillon, qui est composé d'environ un quart d'eau sure & de trois quarts d'eau de rivière, dans laquelle on met 4 livres d'Alun de Rome & 2 livres de Tartre rouge. Quand ce bain est bouillant, on y plonge les écheveaux de Laine, les tournant de temps en temps sur les bâtons qui les enfilent, & au bout de deux heures on les leve, & les ayant exprimés foiblement, on les enferme dans un sac de toile qu'on porte à la cave, où on les laisse cinq ou six jours, comme on a fait l'étoffe préparée pour le rouge de Garence. Le sixième jour on prépare un nouveau bain d'eau de rivière la plus claire, & lorsqu'elle commence à être tiède, on y jette 12 onces de Kermès pulvérisé, pour chaque livre de Laine, au cas qu'on veuille une écarlate bien pleine ou bien fournie de couleur. Si le Kermès étoit trop vieux, il en faudroit au moins livre pour livre. Quand le bain commence à bouillir, on y met la Laine, qui doit être encore humide: en cas qu'on l'eût laissé sécher,

il faudroit l'humecter de nouveau dans de l'eau tiède ; ce qui est une règle générale pour toutes les couleurs, parce que si on mettoit les Laines ou les étoffes, sèches, dans les bains de teinture, jamais elles ne prendroient la couleur également. Après que la Laine aura resté une bonne heure dans ce bain, où l'on doit avoir tourné & retourné les écheveaux autour de leurs bâtons, on la laissera égoutter, on l'exprimera & on la lavera en eau courante. Le Teinturier peut profiter du reste de son bain encore coloré, ce qui s'appelle une *suite*, & y teindre d'autres Laines préparées par le bouillon des sels comme les précédentes, en des couleurs qui seront des nuances dégradées de la première. On peut donner un peu plus d'éclat à cette couleur, qui est rouge de sang, en passant la Laine dans un bain d'eau plus que tiède, où l'on a fait fondre une petite quantité de Savon. A la vérité, le Savon la *rose* un peu, c'est-à-dire, lui donne un petit oeil tirant sur le cramoisi, mais elle en est plus belle. L'Eau-forte mise en petite quantité sur le bain de Kermès, ou encore mieux la Composition pour l'écarlate, dont il sera parlé ci-après, rend la couleur encore un peu plus agréable, mais alors elle est sujette à tacher à la boue.

Ce qui rend le rouge de Kermès aussi solide que celui de la Garence, c'est qu'il est appliqué sur une Laine préparée de même par des sels qui résistent à l'action de l'air & du Soleil : c'est aussi vraisemblablement parce que cet insecte s'étant nourri de la sève d'un arbrisseau astringent, a conservé cette propriété de donner plus de ressort aux parois des pores de la Laine pour se resserrer plus vite & plus fortement, quand elle sort de l'eau bouillante & qu'on l'expose à l'air froid. Que ce soit par cette raison, ou parce qu'il se fait avec les astringents une précipitation de la terre de l'Alun, j'ai remarqué que toutes les racines, les écorces, les fruits & les autres matières qui ont quelqu'adstriction, donnent toutes des couleurs de bon teint, en les employant avec l'Alun & le Tartre crud. Il sera encore parlé de cette précipitation dans l'article de la Cochenille.



On peut faire une écarlate moins brillante que celle de la Cochenille pure, en mettant dans le bain moitié Kermès, moitié Cochenille, & ajoutant un peu de Composition. La couleur en est plus solide que celle de la Cochenille seule, mais aussi elle n'est pas si belle. C'est cette couleur qu'on nomme *E'carlate demi-graine*. La plupart des Teinturiers n'étant plus dans l'usage d'employer le Kermès, lui substituent la racine de Garence, qui leur coûte moins, lorsqu'ils ont des demi-écarlates à teindre.

En employant le Kermès seul avec la Crème de Tartre & la Composition, sans ajouter d'Alun, on a en un seul bain un canelle vif, au lieu d'un rouge, par la raison ci-devant dite, que les acides réduisent les rouges en parties si ténues, que la plupart échappent à la vûe. Mais si on passe ce canelle dans un bain d'Alun, on fait reparoître une partie de ce rouge.

Avec la Crème de Tartre, la Composition & l'Alun, ce dernier mis en plus grande quantité que les deux autres, le Kermès donne une couleur de lilas.

Si à l'Alun & au Tartre on substitue le Tartre vitriolé, & qu'on ajoute la Composition, on a un gris d'agate, dans lequel à peine apperçoit-on un peu de rouge, parce que l'acide de la Composition a trop divisé le rouge de l'ingrédient colorant, & que le Tartre vitriolé ne contenant point la terre de l'Alun, n'a pu rassembler suffisamment d'atomes rouges. Mais ces gris d'agate tiennent aux épreuves, parce que le Tartre vitriolé est un sel dur, qui, comme le Tartre crud, ne se calcine point aux rayons du Soleil, & ne peut être dissout par l'eau de la pluie.

Le Sel de Glauber employé avec le Kermès, détruit entièrement son rouge, & donne un gris terreux qui ne tient pas aux épreuves, parce que ce sel ne résiste, ni à l'eau, qui le dissout très-vîte, ni aux rayons du Soleil, qui le réduisent aisément en poussière.

Le Vitriol vert & le Vitriol bleu, substitués séparément à l'Alun, mais employés avec le cristal de Tartre, détruisent

pareillement ou voient la couleur rouge du Kermès par leurs parties métalliques. Dans ces deux expériences, le Kermès agit comme le feroit la Noix de galle ou le Sumach, & par conséquent il précipite le Fer du Vitriol vert, qui teint le drap en gris-brun, & le Cuivre du Vitriol bleu, qui teint le sien en olivâtre. Quand à la place du Vitriol bleu je mets une dissolution de Cuivre dans l'Eau-forte, j'ai aussi une couleur olivâtre ; ainsi la précipitation du métal est suffisamment démontrée.

Le Vitriol blanc de Goslar, dont la base n'est pas encore exactement connue, étant employé avec le cristal de Tartre, change le rouge du Kermès en violet ; & si à ce Vitriol blanc je substitue la teinture rougeâtre, extraite de la mine de Bismuth par le moyen de l'Eau-forte & ensuite par le Sel commun, ce qui fait l'Encre sympathique singulière sur laquelle j'ai donné un Mémoire en 1737, j'ai un violet semblable, seulement un peu plus foncé. Cette identité de couleur met sur la voye pour trouver la base du Vitriol blanc. Car comme la teinture de la mine de Bismuth, qui donne l'Encre sympathique bleue, ne fait cet effet que parce qu'elle contient la matière bleue du Smalt & une petite portion de Bismuth, il est très-vraisemblable que le Vitriol blanc qui, avec le Kermès, donne un violet à peu-près semblable, ne fournit cette teinte bleue au rouge du Kermès que parce qu'il contient aussi une certaine quantité de ce Smalt & de Bismuth, que l'acide sulfureux, vague dans les entrailles de la terre, a extraite de cette mine ; & l'on a d'autant plus de raison de le croire, que tout le Vitriol blanc qui vient de Goslar, est tiré d'une Mine qui fournit du Plomb, de l'Ar-sénic, du Bismuth & plusieurs autres matières dont les récréments, fondus ensuite avec le Sable & un Sel alkali, se vitrifient en une masse bleue qu'on nomme le *Safre*. Pour augmenter encore le vraisemblable de ces conséquences, j'ai fait un essai de teinture avec l'Alun, la crème de Tartre & le Kermès ; j'ai ajouté au bain une certaine quantité de dissolution de Bismuth, & j'ai eu un violet encore plus vif que le violet donné par l'Encre sympathique.

Toutes les fois qu'on employe avec le Kermès des acides mis en trop grande quantité, soit acide du Vitriol, du Nitre ou du Sel commun, le jus de Citron ou le Vinaigre, même l'Eau sure, on fait disparaître, comme je l'ai déjà dit, le rouge des particules colorantes, & l'on n'a que des canelles vifs, ou des canelles tirants sur l'aurore. Les sels alkalis fixes ne détruisent pas de même ce rouge, mais ils le rosent & le salissent, en sorte que le drap se trouve teint d'une couleur de lilas terne.

Ce seroit trop allonger ce Mémoire que de décrire séparément les résultats des 50 expériences que j'ai faites avec cet ingrédient, différemment altéré par des sels & des dissolutions métalliques : elles ne seroient pas même d'une grande utilité pour l'art de la Teinture, puisqu'un grand nombre des couleurs qu'elles m'ont fournies, peuvent se tirer beaucoup plus aisément des ingrédients communs ou moins chers que le Kermès. Je passe à l'article de la Cochenille.

La Cochenille fine, qu'on nomme *Mesteque* ou *Tescalle*, COCHENILLE: est un insecte dont on fait une récolte considérable dans le Mexique. Les naturels du pays & les Espagnols, qui n'ont que de petits établissements, le cultivent, c'est-à-dire, qu'ils ont soin de le retirer de dessus la plante qui le nourrit, avant la saison des pluies. Ils font mourir & sécher ce qu'ils ont dessein d'en vendre, & conservent soigneusement le reste, pour le faire multiplier quand la mauvaise saison est passée. Cet insecte se nourrit & se multiplie sur une espece d'*Opuntia*, qu'on nomme *Topal*. Il peut se conserver dans un lieu sec pendant des siècles entiers sans se gâter, & j'en ai une petite quantité qu'on a envoyée d'Amsterdam avec toutes les preuves requises de 130 ans d'ancienneté ; cependant cette Cochenille est aussi entière que si elle arrivoit de l'Amérique, & fait en teinture le même effet qu'une Cochenille nouvelle.

La Cochenille *sylvestre* ou *campeffiane* nous vient aussi de la Vera-cruz. C'est dans les Bois du Nouveau Mexique que les Indiens vont la chercher. L'insecte s'y nourrit, y croît,

y multiplie sur les *Opuntias* non cultivés qui y sont en abondance. Il y est exposé, dans la saison des pluies, à toute l'humidité de l'air, & il y meurt naturellement. Cette Cochenille est toujours beaucoup plus menue que la Cochenille fine ou cultivée ; sa couleur est meilleure ou plus solide, mais elle n'a jamais le même éclat, & d'ailleurs il n'y a pas beaucoup de profit à l'employer, puisqu'il en faut quatre parties, & quelquefois plus, pour tenir lieu d'une seule partie de Cochenille fine.

On trouve aussi quelquefois à Cadix de la Cochenille avariée : c'est de la Cochenille fine qui a été mouillée de l'eau de la mer, à l'occasion de quelque naufrage, tel que celui de la Flotte de la nouvelle Espagne au Canal de Bahama en 1734. Ces sortes d'accidents en diminuent considérablement le prix ; car comme le Sel marin rose le teint de la Cochenille, celle-ci ne peut servir qu'à faire des pourpres, qui encore ne sont pas des plus beaux. Il s'est pourtant trouvé un particulier en 1735, qui avoit le secret de l'employer presque aussi avantageusement pour l'écarlate que la Cochenille la plus saine. Ce secret n'est pas difficile à découvrir, mais il en faut laisser jouir l'inventeur, & ne pas le priver de la récompense qu'il en peut espérer dans des temps où l'on en auroit besoin.

L'écarlate couleur de feu, connue autrefois sous le nom d'*E'carlate de Hollande*, aujourd'hui sous celui d'*E'carlate des Gobelins*, & dont Kunckel attribue la découverte à un Chymiste nommé *Kuster*, est la plus belle & la plus éclatante couleur de la teinture ; elle est aussi la plus chère, & l'une des plus difficiles à porter à sa perfection. On ne peut même guère déterminer quel est ce point de perfection ; car indépendamment des différents goûts qui partagent les hommes sur les couleurs, il y a aussi des goûts généraux, pour ainsi dire, qui sont que dans un temps des couleurs sont plus à la mode que dans d'autres. Ce sont alors ces couleurs de mode qui sont des couleurs parfaites. Autrefois on vouloit des écarlates pleines, foncées, d'une couleur que la vûe supportât

supportât aisément, Aujourd'hui on les veut orangées, pleines de feu, & dont l'œil ne puisse soutenir l'éclat. Je ne déciderai point lequel de ces goûts mérite la préférence, mais je vais donner la manière de les faire d'une façon & de l'autre, & de toutes les nuances qui tiennent le milieu entre ces extrémités, ce qui dépend de la quantité de l'acide, ou de ce qu'on nomme la *Composition*.

Il n'y a point de Teinturier qui n'ait une recette particulière pour faire l'écarlate, & chacun est persuadé que la sienne est la meilleure. Cependant la réussite ne dépend que du choix de la Cochenille & de l'eau qui doit servir à la teinture, & aussi de la manière de dissoudre l'Étain qui entre dans la Composition ; car ce métal, mal choisi ou dissout sans précaution, est souvent la cause du peu d'éclat d'une écarlate, faite d'ailleurs avec tous les soins possibles. Comme c'est par cette dissolution qu'on donne la couleur vive de feu au teint de la Cochenille, qui sans cette liqueur acide seroit naturellement de couleur cramoisie, je vais donner la manière de préparer la Composition qui m'a le mieux réussi.

Je prends 8 onces d'Esprit de Nitre, qui est toujours plus pur que l'Eau-forte commune & de bas prix, employée ordinairement par les Teinturiers. Je m'assûre par les méthodes connues des Chymistes, qu'il ne contient point d'acide vitriolique. J'affoiblis cet acide nitreux en versant dessus 8 onces d'eau de rivière filtrée : j'y dissous peu-à-peu une demi-once de Sel ammoniac bien blanc, pour en faire une Eau régale, parce que, comme on le sçait, l'Esprit de Nitre n'est pas le dissolvant de l'Étain. Enfin j'y ajoute 2 gros seulement de Salpêtre de la troisième cuite. On pourroit le supprimer ; mais je me suis apperçu qu'il contribuoit à unir la couleur, c'est-à-dire, à la faire prendre plus également. Dans cette Eau régale affoiblie je fais dissoudre une once d'Étain d'Angleterre en larmes, que j'ai grenailé auparavant ; mais je ne fais tomber ces petits grains d'Étain dans le dissolvant, que les uns après les autres, attendant que les premiers soient dissouts avant que d'en mettre de nouveaux, afin d'éviter la

perte des vapeurs rouges qui s'éleveroient en grande quantité, & qui se dissiperoient si la dissolution du métal se faisoit trop précipitamment. Ces vapeurs sont nécessaires à conserver, &, comme Kunckel l'avoit observé de son temps, elles contribuent beaucoup à la vivacité de la couleur, soit parce que c'est un acide qui s'évaporerait en pure perte, soit qu'elles contiennent un sulfureux qui donne de l'éclat à la couleur. Cette méthode est beaucoup plus longue, à la vérité, que celle des Teinturiers, qui versent d'abord leur Eau-forte sur l'Etain grenailé, & qui attendent qu'il se fasse une vive fermentation, & qu'il s'en élève beaucoup de vapeurs, pour l'affoiblir par l'eau commune. Quand mon Etain est ainsi dissout peu-à-peu, la Composition de l'écarlate est faite, & la liqueur est d'une belle couleur de dissolution d'Or, sans aucune boue précipitée ni sédiment noir, parce que je me fers d'un Etain pur, sans alliage, & tel qu'il coule dès la première fonte de sa mine dans les fourneaux de Cornouailles, au lieu qu'il est rare de trouver de l'Etain à petit chapeau qui ne laisse pas de sédiment noir au fond du vaisseau. Cette dissolution de l'Etain, très-transparente quand elle est nouvellement faite, s'épaissit & devient laiteuse & opaque dans les grandes chaleurs de l'Été. La plupart des Teinturiers sont dans l'opinion qu'alors elle est tournée, & qu'elle n'est plus bonne à rien. Cependant j'ai reconnu que la mienne, malgré ce défaut, faisoit l'écarlate aussi vive que si elle fût restée limpide. De plus, dans les temps froids elle reprend sa première transparence ; ce qui, à la vérité, n'arrive pas si exactement à la Composition qui n'a pas été préparée avec les précautions que j'ai indiquées. Il est nécessaire d'avertir qu'il faut tenir cette dissolution dans un grand flacon bouché d'un bouchon de cristal.

En supposant qu'on ait de la Composition déjà préparée, il faut, pour teindre un drap blanc en écarlate, le bien humecter d'abord, en le mettant dans de l'eau de rivière un peu plus que tiède pendant un bon quart d'heure, puis le retirer, l'exprimer légèrement & le garder humide, afin qu'il

se teigne plus uniment. Il faut aussi de l'eau de rivière la plus pure pour tirer le teint de la Cochenille : on n'y réussiroit pas de même avec de l'eau de puits, ou avec toute autre eau crue & gypseuse. Il est même assez convenable de préparer l'eau de rivière, pour peu qu'elle soit suspecte, en mettant dans la chaudière un sac de toile blanche, rempli de Son de froment, ou de quelque racine douce & mucilagineuse, comme de Guimauve, ratissée & coupée par tranches.

Il faut environ une once & demie de Cochenille fine, pulvérisée & passée par un Tamis fin, pour teindre une aulne de drap blanc, humecté comme on vient de le dire, & que je suppose du poids de 2 livres ou environ lorsqu'il est sec. Cette dose de Cochenille s'emploie en deux fois, sçavoir, un tiers pour le bouillon qui prépare le drap, & lui donne en même temps une couleur de rose vive, & les deux autres tiers pour la rougie ou second bain qui acheve de le teindre. On pourroit, à la rigueur, faire de l'écarlate en un seul bain, mais j'ai reconnu qu'elle n'en sort pas si parfaite. Pour le bouillon, on met dans une chaudière d'Étain fin 30 à 40 pintes d'eau de rivière ; lorsqu'elle est un peu plus que tiède, on y ajoute 2 onces de Creme de Tartre bien pulvérisée & 4 gros de Cochenille en poudre fine, on brouille bien l'eau du bain, & aussi-tôt qu'elle est prête à bouillir, on y ajoute 2 onces au moins de Composition. Elle change tout d'un coup la couleur du bain, qui, de cramoisi brun qu'il étoit, devient de couleur de sang artériel. Aussi-tôt que le bain a commencé à bouillir, on y plonge le drap, & on l'y tourne & retourne pendant une heure & demie, après quoi on le leve, on l'exprime, & on le lave dans l'eau froide. Dès cette première préparation, il est d'une couleur de rose très-vive, & l'eau du bain, qu'il faut jeter, n'est presque plus colorée. Pour la rougie, on remet dans la chaudière d'Étain la même quantité d'eau que la première fois, une once de Cochenille pulvérisée, qu'on remue bien jusqu'à ce que le bain soit fort chaud, ensuite on y ajoute une once ou une once & demie de Composition, & ordinairement point de

Cristal de Tartre, parce que le drap en a retenu suffisamment du premier bouillon pour assurer la teinture. Lorsque l'eau de ce second bain commence à bouillir, on y replonge le drap, & on l'y fait bouillir jusqu'à ce qu'il ait pris toute la couleur de la Cochenille, & que l'eau n'ait plus qu'une couleur de paille; ce qui va à une demi-heure ou trois quarts d'heure. On le leve alors, & on l'évente pour le refroidir subitement, afin de condenser les sels, puis on le lave à la rivière. Quelques Teinturiers ajoutent dans la rougie une demi-once d'Amidon, qu'on a bien délayé auparavant dans de l'eau chaude; mais cette matière colante s'applique quelquefois inégalement sur le drap, & empêche le teint de la Cochenille de s'y déposer uniment, ce qui le fait paroître de couleur plus vive dans des endroits que dans d'autres: ainsi on peut supprimer cet ingrédient avec avantage. Un drap teint, comme je viens de le dire, a du fond, paroît nourri de couleur, & la vûe peut la supporter sans se fatiguer. Si on met plus de Composition que la dose ci-devant indiquée, on a une écarlate plus jaune ou plus couleur de feu, qui fait de la peine à regarder long-temps, qui se brunit assés vite à l'air, & qui a encore un défaut plus considérable, c'est que la Laine est tellement altérée par le trop d'acide, que le moindre effort déchire le drap.

Les demi-écarlates se font de même que les écarlates: ils ne sont pas si beaux, mais ils sont plus solides, parce qu'on y met une partie de belle Garence avec deux parties de Cochenille. Mais pour avoir le même vis que trois parties de Cochenille donneroient, si on l'employoit seule, on ajoute un peu plus que la dose ordinaire de Composition, ce qui diminue la bonté de l'étoffe, & la rend un peu rude au toucher. Par conséquent il vaudroit beaucoup mieux tolérer dans les écarlates de mode qui ont cette couleur jaune qui plaît tant depuis quelques années, une petite quantité de *Terra merita*, laquelle, avec la Cochenille, donne un couleur de feu fort vis, quoique peu solide, que de permettre d'altérer le drap par une trop grande quantité d'acide.



Quant à la théorie de cette couleur, je crois qu'on peut la concevoir ainsi. La Cochenille infusée ou bouillie dans de l'eau pure, donne une couleur cramoisie tirant sur le pourpre; c'est sa couleur naturelle. Mettés de cette infusion dans un verre, & versés dessus de l'Esprit de Nitre bien pur, goutte à goutte, vous éclaircirez tellement cette couleur, qu'après avoir passé par différentes nuances, elle deviendra jaune; si vous en mettés encore, à peine vous appercevrez vous qu'il y ait eu originairement du rouge dans la liqueur du verre: ainsi j'ai cru devoir dire que l'acide détruit ce rouge, & qu'en le dissolvant il le divise en des parties si ténues, que l'œil ne peut plus les appercevoir. Si dans l'expérience vous employés de l'acide vitriolique, les premiers changements de la couleur vous donneront des nuances pourprées, puis des couleurs de lilas claires, enfin des couleurs de chair pâles. Ce bleuâtre qui se mêle au rouge pour faire du pourpre, peut venir d'une petite portion de Fer dont toute huile de Vitriol est rarement exempte.

Dans le bouillon de l'écarlate on ne met pour tout sel que de la Creme de Tartre; on n'y ajoûte point d'Alun comme dans le bouillon des autres couleurs, parce qu'il roseroit la teinture. Cependant il faut une matière terreuse blanche, une chaux, qui, avec les parties rouges de la Cochenille, puisse faire une sorte de Lacque, laquelle s'enchâsse dans les pores de la Laine à l'aide du Cristal de Tartre. On trouve cette chaux blanche dans la dissolution d'un Etain bien pur. Qu'on fasse l'expérience de cette teinture dans quelque petit vaisseau de terre vernissée, & lorsque la Cochenille a communiqué toute sa teinture à l'eau chaude, qu'on y verse de la Composition goutte à goutte, & qu'on examine avec une loupe ce qui se passe à chaque instillation de goutte, on verra qu'il se forme un petit cercle blancheâtre où se fait une fermentation assés vive, & l'on appcevra la chaux d'Etain, qui se sépare d'abord blanche, se teindre presque sur le champ de la couleur vive dont le drap sera teint dans la suite de l'opération. Pour preuve que cette

chaux blanche de l'Etain est nécessaire à cette couleur, c'est que si on employoit la Cochenille avec l'Esprit de Nitre seul & le Cristal de Tartre, on auroit un fort vilain cramoisi. Si l'on se servoit de la dissolution de quelqu'autre métal dans le même acide, comme de Fer ou de Mercure, on auroit du premier, un gris de cendre foncé, & du second une couleur de marron jaspée, sans qu'on pût appercevoir dans l'un ni dans l'autre aucun vestige du rouge de la Cochenille. Or comme après ce que je viens de dire, il est très-raisonnable de supposer que la chaux blanche de l'Etain ayant été teinte par les parties colorantes de la Cochenille que l'acide du dissolvant a avivées, il s'en est formé une espece de lacque terreuse, dont les atomes se sont introduits dans les pores de la Laine, dilatés pendant la chaleur de l'eau bouillante : on peut croire aussi qu'ils s'y sont mastiqués avec le Cristal de Tartre alors dissout, & que ces pores s'étant contractés fort vite par le froid subit communiqué au drap en l'éventant, ces particules colorées s'y trouvent suffisamment enchâssées pour être de bon teint. Si par la suite l'air leur fait perdre leur première vivacité, cette perte n'est pas toujours la même en tous lieux ; elle est relative aux matières hétérogenes dont l'air est empreint. On sçait par expérience qu'à la campagne, & sur-tout dans les lieux élevés, un drap écarlate conserve beaucoup plus long-temps son œil vif que dans les grandes villes, où les vapeurs alkales urineuses sont plus abondantes. De même la boue de la campagne, qui, hors des grandes routes, n'est ordinairement qu'une terre délayée par l'eau des pluies, ne tache pas l'écarlate ainsi que la boue des villes, où il y a des matières urineuses, & souvent beaucoup de Fer dissout, comme dans les boues de Paris. Or on sçait que toute matière alkale détruit l'effet d'un acide. C'est par cette raison que si l'on fait bouillir un morceau de drap écarlate avec une lessive de Cendres ou de Potasse, on rend d'abord cette couleur pourprée, & en continuant de le faire bouillir, on l'enleve entièrement, parce qu'il se fait avec le Sel alkali & le Cristal de Tartre, ainsi que je l'ai déjà dit, un

Tartre soluble que l'eau dissout & détache aisément de dessus le drap. Tout le mastic des parties colorantes est détruit alors, & elles rentrent dans la lessive des sels.

Je n'ajouterai ici des trente expériences que j'ai faites avec la Cochenille, que celles qui sont les plus singulières.

Le Zinc, par exemple, dissout dans l'Esprit de Nitre, en convertit le rouge en ardoisé violet.

Le Sel de Saturne mis à la place du Cristal de Tartre, fait un lilas.

Le Tartre vitriolé fait par la Potasse & le Vitriol, détruit le rouge de la Cochenille, & ne donne qu'un gris d'agate.

Le Bismuth dissout en Esprit de Nitre, puis mis dans un vaisseau de Fer blanc avec un bain de Cochenille, fait un lilas terne; le même, en vaisseau de Cuivre, donne un gris de tourterelle fort beau & fort vif.

La dissolution de Cuivre dans l'Esprit de Nitre, fait un cramoisi sale.

Celle d'Argent de coupelle, une couleur de cannelle un peu fauve.

La Cochenille & l'Arsenic donnent un cannelle un peu plus vif que le précédent.

L'Or dissout en Eau régale, donne une couleur de marron vergetée, qui fait paroître le drap comme s'il eût été fabriqué avec des Laines de différentes couleurs.

Le Mercure dissout par l'Esprit de Nitre, fait à peu-près le même effet.

Le Sublimé corrosif brûle & détruit le drap.

Le Sel de Glauber, seul, détruit le rouge de la Cochenille, comme fait le Tartre vitriolé, & donne comme lui un gris agathé, mais qui n'est pas de bon teint.

Enfin, la teinture extraite de la mine de Bismuth, convertit le rouge de la Cochenille, comme celui du Kermès, en un pourpre violet presque aussi beau que si l'on eût appliqué ce rouge sur un drap précédemment teint en bleu céleste.

Chacun de ces effets singuliers demanderoit un grand nombre d'expériences pour tâcher d'en découvrir la cause;

mais je prie qu'on me dispense, quant-à-présent, de ces détails, qui ne finiroient pas s'il falloit rapporter dans ce Mémoire tout ce qui a été fait à leur occasion.

GOMME-LACQUE. On peut employer aussi le rouge de la Gomme-lacque à faire des écarlates, & si elles n'ont pas tout l'éclat de l'écarlate faite avec la Cochenille seule, elles ont l'avantage d'avoir plus de solidité. La Gomme-lacque la plus estimée pour les teintures, vient de Siam; c'est la plus riche en couleur : elle doit être adhérente à de petits bâtons ou branches d'arbres. Il faut la choisir la plus rouge intérieurement, & le plus tirant sur le noir à l'extérieur. Il paroît par l'examen particulier que M. Geoffroy en a fait, que ce ne peut être qu'une sorte de Ruche approchant en quelque façon de celles que les Abeilles & d'autres insectes ont coutume de travailler.

Quelques-uns l'employent pulvérisée & enfermée dans un sac de toile pour teindre les étoffes ; mais cette méthode est mauvaise, car il passe toujours au travers des mailles de la toile quelque portion de la Gomme-résine qui se fond dans l'eau bouillante de la chaudière, & qui s'attache sur le drap où elle tient si fort, quand il est refroidi, qu'on est obligé de le gratter avec un couteau.

D'autres la réduisent en poudre, & la font bouillir dans l'eau : après qu'elle y a rendu toute sa teinture, ils laissent refroidir le bain. La partie résineuse se dépose au fond : on décante l'eau colorée, & on la fait évaporer à l'air, où pour l'ordinaire elle s'empuantit, & lorsqu'elle a pris une consistance de cotignac, on la met dans des vaisseaux pour la conserver. Mais sous cette forme il est assez difficile de déterminer au juste la quantité qu'on en emploie. C'est ce qui m'a fait chercher le moyen d'avoir cette teinture séparée de la gomme-résine, sans être obligé de faire évaporer une si grande quantité d'eau pour l'avoir sèche & la réduire en poudre. Je supprime le détail de tous les essais que j'ai faits avec l'eau de chaux affoiblie, avec la décoction du cœur d'Agaric, avec la décoction de la racine d'Aristoloché ronde, recommandée pour cela dans un ancien *Codex* de la Faculté de Médecine

de Médecine de Paris, parce que l'eau laisse bien à la vérité une partie du teint qu'elle a tiré, sur le filtre où je la verse, mais elle passe encore trop colorée, & il faudroit l'évaporer pour avoir toute la teinture; c'est cette évaporation que je voulois éviter. Ainsi j'ai eu recours à quelqu'autre racine mucilagineuse qui ne donnât point de teinture à l'eau, mais dont le mucilage pût retenir les parties colorantes, & restât avec elles sur le filtre. La racine de grande Consoude est ce qui jusqu'à présent m'a le mieux réussi. Je l'employe sèche & en poudre grossière, & j'en mets un demi-gros par pinte d'eau, que je fais bouillir un bon quart d'heure, ensuite je la passe par un linge, & je la verse très-chaude sur de la Gomme-lacque pulvérisée & passée par un tamis de crin. Elle en tire sur le champ une belle teinture cramoisie. Je mets le vaisseau en digestion pendant 12 ou 15 heures, ayant soin d'agiter sept ou huit fois la Gomme qui se tient au fond. Ensuite je décante l'eau chargée de la couleur, dans un vaisseau assés grand pour que les trois quarts puissent rester vuides, & je le remplis d'eau froide. Je verse dessus quelques gouttes d'une forte dissolution d'Alun de Rome: le teint, devenu mucilagineux par la préparation précédente, se précipite; & si l'eau qui le surnage, paroît encore colorée, j'ajoute quelques gouttes de la dissolution d'Alun pour achever la précipitation, ce que je continue jusqu'à ce que l'eau qui surnage le précipité, soit aussi décolorée que de l'eau ordinaire. Quand le mucilage cramoisi s'est bien affaissé au fond du vaisseau, je tire l'eau claire avec un siphon, & je verse le reste sur un filtre de papier pour achever de l'égouter, & le faire sécher ensuite au Soleil. Si la première eau mucilagineuse n'avoit pas tiré tout le teint de la Gomme, c'est-à-dire, si cette Gomme n'étoit pas restée couleur de paille, il faudroit verser dessus de la nouvelle décoction de grande Consoude toute bouillante, & répéter tout ce qui a été fait pour la première extraction de la teinture.

De cette manière, je sépare toutes les parties colorantes que la Gomme-lacque peut fournir; & comme je fais sécher

ensuite cette teinture extraite pour la pulvériser, je sçais ce que cette Gomme m'en a rendu, & je suis plus sûr aussi des doses que j'employe dans la teinture des étoffes, que ne sont ceux qui se contentent d'évaporer l'eau teinte en consistance d'extrait, parce que celui qui sera resté le plus humide, sera le moins colorant. Une Gomme-lacque bien choisie, détachée de ses bâtons, ne donne de teinture sèche & réduite en poudre qu'un peu plus du cinquième & un peu moins du quart de son poids. Ainsi il n'y a pas un avantage si grand que bien des gens se l'imaginent, à l'employer à la place de la Cochenille. Mais on peut, pour rendre la couleur écarlate plus solide qu'elle ne l'est ordinairement, l'employer dans le premier bain ou bouillon, & se servir de Cochenille pour la rougie.

Si l'on veut faire de l'écarlate avec le teint de la Lacque, extrait selon ma méthode & mis en poudre, il y a une précaution à prendre pour le délayer, qui est inutile quand on se sert de la Cochenille, parce que si on le mettoit, comme elle, dans l'eau du bain prête à bouillir, il se passeroit plus de trois quarts d'heure de temps en pure perte pour le Teinturier, avant qu'il fût entièrement dissout. Ainsi, afin d'aller plus vite, je mets la dose de cette teinture sèche, que j'ai dessein d'employer, dans un grand vaisseau de Fayence ou d'Etain fin : je verse dessus un peu d'eau chaude ; & lorsqu'elle est bien humectée, j'y ajoute la quantité nécessaire de Composition pour l'écarlate, agitant le mélange avec un pilon de verre. Cette poudre, qui paroïsoit d'un pourpre sale & foncé, prend alors en se dissolvant, un rouge couleur de feu extrêmement vif. J'en verse la dissolution dans le bain, où j'ai mis fondre d'abord le Cristal de Tartre, & aussi-tôt que l'eau de ce bain est bouillante, j'y plonge le drap, l'y faisant tourner & retourner jusqu'à ce qu'il soit teint. Tout le reste de l'opération n'a rien de différent de celle qui donne l'écarlate par la Cochenille. Je crois avoir observé cependant que l'extrait de la Gomme-lacque, préparé selon ma méthode, fournit environ un neuvième de teinture plus que la

Cochenille, au moins plus que celle dont je me suis servi pour faire cette comparaison.

Si l'on substitue au Cristal de Tartre & à la Composition quelque sel alkali fixe ou de l'eau de chaux, le rouge vif de la Gomme-lacque se convertit en couleur de lie de vin.

Si à la place de ces altérants on employe le Sel ammoniac seul, on a des couleurs de cannelle ou de marron c. air, selon qu'il y a plus ou moins de ce sel.

Mais toutes ces expériences ne conduisent à rien d'utile pour la Teinture, puisqu'au lieu d'embellir la couleur rouge de la Lacque, qui est ce que l'on doit chercher, elles la changent de telle sorte, qu'on ne tire de cette drogue de prix que des couleurs communes & ternes, qu'on tireroit à bien meilleur compte des ingrédients les plus communs. On peut faire la même réflexion sur toutes les expériences faites avec la Cochenille, & que j'ai ci-devant rapportées. Cependant il n'est pas difficile d'appercevoir que toutes ces expériences, inutiles pour le Teinturier, ne sont pas méprisables pour le Physicien qui chercheroit la cause de ces changements dans les couleurs matérielles; & le peu que j'en ai dit, suffit pour faire voir que cette matière est une des plus fécondes qu'on puisse traiter.

Le *Coccus Polonicus* est un petit insecte rond, un peu moins gros qu'un grain de Coriandre. On le trouve adhérent aux racines du *Polygonum cocciferum*, plante nommée *Kosmaczek* par les Polonois, qui est la même que le *Polygonum Germanicum incanum flore majore perenni* de Rai, & que M. de Tournefort a nommée *Alchimilla gramineo folio majore flore*. Selon M. Brey, on trouve cet insecte en abondance dans le Palatinat de *Kiovie*, voisin de l'Ukraine, vers les Villes de Ludnow, Piatka, Stobdyszcze, & dans d'autres lieux déserts ou sablonneux de l'Ukraine, de la Podolie, de la Volhinie, du grand Duché de Lithuanie, & même dans la Prusse du côté de Thorn. Ceux qui en font la récolte, savent que c'est immédiatement après le Solstice d'Été que le *Coccus* est mûr & plein de son suc purpurin. Ils ont à la main une

*Coccus  
POLONICUS.*

petite bêche creuse, faite en houlette, & qui a un manche court : d'une main ils tiennent la plante; ils la levent de terre avec l'autre main armée de cet instrument, ils en détachent ces petites bayes ou insectes ronds, & remettent la plante dans le même trou pour ne la pas détruire, ce qu'ils font avec une grande dextérité. Ayant séparé le *Coccus* de la terre par le moyen d'un crible fait exprès, ils prennent garde qu'il ne se convertisse pas en vermisseau. Pour l'en empêcher, ils l'arrosent de vinaigre, & aussi quelquefois d'eau la plus froide, puis ils le portent dans un lieu chaud, mais avec des précautions, ou l'exposent au Soleil pour le sécher lentement, parce qu'un desséchement trop prompt leur feroit perdre leur belle couleur. Quelquefois ils séparent ces petits insectes de leurs vésicules, en les pressant doucement avec l'extrémité des doigts; alors ils en forment de petites masses rondes. Il faut faire cette expression avec beaucoup d'adresse & d'attention, autrement le suc colorant seroit résout par une trop forte compression, & la couleur pourpre se perdrait. Les Teinturiers achètent beaucoup plus cher cette teinture réduite en masse, que quand elle est encore en grains. Bernard de Bernitz, de la Dissertation duquel j'ai emprunté une partie de ce que je viens de dire, ajoute qu'autrefois les Seigneurs Polonois qui avoient des terres dans l'Ukraine, affermoient avantageusement la récolte du *Coccus* aux Juifs, & le faisoient recueillir par leurs vassaux; que les Turcs & les Arméniens qui achetoient cette drogue des Juifs, s'en servoient à teindre la Laine, la Soye, les crins & les queues de leurs chevaux; que les femmes Turques s'en peignoient les extrémités des doigts d'une belle couleur incarnate; qu'autrefois les Hollandois achetoient aussi le *Coccus* fort cher, & qu'ils l'employoient avec moitié de Cochenille; que de la teinture de cet insecte on pouvoit avec la Craye lavée, faire une Lacque aussi belle que la Lacque de Florence, & qu'on en préparoit un beau rouge pour la toilette des Dames en France & en Espagne.

Soit que toutes ces propriétés soient exagérées, soit que



le *Coccus* qu'on m'a envoyé de Dantzick fût éventé ou trop vieux, je n'ai jamais pu en tirer, en le traitant ou comme le Kermès, ou comme la Cochenille, que des lilas, des couleurs de chair, des cramoisis, plus ou moins vifs, & je n'ai pu parvenir à en faire de l'écarlate. D'ailleurs celui que j'ai employé, a coûté presque aussi cher que la belle Cochenille, & ne fournit pas la cinquième partie de la teinture que rend cet insecte du Mexique. C'est apparemment pour cette raison que le commerce de cet ingrédient est extrêmement tombé, & qu'on ne le connoît plus que de nom dans la plupart des Villes d'Europe qui ont quelque réputation pour leurs teintures. La Cochenille a pris le dessus, & a fait abandonner toutes ces autres drogues qui lui sont inférieures.

Je ne donnerai point le détail des vingt-quatre expériences que j'ai faites, parce que j'ai suivi à peu-près les mêmes procédés qui ont été décrits dans les articles précédents, & il suffit, à ce que je crois, de faire voir à la Compagnie la Carte des Echantillons.

Il me reste, avant que de finir ce Mémoire, à dire quelque chose des essais que j'ai faits pour assurer le mieux qu'il est possible, la teinture rouge que les Teinturiers du petit teint font avec les différentes espèces de bois connus sous le nom général de *bois de Brésil*, & qui, selon leur méthode ordinaire, est toujours de faux teint. Prévenu que ce défaut doit être imputé au manque de sels dont ils épargnent la dépense, se contentant de mouiller les étoffes, sans les faire bouillir avec le Tarte & l'Alun, avant que de les mettre dans la chaudière où est leur teinture de Brésil, j'ai essayé la méthode du bon teint, & je puis presque me flater d'avoir réussi; au moins un des essais de rouge que j'ai faits avec le Fernambouc, a résisté à l'air pendant trois mois du mauvais temps de l'Hyver dernier sans rien perdre de sa couleur. Si un autre essai, fait de même, résiste à l'action du Soleil de l'Été prochain, ce sera sans contredit une découverte très-utile pour la Teinture, & alors j'en rendrai le procédé public;

car il y a grande apparence que ce qui aura réussi avec un de ces bois, réussira de même avec tous les autres bois de teinture, quels qu'ils soient.

Je puis encore ajouter qu'il est possible de faire avec l'Orseille des Canaries, des rouges résistants à l'air, presque aussi beaux que ceux qu'on nomme *demi-écarlates*. Ces deux articles sont réservés pour un autre Mémoire, qui servira de supplément à celui-ci.

### D U J A U N E.

J'ai peu de chose à dire sur cette couleur : les ingrédients qui la donnent, ne sont pas rares ; presque toutes les Plantes qui ont des fleurs jaunes la fournissent, & même ordinairement de bon teint, en supposant cependant que l'étoffe ait été préparée par le bouillon d'Alun & de Tartre. Les plantes le plus en usage, & dont la couleur est regardée comme la plus solide, sont la Gaude, la Sarrette, la Gènesstrole, le Fenu Grec & le bois jaune. La Gaude est de toutes, celle qui est le plus généralement employée, quand on veut un jaune vrai : la Sarrette & la Gènesstrole sont meilleures pour les Laines ou étoffes qu'on destine à mettre en verd, parce que leur couleur naturelle tire un peu sur le verdâtre. Le Fenu Grec & le bois jaune donnent des nuances un peu différentes. Mais en variant la dose des sels, la quantité de l'ingrédient colorant & le temps de l'ébullition, on peut faire de chacune de ces plantes, des nuances à l'infini. J'en ai une preuve dans les essais que j'ai faits avec la fleur de *Virga aurea Canadiensis*, qui deviendra utile à l'art de la Teinture, si quelqu'un se met en devoir de la cultiver & de la multiplier : je crois même qu'il pourroit y trouver un profit considérable.

La couleur jaune se traite comme les rouges de Garence ; ainsi il est inutile d'entrer dans des détails qui ne seroient que des répétitions.

De toutes les expériences rapportées dans ce Mémoire, il résulte, & je le répète, que sans les Sels qui sont en usage

dans l'art de la Teinture, il n'y a point de couleur ténace ni solide ; qu'il faut que les pores des fibres ou filets de la Laine dont on a fabriqué les étoffes, ou dont on doit les fabriquer, soient nettoyés, aggrandis, enduits, puis resserrés, pour que l'atome colorant y soit retenu, pour ainsi dire, comme un diamant dans le chaton d'une bague ; que si l'on examine par le microscope, un brin de Laine teinte & un brin de Laine non teinte, mais bien nette, on y appercevra une différence extrêmement sensible, qui ne peut guère être attribuée qu'à cette mécanique ; qu'il n'y a point d'ingrédient colorant, de la classe du bon teint, qui n'ait une faculté astringente, plus ou moins grande ; que cela suffit pour en conclurre assés vraisemblablement, qu'il se précipite une portion de la terre de l'Alun ; que cette terre, avec les suc colorants, forme une espece de Lacque, peu différente de celle des Peintres, mais infiniment plus fine ; que les ingrédients de faux teint peuvent devenir plus ténaces, en leur fournissant l'astriction qui leur manque, par quelque drogue qui en ait abondamment, & qu'alors le bouillon de Tartre & d'Alun rendra leur teinture beaucoup plus solide ; que dans les couleurs où l'on ne peut employer l'Alun, il lui faut substituer un autre corps qui fournisse à ce suc colorant une base aussi blanche que celle de l'Alun ; que l'Etain pur donne cette base dans la teinture en écarlate ; que lorsque tous ces petits atomes de Lacque terreuse colorée se sont introduits, pendant & par l'ébullition, dans les pores dilatés du sujet, l'enduit tartareux qui les tapisse, sert à y mastiquer ces atomes ; & qu'enfin le resserrement des pores occasionné par le froid, acheve l'opération, en les y retenant si obstinément, que rien ne peut plus les en détacher.



**D E M O N S T R A T I O N S**  
**D E L A R E G L E D E D E S C A R T E S ,**  
*Pour connoître le nombre des Racines positives & négatives  
 dans les E'quations qui n'ont point  
 de Racines imaginaires.*

Par M. l'Abbé DE GUA.

Juillet  
1741.

**D**ESCARTES a donné sans démonstration, à la page 108 de sa Géométrie (édit. de Paris, an. 1705.) la fameuse Règle que j'entreprends de démontrer dans ce Mémoire, & qui est tout à la fois, & très-utile, & très-simple. *On connoît de ceci, dit cet Auteur, combien il peut y avoir de Racines vraies & combien de fausses en chaque E'quation, à sçavoir, il y en peut avoir autant de vraies que les signes + & — s'y trouvent de fois être changés, & autant de fausses qu'il s'y trouve de fois deux signes +, ou deux signes — qui s'entre suivent, &c.*

Ces mots *il peut y avoir*, que Descartes répète deux fois dans cette proposition, évitant au contraire constamment l'expression *il y a*, marquent assés qu'il n'a pas regardé la Règle qu'il avoit découverte, comme absolument générale, & qu'il a vû au contraire qu'elle devoit seulement avoir lieu, lorsque les Racines que les E'quations peuvent avoir, seroient toutes réelles.

Pour se convaincre de cette vérité de fait, qu'il n'est pas inutile de constater, ainsi qu'on le verra plus bas, il pourroit suffire de rapprocher ici deux autres propositions du même ouvrage; dans l'une, qu'on trouve à la page 106, & qui est la première où l'Auteur ait parlé du nombre des Racines, il s'exprime ainsi : *Sçachés donc qu'en chaque E'quation autant que la quantité inconnue a de dimensions, autant peut-il y avoir de diverses Racines, c'est-à-dire, de valeurs de cette quantité; &* dans l'autre, page 117, où il donne l'idée des quantités imaginaires,

imaginaires, il s'énonce en cette sorte : *Au reste tant les vraies Racines que les fausses ne sont pas toujours réelles, mais quelquefois seulement imaginaires, c'est-à-dire, qu'on peut bien en imaginer toujours autant que j'ai dit en chaque Équation, mais qu'il n'y a quelquefois aucune quantité qui corresponde à celles qu'on imagine.*

Ces trois passages rassemblés prouvent sans doute que Descartes a distingué le nombre des Racines qu'une Équation a en effet, c'est-à-dire, selon lui, le nombre de ses Racines réelles, du nombre de Racines qu'une Équation peut avoir en général, dans lequel se trouvent comprises aussi les Racines imaginaires. On ne peut donc conclure de la Règle, qu'une Équation quelconque a le nombre de Racines positives ou négatives, désigné par cette règle, qu'autant que cette Équation a réellement toutes les Racines qu'elle peut avoir en général, & eu égard à son degré, c'est-à-dire, qu'autant qu'elle n'a point de Racines imaginaires.

D'ailleurs les Racines imaginaires ne sont, à proprement parler, ni positives, ni négatives, & ainsi l'énoncé de la règle deviendrait contradictoire, si l'on vouloit que cette règle s'étendît aux Équations qui renferment des Racines imaginaires ; car dans ce cas le nombre de Racines, tant positives que négatives, qu'elle fourniroit en somme, seroit évidemment plus grand que le nombre de Racines positives ou négatives, que l'Équation auroit en effet.

Mais si ces inductions semblent l'une & l'autre assez justes, il n'étoit pas néanmoins absolument nécessaire, pour justifier Descartes, d'entrer dans un pareil détail, puisque cet Auteur s'est expliqué lui-même dans la suite sur ce point d'une manière précise. Je trouve cette explication dans la 77.<sup>me</sup> Lettre du troisième Tome. Sa seconde objection, dit Descartes dans cette Lettre, en parlant de Fermat, est une fausseté manifeste ; car je n'ai pas dit dans l'art. 8 du 3.<sup>me</sup> Livre ce qu'il veut que j'aye dit, à sçavoir qu'il y a autant de vraies Racines que les signes  $+$  &  $-$  se trouvent de fois changés, ni n'ai eu aucune intention de le dire : j'ai dit seulement qu'il y en peut autant avoir, & j'ai montré expressément, art. 17 du 3.<sup>me</sup> Livre

(c'est l'endroit que nous venons de citer sur les Racines imaginaires) *quand c'est qu'il n'y en a pas tant, à sçavoir, quand quelques-unes de ces vraies Racines sont imaginaires.* Pourra-t-on voir sans étonnement que long-temps après un éclaircissement aussi formel, divers Auteurs dont nous parlerons tout-à-l'heure, aient imputé à Descartes d'avoir étendu sa règle aux Equations qui n'ont point toutes leurs Racines réelles?

Quelque nombre de Disciples & de Commentateurs qu'ait eu ce grand Géometre dans l'espace de près d'un Siècle, il paroît néanmoins que personne n'est encore parvenu à démontrer la règle dont nous parlons. Ce fait est attesté en particulier par le célèbre M. Wolf, à qui l'histoire des Mathématiques est si bien connue, & par l'illustre aveugle M. Saunderfon, de la Société royale de Londres, & Professeur de Mathématiques à Cambridge, dont l'ouvrage posthume ne paroît que de l'année dernière. *Tertium hoc Theorema*, dit M. Wolf au chap. 5 de son Analyse, art. 330, *quod Harriotus per inductionem invenit, nemo hactenus demonstrare potuit.* (Harriot est un Auteur Anglois, postérieur à Viète, & antérieur à Descartes). Pour M. Saunderfon, il s'exprime ainsi dans ses Eléments d'Algèbre : \* *Cette règle est attribuée communément à notre compatriote Harriot, qui a été sans contredit le premier inventeur des propriétés générales des Equations qui ont été données jusqu'ici* (il veut sans doute parler de celles qu'il a données jusque-là dans son Livre, & encore cela n'est-il pas véritable, selon que je le ferai voir ailleurs) *ou qui pourront l'être dans la suite. Mais quel que soit celui qui l'a imaginée le*

\* This rule is usually ascribed to our contryman Harriot, who was undoubtedly the first discoverer of those general properties of Equations hitherto delivered, or to be delivered. But whosoever it was that first hit upon it, this is certain that he left not demonstration of it, nor have i ever met with one in any treatise of Algebra, that has hitherto fallen into my hands, though most of them make mention of the rule. And indeed

whoever considers the immense number of cases that must necessarily come under consideration in a demonstration of this nature, will not be very ready to attempt it universally. . . . On the other hand it seems much more probable that this rule was found out by experience than from any regular investigation of it. . . . Page 683. *Of the elements of Algebra by Nic. Saunderfon.*

premier, il est certain qu'il n'en a point laissé de démonstration ; je n'en ai même jamais trouvé aucune dans les différents Traités d'Algèbre qui sont tombés jusqu'ici entre mes mains, quoique la plupart de ces Traités fassent mention de la règle. En effet, si l'on considère le nombre immense de cas auxquels il faudroit faire attention dans une démonstration de ce genre, on n'aura pas grande envie de la chercher généralement. . . . D'ailleurs il paroît plus que probable que cette règle a été trouvée plutôt par expérience ou observation, que par des recherches méthodiques.

Si nous pensons comme ces deux Professeurs au sujet du fait dont il est ici principalement question, nous ne jugeons pas de même qu'on doive attribuer à Harriot la découverte de la règle qu'on donne communément à Descartes. Au contraire, après avoir lû le Livre d'Harriot avec toute l'attention possible, nous n'y avons rien trouvé qui eût véritablement rapport à cette règle, de sorte que nous nous croyons obligés à rétablir, pour ainsi dire, Descartes dans la possession qu'on voudroit injustement lui ravir.

C'est sans doute le 41.<sup>me</sup> chapitre du Traité d'Algèbre de Wallis, qui a été l'occasion de l'erreur de M. Wolf & de M. Saunderson. On sçait que ce Traité est en partie historique. On n'ignore pas non plus que Wallis n'a rien oublié dans cet ouvrage, pour arracher en quelque façon à Viète & à Descartes leurs découvertes algébriques, dont il se plaît au contraire à revêtir Harriot son compatriote. C'est dans cette vûe qu'il a placé au chapitre 41.<sup>me</sup>, où se trouve l'histoire d'Harriot, presque tout ce que l'Algèbre & l'Analyse contiennent de plus intéressant. Il y fait donc mention de notre règle, qu'il déduit par une espece d'induction, des exemples d'Harriot ; mais il oublie, sans doute à dessein, de remarquer que cette induction ne fût jamais apperçue de l'Auteur dont il parle. Il se sert même dans la suite, de de cette expression, *de horum priore Cartesium consentientem habemus*, pour donner à entendre que Descartes n'avoit fait en cela que copier Harriot, & il le marque plus expressément peu après en ces termes : *Cum itaque Cartesius, in*

*Geometria sua, à sola forsan inspectione casuum ab Harriotto enumeratorum hanc sine limitatione habet regulam..... omnino erratum est : outre qu'il suppose encore ici que Descartes a cru la règle générale pour toutes sortes d'Equations, hanc sine limitatione habet regulam, & plus bas, absque cautione illa perperam omissa, quam interponere debuisset, quoique, selon que nous l'avons déjà prouvé, rien ne soit moins fondé que ce reproche.*

Pour réfuter Wallis sur l'article dont il est ici principalement question, nous ne nous servons que du témoignage de Wallis lui-même, & de Wallis parlant dans le même ouvrage. Il conteste dans l'endroit que nous venons de citer, que la règle pour le discernement des Racines appartienne à Descartes; plus bas, au chapitre 53, page 215, il continue à la vérité de proscrire cette règle, à cause de son prétendu défaut de limitation, mais commençant alors à se contredire, il ne fait plus difficulté de la donner à son véritable auteur : *Cum autem*, dit-il en parlant de la règle de Descartes pour résoudre les Equations du 4.<sup>me</sup> degré, *hoc unicum esse dico quod in Harriotto non habetur, vel expressis verbis, vel ipso oculo conspicuum, hanc excipio regulam quam habet Cartesius pro aestimando numero radicum..... Cartesianum utique hoc est, sed falsum est, habetque Harriottus regulas certiores ;* dernière assertion qui certainement est encore peu exacte, ainsi que j'aurai occasion de le prouver dans un autre ouvrage.

Wallis au reste n'est pas le seul qui ait attaqué la règle que nous nous proposons de démontrer. Le Journal des Sçavants de l'année 1684, nous apprend à la page 250, que Rolle la taxoit aussi de fausseté : *Il seroit à souhaiter, lisons-nous dans ce Journal, que cette règle, qui est en effet très-commode, fût aussi certaine que quantité d'autres que cet Auteur a données ; mais M. Rolle, ayant eu occasion de l'examiner, a observé qu'elle n'est pas générale, & ayant communiqué ses observations à Messieurs de l'Académie royale des Sciences, ces Messieurs sont demeurés d'accord qu'il y a plusieurs cas où elle ne se trouve pas véritable.* Le Journaliste donne ensuite



deux exemples de ce genre ; mais comme dans ces exemples il se trouve des Racines imaginaires , on voit que la difficulté de Rolle étoit la même que celle de Wallis , & qu'elle naïssoit du mal-entendu dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

C'est ce que remarqua fort bien le P. Prestet de l'Oratoire, dans la 2.<sup>de</sup> édit. de ses Elém. Liv. 8, p. 362. Cet Auteur avoit précédemment jugé suffisante une espece de preuve par induction qu'il avoit donnée de la règle en question ; mais ayant depuis reconnu son erreur, il crut devoir en convenir publiquement : il saisit donc cette occasion pour répondre à Wallis & à Rolle, & il le fit en donnant à la règle le sens que nous lui avons donné. C'est en effet le même que Schooten avoit déjà anciennement fixé en ces termes : *Notandum hæc concernere Æquationes quæ producuntur ex suis Radicibus in se invicem ductis, &c.* (Voyés la Géométrie de Descartes, édit. de 1659, page 285). C'est semblablement celui que les autres Commentateurs, & en particulier le P. Rabuel Jésuite, ont constamment suivi depuis ; enfin, ce qui devoit sur-tout avoir fait cesser depuis long temps toutes disputes sur ce sujet, c'est celui que Descartes avoit déterminé lui-même dans le passage de ses Lettres que nous avons cité plus haut.

La remarque de Rolle insérée dans le Journal des Sçavants & la réponse du P. Prestet ne pouvoient manquer de réveiller l'attention de l'Académie. Elle vit avec surprise que le premier de ces deux Auteurs lui attribuât ses propres pensées, & elle crut devoir le désavouer. Duhamel, qui en étoit alors Secrétaire, fit donc mention dans son Histoire, de l'Observation de Rolle, que ce Géometre avoit, dit-il, communiquée à la Compagnie avant que d'en être membre, & il ajoûta que l'Académie ayant chargé Cassini & de la Hire d'examiner sa critique, ils avoient rapporté que Schooten avoit déjà fait la même remarque, mais que cet Auteur prétendoit que Descartes même n'avoit pas donné sa règle pour générale.

Depuis ce temps l'illustre M. Halley est le seul Auteur de ma connoissance qui ait continué de prendre la règle de Descartes dans un sens différent de celui qu'on doit lui donner. Au reste, quoique ce sçavant Anglois ne se soit point assés garanti de l'erreur où l'entraînoit l'autorité de ceux qui l'avoient précédé, on ne peut pourtant pas le soupçonner, ainsi que Wallis son compatriote, d'avoir embrassé cette opinion par un motif peu juste ; il avoit donné dans les Transactions Philosophiques du mois de Mai 1694 à Viète, Auteur François, tous les éloges qu'il mérite, & dans l'ouvrage dont il est question maintenant, & qui se trouve à la fin de l'Arithmétique universelle, édit. de 1732, sous ce titre, *de numero Radicum*, il reprend Descartes, mais comme il est permis de reprendre un grand homme ; il lui applique, ainsi qu'à Harriot, qu'il reprend aussi, & avec plus de raison, ce vers d'Horace, *Quandoque bonus dormitat Homerus*, & il conclut en ces termes, *Fallit itaque regula Cartesii ubi tot veras dari Radices. . . . pronuntiat, frustra etiam in commentariis suis spalma hoc excusante Schootenio*. Sans doute que la décision de l'Académie n'étoit point encore parvenue à la connoissance de M. Halley, lorsqu'il composoit le Mémoire dont ces paroles sont extraites.

Mais si cette décision a dû en effet fixer le sens véritable de la Règle de Descartes, n'auroit-elle pas dû en même temps exciter de plus en plus les Géomètres à chercher une démonstration rigoureuse de cette règle, au lieu de se contenter de la déduire par induction, comme on doit présumer que Descartes l'avoit fait, ou de l'inspection seule des Equations numériques, ou de la formation des Equations Algébriques par la multiplication de leurs Racines supposées connues ? Un silence si constant sur une vérité qu'on pouvoit désormais regarder presque comme un principe, & dont cependant on n'appercevoit point encore l'évidence, n'étoit-il point en quelque sorte peu honorable pour les Mathématiques ? Ce sont-là les considérations qui ont sur-tout contribué à m'animer dans ma recherche, & je leur dois principalement les

deux Démonstrations différentes que ce Mémoire renferme.

La première de ces Démonstrations sera plus longue, mais plus directe que l'autre; j'ai cru ne la devoir point omettre, parce qu'elle contient des divisions & des subdivisions de cas poussées plus loin qu'elles ne le sont communément dans les Démonstrations d'Algèbre. Quant à la seconde, elle a sur-tout l'avantage de dépendre en partie d'une application assez singulière de la Géométrie à l'Algèbre. Cette application, que je regarde comme un principe fort fécond, me servira en particulier dans un autre Mémoire, où je lui donnerai plus d'étendue, à découvrir des règles générales pour connoître le nombre des Racines réelles ou imaginaires, positives ou négatives, dans une Equation quelconque, en supposant néanmoins, si la proposée est d'un degré au dessus du quatrième, & qu'elle ne doive avoir ni toutes les Racines réelles, ni toutes les Racines imaginaires, qu'on sçache ou résoudre ou construire les Equations de degrés inférieurs.

## PREMIERE DEMONSTRATION DE LA RÈGLE DE DESCARTES.

### L E M M E.

*Une Equation quelconque n'ayant que des Racines réelles, si l'on prend dans cette Equation trois termes consécutifs, dont le premier & le dernier aient le même signe, & dont les coefficients soient respectivement F, G & H, leurs exposants étant tels qu'on voudra, le carré du coefficient intermédiaire G sera nécessairement plus grand que le rectangle FH des deux coefficients extrêmes.*

Fig. 1.

### D É M O N S T R A T I O N.

Soit l'Equation proposée celle qu'on voit à la Figure première; qu'on écrive de suite au dessous d'elle toutes les progressions arithmétiques ascendantes qu'on aperçoit dans cette Figure, de façon que la première de ces progressions ayant commencé au 1.<sup>er</sup> terme de la proposée, la seconde au 2.<sup>d</sup>, la troisième au 3.<sup>me</sup>, & ainsi de suite, on parvienne

enfin à une où l'unité se trouve précisément placée sous  $F$ , le premier des trois coefficients donnés; & qu'on écrive de même au dessus de la proposée, mais dans un ordre contraire, c'est-à-dire, en allant de droite à gauche, toutes les autres progressions arithmétiques qu'on voit encore dans la Figure, jusqu'à ce que l'unité s'étant éloignée continuellement & de plus en plus du dernier terme de la proposée, elle se trouve enfin précisément au dessus de  $H$ , le dernier des trois coefficients donnés.

Cela étant fait, si l'on multiplie chaque terme de la proposée par chacun de tous ceux qui lui correspondent dans toutes les progressions, tant supérieures qu'inférieures, on appercevra sans peine:

1.<sup>o</sup> Que le produit qui viendra de cette multiplication n'aura que trois termes, lesquels seront correspondants aux trois termes de la proposée, qui auront eu  $F, G, H$ , pour coefficients; car tous les autres termes de ce produit, s'il pouvoit en avoir d'autres, auroient zéro pour un de leurs facteurs, & ainsi ils doivent nécessairement s'évanouir.

2.<sup>o</sup> Que si de ce produit on forme une Equation nouvelle, le premier terme de cette nouvelle Equation aura pour coefficient  $F$  multiplié successivement par tous les facteurs compris dans ces deux progressions  $(1, 2, 3... \&c. m), (3... \&c. n - m - 2, n - m - 1, n - m)$ , c'est-à-dire, par tous ceux qui sont placés dans la ligne verticale où se trouve  $F$ .

De même le coefficient du second terme de cette Equation sera composé de  $G$ , & de tous les facteurs compris dans ces deux progressions  $(2, 3... \&c. m, m + 1), (2, 3... \&c. n - m - 2, n - m - 1)$ , lesquels se trouvent dans la même verticale que  $G$ .

Et enfin le coefficient de son dernier terme se formera de  $H$ , & de tous les facteurs placés directement ou au dessus, ou au dessous de  $H$ , c'est-à-dire, de tous ceux que comprennent ces deux progressions  $(3... \&c. m, m + 1, m + 2), (1, 2, 3... \&c. n - m - 2)$ .

La nouvelle Equation prendra donc nécessairement cette forme

$$\begin{aligned} & (1.2.3... \&c. m) \cdot (3... \&c. n-m-2 \cdot n-m-1 \cdot n-m) \cdot Fx^{n-m} \\ & + (2.3... \&c. m \cdot m+1) \cdot (2.3... \&c. n-m-2 \cdot n-m-1) \cdot Gx^{n-m-1} \\ & + (3... \&c. m \cdot m+1 \cdot m+2) \cdot (1.2.3... \&c. n-m-2) \cdot Hx^{n-m-2} = 0. \end{aligned}$$

Mais comme les facteurs 3, 4, 5... &c.  $m$  sont communs à toutes les progressions inférieures, & que de même les facteurs 3, 4, 5... &c.  $n-m-2$  sont communs à toutes les progressions supérieures, on pourra par conséquent diviser à la fois les trois termes de cette Equation par tous les facteurs compris dans ces deux progressions (3, 4, 5... &c.  $m$ ), (3, 4, 5... &c.  $n-m-2$ ), aussi-bien que par  $x^{n-m-2}$ , ce qui la réduira à cette forme

$$1.2. n-m-1. n-m. Fx^2 + 2. m+1. 2. n-m-1. Gx + m-1. m+2. 1.2. H = 0.$$

Et la divisant encore par le nombre 2, commun à tous ses termes, & ôtant de son expression le facteur inutile 1, on parviendra à cette dernière forme

$$n-m-1. n-m. Fx^2 + 2. m+1. n-m-1. Gx + m+1. m+2. H = 0.$$

Or l'Equation proposée n'ayant que des Racines réelles, celle-ci qui n'est que du second degré, ne pourra manquer d'avoir aussi ses deux Racines réelles; car il est démontré dans plusieurs ouvrages, & en particulier dans l'Analyse démontrée du P. Reyneau, que si une Equation quelconque n'a que des Racines réelles, & qu'on la multiplie terme à terme, & successivement par les termes correspondants de différentes progressions arithmétiques descendantes jusqu'à zéro, ou ascendantes depuis zéro, de façon qu'à chaque multiplication elle perde successivement & par ordre un de ses derniers, ou un de ses premiers termes, cette Equation ne peut acquérir par de pareilles multiplications aucune Racine imaginaire. Cette propriété suit nécessairement de ce que les Racines d'une Equation quelconque, multipliée

terme à terme par les termes correspondants d'une progression arithmétique de l'espèce qu'on vient de décrire, sont toujours les limites ou des Racines que la proposée elle-même auroit eues avant cette multiplication, ou bien de ces mêmes dernières Racines élevées à l'exposant négatif — 1 ; & elle pourra aussi se déduire du troisième des Théoremes qui doivent servir à notre seconde Démonstration de la Règle de Descartes.

On aura donc par la nature des Equations du second degré, dont les termes extrêmes ont le même signe, & dont toutes les Racines doivent être réelles,

$$\frac{1}{4} \times 4 \cdot \frac{m+1 \cdot n-m-1}{m+1 \cdot n-m-1} \cdot G^2 > n-m-1 \cdot n-m \cdot m+1 \cdot m+2 \cdot FH.$$

Ou  $\frac{m+1 \cdot n-m-1}{m+2 \cdot n-m} \cdot G^2 > FH.$

Mais  $m+1$  est plus petit que  $m+2$ , & semblablement  $n-m-1$  est plus petit que  $n-m$ , & par conséquent

$\frac{m+1}{m+2} \times \frac{n-m-1}{n-m}$  est plus petit que 1. Donc à fortiori  $1 \times G^2$ , ou  $G^2$  est plus grand que  $FH \dots$  C. Q. F. D.

#### SCHOLIE.

La Démonstration que nous venons de donner de ce Lemme, a beaucoup de rapport à d'autres que deux illustres Géometres Anglois, M.<sup>rs</sup> Mac-Laurin & Campbell ont employées dans des ouvrages qu'on trouve, & dans les Transactions philosophiques, & à la fin de la dernière édition de l'Arithmétique universelle de Newton : comme néanmoins ces deux Auteurs ne s'étoient pas proposés précisément de tirer de leurs principes la même vérité que nous venons de démontrer dans ce Lemme, & dont nous aurons immédiatement besoin dans la suite, il n'auroit pu par cette raison nous suffire de les citer, & c'est ce qui a fait que nous avons cru devoir nous étendre de nouveau sur ce sujet, quoique semblable à celui qu'ils avoient déjà traité. Nous avons au reste tâché d'y répandre plus de jour qu'ils n'avoient fait.

## COROLLAIRE.

Les mêmes choses que ci-dessus ayant toujours lieu,  $p$  étant de plus une quantité quelconque, & n'ayant aucun égard aux signes  $+$  &  $-$ ; si l'on suppose  $pF > G$ , il s'en suivra nécessairement que  $pG$  sera aussi  $> H$ .

Car par le Lemme  $GG > FH$ , ou  $pGG > pFH$ , ou (divisant des deux côtés par  $GH$ )  $\frac{pG}{H} > \frac{pF}{G}$ : or  $\frac{pF}{G} > 1$ , puisque par la supposition  $pF > G$ . Donc à plus forte raison  $\frac{pG}{H}$  sera  $> 1$ , c'est-à-dire, que  $pG$  sera  $> H$ . C. Q. F. D.

## DÉFINITIONS.

Nous appellerons dans la suite, du nom générique de *Combinaison de signe*, l'assemblage de deux termes consécutifs quelconques d'une Equation proposée, soit qu'ils soient joints par le même signe dont est précédé le premier d'entre eux, soit qu'ils le soient par le signe contraire.

Le terme de la Combinaison qui y sera situé vers la gauche, en sera nommé l'*Antécédent*, & on nommera l'autre le *Conséquent*.

Si l'Antécédent & le Conséquent ont le même signe, la Combinaison s'appellera *Permanence*, & si les signes de l'Antécédent & du Conséquent sont différents, on nommera la Combinaison *Variation*. Que si l'un des termes de la Combinaison manquoit, alors on pourroit supposer à ce terme manquant un Coefficient infiniment petit, positif, ou négatif, & regarder en conséquence indifféremment la Combinaison comme *Variation* ou comme *Permanence*.

## THEOREME I.

Si l'on multiplie une Equation quelconque, dont toutes les Racines soient réelles, par un binôme quelconque  $x + p$ , dont le second terme soit positif, ainsi que le premier, il y aura précisément autant de variations de signe dans le produit, qu'il y en aura eu dans la proposée.

Fig. 2.

## DÉMONSTRATION.

Soit l'Equation proposée celle qu'on voit à la Figure seconde, & on observera d'abord que chaque terme du produit aura été formé par la combinaison de la proposée au dessous du conséquent de laquelle il se trouvera ; de plus, que pour le former il aura fallu multiplier l'antécédent de cette combinaison par  $p$ , & son conséquent par  $x$ , de façon qu'un terme quelconque du produit, lequel proviendra d'une des permanences de la proposée, ne pourra manquer d'avoir le même signe que les deux termes de cette permanence ; & par conséquent tant que les permanences auront lieu dans la proposée, en allant de gauche à droite, c'est-à-dire, tant que tous les termes de la proposée continueront d'avoir le même signe  $+$ , autant de temps aussi les permanences auront-elles lieu dans le produit, & il ne paroîtra jusqu'alors aucune diversité entre le produit & la proposée, eu égard au nombre des variations ou des permanences.

Soit donc  $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$  la première variation de la proposée, comptant toujours ses termes de gauche à droite, & il pourra naître trois cas ; le premier, que  $pF$  soit  $= G$ , le second que  $pF$  soit  $< G$ , & le troisième que  $pF$  soit  $> G$ .

Or il est d'abord facile d'appercevoir que le premier de ces trois cas doit être regardé comme compris dans les deux autres, c'est-à-dire, que l'égalité parfaite de  $pF$  avec  $G$  doit ici être considérée comme une inégalité d'un excès ou d'un défaut infiniment petit.

En effet l'égalité parfaite de  $pF$  & de  $G$  devoit évidemment faire manquer un des termes du produit : elle introduiroit donc nécessairement dans ce produit deux combinaisons qui ne pourroient être nommées variations ou permanences qu'autant qu'à la place de zéro, coefficient du terme manquant, on substituerait un infiniment petit négatif ou positif, regardant l'égalité comme imparfaite.

Mais il s'agit ici de comparer le nombre des variations



du produit avec le nombre des variations de la proposée, & ainsi toute combinaison, soit du produit, soit de la proposée, doit y être considérée ou comme variation ou comme permanence. Il est donc nécessaire que nous regardions en effet l'égalité comme imparfaite, & ce ne sera qu'après avoir prouvé qu'il doit y avoir autant de variations dans le produit que dans la proposée,  $pF$  étant ou  $< G$ , ou  $> G$ , que nous pourrons conclure que la même chose devra encore arriver, si l'on suppose  $pF = G$ .

Dans le second cas où  $pF$  est supposé  $< G$ , le terme du produit situé précisément au-dessous de  $Gx^{n-m-1}$ , sera nécessairement de même signe que  $Gx^{n-m-1}$ . Donc, puisque  $Gx^{n-m-1}$  a le signe —, il se trouvera dans le produit une variation précisément au dessous de celle qu'on aura supposée dans la proposée, & ainsi il n'y aura encore aucune diversité entre le produit & la proposée, eu égard au nombre des variations.

Mais si  $pF$  est  $> G$ , ce qui fait le troisième & le dernier des cas que nous avons distingués ci-dessus, alors la variation  $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$  de la proposée sera suivie ou d'une permanence —  $Gx^{n-m-1} - Hx^{n-m-2}$ , ou d'une nouvelle variation —  $Gx^{n-m-1} + Hx^{n-m-2}$ .

Si elle l'est d'une permanence, le terme du produit qui proviendra de la variation  $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$  aura à la vérité le signe +, mais celui qui proviendra de la permanence —  $Gx^{n-m-1} - Hx^{n-m-2}$  aura le signe —, & ainsi une des combinaisons de la proposée s'étant changée dans le produit de variation en permanence, la combinaison suivante de la proposée se changera à son tour de permanence en variation, de façon qu'il restera encore jusqu'à présent un même nombre de variations dans le produit & dans la proposée.

Mais si la première variation de la proposée  $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$  est immédiatement suivie d'une autre variation —  $Gx^{n-m-1} + Hx^{n-m-2}$ , alors le terme que cette seconde variation introduira dans le produit, ne pourra

manquer d'avoir le signe — ; car dans ce dernier cas les termes  $Fx^{n-m}$ ,  $Hx^{n-m-2}$ , extrêmes entre les trois  $Fx^{n-m}$ ,  $Gx^{n-m-1}$ ,  $Hx^{n-m-2}$  ayant le même signe, &  $pF$  étant par hypothese  $> G$ ,  $pG$  sera à plus forte raison  $> H$ , selon le Corollaire du Lemme que nous avons démontré ci-dessus; & par conséquent des deux variations consécutives qu'on aura supposées dans la proposée il n'y aura que la première qui dans le produit puisse se changer en permanence; & par un raisonnement semblable, quelque nombre de variations consécutives qu'on puisse supposer dans la proposée, on prouvera qu'après la multiplication il n'y en aura jamais eu qu'une d'elles qui dans le produit ait pu se changer en permanence.

Or, ou bien ces variations consécutives de la proposée aboutiront enfin à une permanence, & cette permanence devant par les raisons rapportées ci-dessus, se changer dans le produit en variation, elle rétablira encore l'égalité entre les nombres des variations du produit & de la proposée, de façon qu'on pourra appliquer de nouveau sur une autre suite de combinaisons de la proposée les mêmes raisonnements que nous avons déjà faits sur la première, & ainsi de suite en suite.

Ou bien les variations, soit de la première suite, soit de toute autre, continueront dans la proposée jusqu'à son dernier terme, & par conséquent le pénultième terme du produit, c'est-à-dire, celui qui sera précisément au dessous du dernier terme de la proposée, aura nécessairement un signe différent de celui du dernier terme de la proposée, selon qu'on peut le conclure de ce qui a été dit ci-dessus. Mais le produit finit au dernier terme de la proposée, multiplié par  $p$ , & ainsi les derniers termes du produit & de la proposée ne peuvent manquer d'être de même signe; il naîtra donc de là dans le produit une variation à laquelle il n'en répondra point dans la proposée, & qui rétablira encore dans ce dernier cas l'égalité parfaite entre les nombres des variations du produit & de la proposée. C. Q. F. D.

## COROLLAIRE.

Le nombre de permanences que pourra avoir le produit dont il a été question dans le Théoreme précédent surpassera toujours d'une unité le nombre de permanences de la proposée ; car 1.° le nombre des termes du produit doit surpasser d'une unité le nombre des termes de la proposée, & par conséquent le nombre des combinaisons du produit doit surpasser aussi d'une unité le nombre des combinaisons de la proposée. 2.° Toute combinaison est nécessairement ou variation, ou permanence. 3.° Enfin il y a précisément, selon le Théoreme que nous venons de démontrer, autant de variations dans le produit que dans la proposée. Donc, &c.

## THEOREME II.

*Si l'on multiplie une E'quation quelconque, dont toutes les Racines soient réelles, par un binome quelconque  $x - p$ , dont le second terme soit négatif, le premier étant au contraire positif, il se trouvera autant de permanences dans le produit que dans la proposée.*

## DÉMONSTRATION.

Elle seroit semblable à celle du Théoreme précédent, à l'exception qu'il faudroit dire ici des permanences ce qu'on a dit dans ce dernier Théoreme des variations, & réciproquement.

Que s'il paroît trop long de revenir sur toutes les divisions & subdivisions de cas qu'on a été obligé de parcourir dans la démonstration précédente, en voici une d'un autre genre qui suppose la première, & dont on pourra se contenter.

Qu'on change de  $+$  en  $-$ , & de  $-$  en  $+$  les signes de tous les termes pairs, soit du produit, soit de la proposée, & par-là 1.° dans chacune de ces deux E'quations toutes les permanences se changeront en variations, & toutes les variations en permanences. 2.° Les Racines de l'une & de l'autre deviendront de négatives positives, & de positives

88 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 négatives, ainsi que l'enseignent les règles les plus communes  
 de l'Algèbre. 3. Le produit, après avoir été changé, re-  
 présentera celui qu'on auroit pu former en multipliant la  
 proposée changée, non par  $x - p$ , mais par  $x + p$ ; & par  
 conséquent, selon le Théoreme premier, le nombre des  
 variations du produit changé doit être le même que celui  
 des variations de la proposée changée. Mais nous venons  
 d'observer que les nombres des variations du produit changé  
 & de la proposée changée doivent être les mêmes que les  
 nombres des permanences du produit non changé & de la  
 proposée non changée. Donc, &c.

#### COROLLAIRE.

Le nombre des variations de ce dernier produit surpassera  
 d'une unité le nombre des variations de la proposée.

#### THEOREME III.

QUI CONTIENT LA REGLE DE DESCARTES.

*Une Équation quelconque dont toutes les Racines sont réelles,  
 en a autant de positives qu'elle a de variations, & autant de  
 négatives qu'elle a de permanences.*

#### DÉMONSTRATION.

On peut conclurre facilement des Corollaires des deux  
 Théoremes précédents que, si l'on multiplie par  $x + p$   
 une Équation quelconque dont toutes les Racines soient  
 réelles, elle acquiert par cette multiplication une nouvelle  
 permanence, & que de même elle acquerreroit une nouvelle  
 variation si on la multiplioit par  $x - p$ . Or une Équation  
 de cette espece peut être supposée formée par la multipli-  
 cation d'autant de binomes dont le dernier terme soit po-  
 sitif, ou d'autant de *permanences simples* qu'elle a de Racines  
 négatives, & d'autant de binomes dont le dernier terme soit  
 négatif, c'est-à-dire, d'autant de *variations simples* qu'elle a  
 de Racines positives. Donc, &c.

SECONDE

## SECONDE DEMONSTRATION DE LA RÈGLE DE DESCARTES.

### THEOREME I.

*Si tous les termes d'une Équation ont le même signe, ou que quelqu'un de ces termes ayant zéro pour coefficient, ils puissent au moins tous être supposés de même signe, il sera généralement vrai que cette Équation ne pourra avoir de Racines réelles positives, soit qu'elle puisse, ou qu'elle ne puisse pas avoir des Racines imaginaires.*

#### DÉMONSTRATION.

Toute valeur positive qu'on pourroit donner à  $x$  laisseroit évidemment en ce cas le même signe à tous les termes de la proposée : par conséquent elle ne pourroit opérer que ces termes se détruisant les uns les autres, leur somme fût  $= 0$ . Donc il ne peut résulter aucune valeur positive réelle pour  $x$  de la supposition que la somme de tous les termes de la proposée soit  $= 0$ , c'est-à-dire que la proposée ne peut avoir de Racines réelles positives. C. Q. F. D.

### THEOREME II.

*Qu'on rétablisse dans la proposée tous les termes qui pourroient y manquer, en leur donnant à chacun un coefficient infiniment petit, accompagné de l'un des deux signes à volonté ; de façon qu'elle se trouve avoir par-là autant de combinaisons déterminées qu'elle aura de Racines. Qu'on multiplie outre cela la proposée terme à terme par une progression arithmétique, dont l'unité soit la différence, & dans laquelle zéro se trouve sous un des termes de la variation à détruire. Je dis qu'on pourra toujours supposer qu'il se soit détruit par cette opération une des variations de la proposée à volonté.*

#### DÉMONSTRATION.

Soit  $Fx^n - Gx^{n-1}$  la variation à détruire, & qu'on écrive au-dessous la partie de progression 1, 0. Cette progression continuée portera nécessairement le terme négatif

— 1 sous le terme de la proposée qui suivra immédiatement  
—  $Gx^{n-1}$ , & que nous pouvons nommer  $Hx^{n-2}$ . Cela  
posé, il pourra arriver deux cas, sçavoir que  $H$  soit positif  
ou négatif.

Dans le premier cas la proposée auroit eu deux varia-  
tions consécutives, & à ces deux variations de la proposée  
il répondroit dans le produit une variation & une perma-  
nence, soit qu'on supposât positif le coefficient zéro de son  
terme manquant, correspondant à  $G$ , soit qu'on supposât ce  
coefficient négatif.

Dans le second cas, & si l'on suppose positif le coefficient  
zéro dont nous venons de parler, ce qu'on est évidemment  
en droit de supposer, il viendra dans le produit deux per-  
manences, au lieu d'une variation & d'une permanence qui  
se trouvoient dans la proposée; ainsi dans ces deux cas, &  
n'ayant égard qu'aux deux combinaisons que nous avons  
considérées, on peut toujours *supposer* avoir détruit par la  
multiplication la variation de la proposée qu'on avoit dessein  
de détruire.

Et quant aux autres combinaisons de la proposée que nous  
n'avons pas examinées, elles ne peuvent se changer dans le  
produit de variation en permanence, ou de permanence en  
variation, puisque les deux termes de chacune d'elles doivent  
avoir pour multiplicateurs des nombres de même signe.

Enfin il est évident qu'on auroit pu faire un raisonne-  
ment semblable, si la variation à détruire avoit été —  $Fx^n$   
+  $Gx^{n-1}$ , au lieu d'être  $Fx^n - Gx^{n-1}$ ; il auroit fallu  
en ce cas se servir, non de la partie de progression 1, 0,  
mais de la partie de progression 0, 1, & elle auroit porté  
le terme négatif — 1, non sous le terme de la proposée  
qui auroit suivi la variation en question, mais sous celui qui  
l'auroit précédée.

#### COROLLAIRE.

Par conséquent une Equation quelconque où se trouvent  
un nombre  $n$  de variations, peut être multipliée par  $n$  pro-  
gressions arithmétiques, telles qu'il en résulte un produit où

tous les termes puissent être supposés de même signe, & qui, selon le Théoreme premier, ne puisse avoir de Racines réelles positives.

## THÉOREME III.

*Soit la proposée  $a + bx + cx^2 + ex^3 \dots + \&c. = 0$ , si on la multiplie terme à terme par les termes correspondants de la progression  $-n, -n+1, -n+2, -n+3 \dots \&c.$   $n$  étant un nombre entier quelconque, & que le produit résultant, & réduit lui-même en Equation ait un nombre  $r$  de Racines réelles positives, la proposée n'en pouvoit avoir au plus qu'un nombre  $r+1$  de pareilles.*

## DÉMONSTRATION.

Qu'on suppose  $y$  égal à la somme des termes de la proposée multipliée par  $x^{-n}$ , & il est d'abord évident que  $y$  représentera l'ordonnée d'une Courbe de l'espèce qui est représentée dans la Figure troisième, c'est-à-dire, telle qu'aucune de ses ordonnées ne la puisse rencontrer en plus d'un point, & que sa première ordonnée en soit asymptote. De plus, on appercevra facilement que cette Courbe ne pourra couper son axe, c'est-à-dire, avoir une ordonnée  $= 0$  du côté des  $x$  positives, qu'aux points que pourront déterminer les Racines réelles & positives de la proposée; & enfin elle ne pourra avoir de *Maxima*, du côté des  $x$  positives, qu'aux points déterminés par les Racines réelles positives de l'Equation provenante de la multiplication terme à terme de la proposée par les termes correspondants de la progression arithmétique  $-n, -n+1, -n+2 \dots \&c.$  mais l'inspection seule de la Figure de la Courbe en question, prouve que cette Courbe ne sçauroit avoir un nombre  $r+1$  d'intersections avec son axe, du côté des  $x$  positives, qu'elle n'ait au moins un nombre  $r$  de *Maxima*, du côté des  $x$  positives. Donc la proposée ne sçauroit avoir un nombre  $r+1$  de Racines positives réelles, sans que l'Equation résultante du produit n'en ait au moins un nombre  $r$  de pareilles.

Voy. Figure 3.

celle-ci en ayant un nombre  $r$ , celle-là n'en peut avoir au plus qu'un nombre  $= r + 1$ .

Il est presque inutile d'avertir ici que les contingences de la Courbe avec l'axe doivent être prises pour deux intersections infiniment proches, & entre lesquelles on peut toujours concevoir un *Maximum*; que les contingences accompagnées d'inflexion doivent être prises pour trois intersections infiniment proches, entre lesquelles on doit concevoir deux *Maxima*, &c. Il suffira, pour se rendre cette vérité sensible, de jeter les yeux sur la Figure quatrième.

#### SCHOLIE.

De même que nous avons prouvé dans le dernier Théoreme que la proposée ne pouvoit avoir qu'une Racine positive de plus que l'Equation faite du produit de la proposée, multipliée terme à terme par une progression arithmétique quelconque; de même aussi aurions-nous pu faire voir qu'elle ne pouvoit avoir qu'une Racine négative de plus que cette dernière Equation. Or il s'ensuit de-là, 1.<sup>o</sup> que l'Equation faite du produit peut avoir deux Racines imaginaires de plus que la proposée, & non davantage, 2.<sup>o</sup> que si cette Equation a une Racine de moins que la proposée, ce qui arrive lorsque le zéro de la progression par laquelle on doit multiplier tombe sur le premier ou sur le dernier terme de la proposée, en ce cas la nouvelle Equation doit avoir précisément autant de Racines imaginaires que la proposée, ce qui comprend la Proposition dont nous avons fait usage dans le Lemme de la première Démonstration.

#### COROLLAIRE.

En général, la proposée étant multipliée par un nombre  $s$  de progressions arithmétiques quelconques, si le dernier produit n'a qu'un nombre  $r$  de Racines positives réelles, la proposée n'en pouvoit avoir au plus que  $r + s$ .

#### THEOREME IV.

*La proposée ne peut avoir plus de Racines réelles positives que de variations.*



## DÉMONSTRATION.

Soit  $s$  le nombre des variations de la proposée, & la multipliant par un nombre  $s$  de progressions arithmétiques convenables, on parviendra, ainsi qu'on l'a prouvé dans le Corollaire du Théoreme second, à un produit qui, étant réduit en Equation, ne pourra avoir aucune Racine positive réelle. Donc, selon le Corollaire du Théoreme troisième, la proposée n'en pouvoit avoir au plus qu'un nombre  $= 0 + s$ , ou  $s$ . C. Q. F. D.

## THEOREME V.

*La proposée ne peut avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences.*

## DÉMONSTRATION.

Qu'on change de  $+$  en  $-$ , & de  $-$  en  $+$  les signes de tous les termes pairs de la proposée, & toutes les combinaisons de la proposée se changeront par-là de permanence en variation, & de variation en permanence, ainsi que nous l'avons déjà observé dans le second Théoreme de la première Démonstration. De plus, quoique la proposée puisse avoir à présent des Racines imaginaires, ce que nous ne supposons point alors, il n'en sera cependant pas moins vrai que toutes ses Racines deviendront de positives négatives, & de négatives positives, puisqu'après le changement elle aura pour Racines les valeurs de  $-x$ , & non celles de  $x$ , comme auparavant. Or après le changement elle ne pourroit, suivant le dernier Théoreme, avoir plus de Racines positives réelles que de variations. Donc avant le changement elle ne pouvoit avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences. C. Q. F. D.

## THEOREME VI.

QUI CONTIENT LA RÉGLE DE DESCARTES.

*Si la proposée n'a que des Racines réelles, elle en aura nécessairement autant de positives qu'elle aura de variations, & autant de négatives qu'elle aura de permanences.*

DÉMONSTRATION.

La proposée, suivant la supposition, ne peut avoir de Racines imaginaires; & ainsi elle doit avoir autant de Racines réelles, positives ou négatives, que de combinaisons. Mais par le Théoreme quatrième, elle ne peut avoir en général plus de Racines positives réelles que de variations. Donc elle ne peut avoir moins de Racines réelles négatives que de permanences. De même la proposée ne pouvant en général, selon le Théoreme cinquième, avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences, on prouvera que, puisque dans la supposition présente elle n'a point de Racines imaginaires, elle ne peut avoir moins de Racines réelles positives que de variations. Donc la proposée, dans la supposition présente, ne peut avoir ni plus ni moins de Racines positives que de variations, & semblablement elle ne peut avoir ni plus ni moins de Racines négatives que de permanences. Donc elle devra avoir exactement autant de Racines positives que de variations, & autant de Racines négatives que de permanences. C. Q. F. D.

COROLLAIRES

DE LA RÉGLE DE DESCARTES.

COROLLAIRE I.

S'il manque quelque terme dans la proposée, & que restituant successivement ce terme manquant, en lui donnant d'abord  $+0$ , & puis  $-0$ , pour facteur, ces deux restitutions successives fassent naître dans la proposée des nombres différents de variations & de permanences, ce sera une marque qu'il y aura nécessairement dans la proposée des Racines imaginaires. En effet, si l'on vouloit supposer de plus dans ce cas que la proposée pût avoir toutes ses Racines réelles, cette nouvelle supposition conduiroit, au moyen de la Règle de Descartes, à deux conclusions sur le nombre des Racines, qui seroient contradictoires l'une à l'autre. Donc &c.

## COROLLAIRE II.

S'il manque dans une Equation quelconque plusieurs termes de suite, ou contigus, l'Equation aura au moins en ce cas deux Racines imaginaires.

La démonstration peut se déduire du Corollaire précédent.

## COROLLAIRE III.

Et si les termes manquants d'une Equation ne sont point consécutifs, mais que les deux termes voisins d'un de ces termes manquants aient le même signe, en ce cas l'Equation aura encore nécessairement des Racines imaginaires.

La démonstration de ce Corollaire est aussi contenue dans le Corollaire premier.

## COROLLAIRE IV.

Et si les transformations qui sont propres à faire manquer un terme quelconque de la proposée, en augmentant la Racine d'une quantité réelle & convenable, devoient faire manquer aussi un des termes immédiatement voisins, ou bien devoient donner le même signe aux deux termes immédiatement voisins, la proposée ne pourroit manquer encore d'avoir des Racines imaginaires. Ce Corollaire est une suite des précédents, & nous ferons voir dans l'ouvrage que nous devons donner sur le nombre des Racines dans toute sorte d'Equations, qu'il renferme la condition essentielle pour juger si une Equation a des Racines imaginaires, c'est-à-dire, qu'il ne peut y avoir de Racines imaginaires dans une Equation quelconque, qu'autant qu'une transformation réelle, propre à faire manquer un de ses termes, peut aussi, ou faire manquer en même temps un des deux termes immédiatement voisins, ou donner un même signe à ces deux termes.

## COROLLAIRE V.

Enfin, si l'Equation étant multipliée par un binome quelconque  $x + p$ , ou  $x - p$ , le produit résultant de cette multiplication n'a pas exactement le même nombre de variations ou de permanences que la proposée, c'est encore

une marque, suivant les deux premiers Théoremes de la première Démonstration, que cette Equation doit nécessairement avoir quelques Racines imaginaires.

## S C H O L I E.

Le second, le 3.<sup>me</sup> & le 4.<sup>me</sup> Corollaires doivent naturellement faire soupçonner que, si les conditions qu'ils renferment avoient lieu plusieurs fois, & successivement dans une même Equation, elles ne désigneroient pas seulement deux Racines imaginaires, mais même autant au moins de paires de Racines imaginaires qu'elles auroient eu lieu de fois ; ce qui est vrai en effet : mais comme c'est une propriété qu'il ne seroit pas facile, selon que nous pouvons en juger, de déduire des principes que nous avons établis jusqu'ici, qu'au contraire elle est la suite nécessaire de quelques propositions fort simples qui seront établies dans le Mémoire sur le nombre des Racines, que nous avons déjà promis, & que d'ailleurs elle se rapporte plus naturellement à ce second Mémoire qu'à celui-ci ; toutes ces raisons nous déterminent à différer de la démontrer, ainsi que l'inverse dont nous avons parlé à la fin du 4.<sup>me</sup> Corollaire. Quant-à-présent, il ne nous reste plus qu'à faire remarquer, en finissant, que la seconde des deux Démonstrations que nous avons données de la Règle de Descartes, est un peu plus conforme que la première à l'énoncé de l'Auteur. En effet, si l'on retranchoit de cette seconde Démonstration son dernier Théoreme, qui est le seul où nous ayons supposé réelles toutes les Racines de la proposée, on pourroit conclure généralement des cinq autres, *qu'une Equation quelconque peut avoir autant de Racines positives que les signes  $+$  &  $-$  s'y trouvent de fois être changés, & autant de négatives qu'il s'y trouve de fois deux signes  $+$ , ou deux signes  $-$  qui s'entresuivent.* Or cette conclusion répond à l'énoncé de Descartes pris dans la plus grande précision.



## OBSERVATIONS

$$\begin{array}{ccc}
 n+m+5, & -n+m+4, & -n+m+3, \\
 n+m+6, & -n+m+5, & -n+m+4, \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \&c. & \&c. & \&c. \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 0, & -1, & -2, \\
 1, & 0, & -1, \\
 2, & 1, & 0, \\
 +Px^2 & +Qx & +R \\
 n-2, & n-1, & n \\
 n-3, & n-2, & n-1, \\
 n-4, & n-3, & n-2, \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 \&c. & \&c. & \&c. \\
 \vdots & \vdots & \vdots \\
 m+n, & -m+n+1, & -m+n+2, \\
 m+n-1, & -m+n, & -m+n-1,
 \end{array}$$

---


$$+Px^2 \quad +Qx \quad +R$$

$$\begin{array}{l}
 +Px^3 \quad +Qx^2 \quad +Rx \quad +pR \\
 +\dots \quad +pP \quad +pQ
 \end{array}$$


---

FIGURE IV.<sup>me</sup>

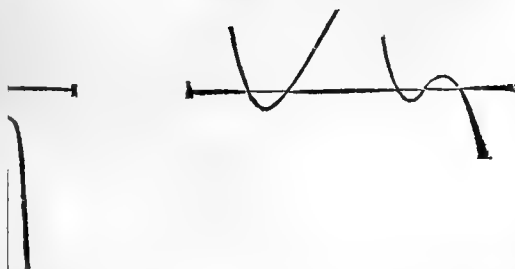


FIGURE PREMIÈRE.

$m+3,$	$m+2,$	$m+1, \dots \&c. \dots$	$3,$	$2,$	$1,$	$\dots \&c. \dots$	$-n+m+5,$	$-n+m+4,$	$-n+m+3,$
$m+4,$	$m+3,$	$m+2, \dots \&c. \dots$	$4,$	$3,$	$2,$	$\dots \&c. \dots$	$-n+m+6,$	$-n+m+5,$	$-n+m+4,$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\&c.$	$\&c.$	$\&c. \dots \&c. \dots$	$\&c.$	$\&c.$	$\&c.$	$\dots \&c. \dots$	$\&c.$	$\&c.$	$\&c.$
$n-2,$	$n-3,$	$n-4, \dots \&c. \dots$	$n-m-2,$	$n-m-3,$	$n-m-4, \dots \&c. \dots$	$0,$	$-1,$	$-2,$	
$n-1,$	$n-2,$	$n-3, \dots \&c. \dots$	$n-m-1,$	$n-m-2,$	$n-m-3, \dots \&c. \dots$	$1,$	$0,$	$-1,$	
$n,$	$n-1,$	$n-2, \dots \&c. \dots$	$n-m,$	$n-m-1,$	$n-m-2, \dots \&c. \dots$	$2,$	$1,$	$0,$	
$x^n$	$+A\lambda^{n-1}$	$+B\lambda^{n-2} \dots \&c. \dots$	$+F\lambda^{n-m}$	$+G\lambda^{n-m-1}$	$+H\lambda^{n-m-2} \dots \&c. \dots$	$+Px^3$	$+Qx$	$+R$	
$0,$	$1,$	$2, \dots \&c. \dots$	$m,$	$m+1,$	$m+2, \dots \&c. \dots$	$n-2,$	$n-1,$	$n$	
$-1,$	$0,$	$1, \dots \&c. \dots$	$m-1,$	$m,$	$m+1, \dots \&c. \dots$	$n-3,$	$n-2,$	$n-1,$	
$-2,$	$-1,$	$0, \dots \&c. \dots$	$m-2,$	$m-1,$	$m, \dots \&c. \dots$	$n-4,$	$n-3,$	$n-2,$	
$\&c.$	$\&c.$	$\&c. \dots \&c. \dots$	$\&c.$	$\&c.$	$\&c. \dots \&c. \dots$	$\&c.$	$\&c.$	$\&c.$	
$-m+2, -m+3, -m+4, \dots \&c. \dots$			$2,$	$3,$	$4, \dots \&c. \dots$	$-m+n,$	$-m+n+1,$	$-m+n+2,$	
$-m+1, -m+2, -m+3, \dots \&c. \dots$	$0$	$1,$	$2,$	$3,$	$\dots \&c. \dots$	$-m+n-1,$	$-m+n,$	$-m+n+1,$	

FIGURE SECONDE.

$$\begin{aligned}
 &x^n + A\lambda^{n-1} + B\lambda^{n-2} \dots \&c. \dots + Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1} \pm Hx^{n-m-2} \dots \&c. \dots + Px^3 + Qx + R \\
 &\lambda + p \\
 &\hline
 &x^{n-1} + A\lambda^n + Bx^{n-1} \dots \&c. \dots + Fx^{n-m+1} - Gx^{n-m} \pm Hx^{n-m-1} \dots \&c. \dots + Px^3 + Qx^2 + Rx + pR \\
 &\quad + p \quad + pA \quad + \dots \quad + pF \quad - pG \quad + \dots \quad + pP \quad + pQ
 \end{aligned}$$

FIGURE III.<sup>me</sup>

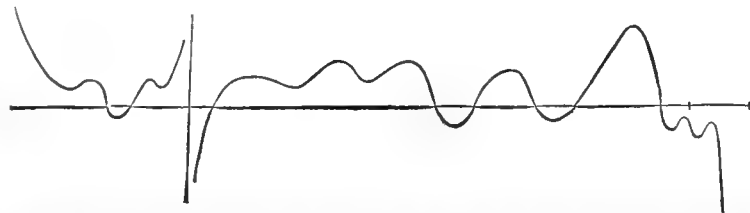
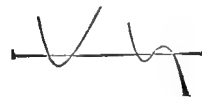


FIGURE IV.<sup>me</sup>



O B S E R V A T I O N S  
SUR LA REUNION  
DES FRACTURES DES OS.

*Premier Mémoire.*

Par M. DU HAMEL.

**I**L y a long-temps qu'on a reconnu que la dissection de 22 Avril  
différents genres d'Animaux étoit bien propre à jeter 1741.  
de grandes lumières sur l'anatomie de l'Homme. De com-  
bien, en effet, de découvertes brillantes n'est-on pas rede-  
vable à cette espece de travail, que l'on connoît sous le nom  
d'*Anatomie comparée*!

Je n'ai pas dessein de parler ici de la simple dissection de  
différents genres d'Animaux; quelqu'exacte qu'on la suppose,  
elle ne pourra jamais produire que des matériaux, précieux  
à la vérité, mais qui attendent, pour être véritablement utiles,  
qu'un Anatomiste physicien sçache comparer adroitement  
le même Viscere pris dans nombre d'Animaux de différents  
genres, pour en tirer des conséquences utiles, ou sur les  
usages de ce Viscere, ou sur sa vraie organisation, ou même  
sur son développement & son accroissement.

Il faut convenir que cette espece d'anatomie a des avan-  
tages que n'a point celle qui se borne à la dissection des  
Cadavres humains; outre que le même Viscere se présente  
dans différentes especes d'Animaux sous des formes parti-  
culières qui peuvent être très-favorables à nos recherches;  
on sçait encore que les Cadavres sont rares pour beaucoup  
d'Anatomistes, & quand ils en auroient un grand nombre  
à leur disposition, ce ne sont que des Cadavres, au lieu que  
l'Anatomiste peut disposer à son gré de la vie des Animaux,  
& en sacrifier tant qu'il voudra pour son instruction.

Quelquefois il parviendra à leur causer des maladies, &

*Mém. 1741.*

N

il les pourra difféquer pour en connoître le progrès ; d'autres fois, s'il est assés heureux pour les guérir des maladies dont il aura été l'auteur, il pourra essayer de découvrir par la dissection l'effet des remedes qu'il aura employés.

Il ne seroit pas raisonnable d'épargner dans cette occasion la vie des Animaux, elle ne peut jamais être employée plus utilement, & il en périra toujours plus pour flater notre goût, que le Scapel des Anatomistes n'en sacrifiera à des recherches utiles, qui ont pour but la conservation de notre santé & la cure des maladies.

C'est cette route si heureusement frayée par les Malpighi, les Grew, les Lawenohk, les Duverney, les Peraut, que j'ai toujours essayé de suivre ; & si, lorsque j'ai travaillé à l'anatomie de la Poire, j'ai été assés heureux pour présenter avec quelque ordre la disposition des organes qui s'offroient à ma vûe, j'avoue que j'en suis redevable aux connoissances que j'avois de l'anatomie des Animaux ; il en est tout autrement aujourd'hui, c'est l'anatomie végétale qui m'a éclairé sur celle des Animaux, ce sont les recherches que j'avois faites sur la réunion des Arbres rompus, qui m'ont conduit à faire une découverte également importante pour la Physique, pour l'Anatomie & pour la Chirurgie, sur la formation du Cal dans les fractures des Os.

*Ce Mémoire est  
imprimé dans le  
Vol. de 1739.  
page 1.*

Dans le Mémoire que je lûs à l'Académie en 1738, où j'examinois l'effet que la Racine de Garence produit sur les Os des animaux qui en ont usé quelque temps dans leurs aliments, j'annonçai que mes expériences m'avoient fait appercevoir quelque chose d'intéressant sur la formation du Cal osseux qui réunit les os rompus ; mais j'avertis en même temps que je n'en parlerois à l'Académie que quand de nouvelles expériences m'auroient rendu plus certain de ce que je croyois avoir apperçu : je les ai exécutées ces expériences, elles m'ont assuré que je ne m'étois pas trompé, & c'est ce qui m'engage à proposer une nouvelle idée que je crois bien fondée, sur la formation de cette grosseur osseuse qu'on nomme le *Cal*, & qui réunit les os fracturés.



On se contente de dire ordinairement que cette grosseur est formée par un épanchement du suc osseux qu'on suppose qui transude ou de l'os même, ou des parties voisines, & on croit que ce suc osseux soude l'un à l'autre les deux bouts d'os rompus, à peu-près comme les Plombiers soudent avec de l'étain deux bouts de tuyau. D'autres ont cru qu'outre cet épanchement du suc osseux, les extrémités des fibres osseuses rompues s'allongeoient & se joignoient les unes aux autres, à peu-près comme le font les parties molles.

Je sçais bien que ces explications ne satisfaisoient guère les bons Anatomistes, & que s'ils en faisoient quelquefois usage dans leurs leçons, ou dans leurs ouvrages; ce n'étoit qu'en attendant qu'on eût découvert quelque chose de mieux; car si l'on peut trouver dans les Livres d'Anatomie quelques idées différentes de celles que je viens de rapporter, ces idées n'étant point fondées sur des expériences bien suivies, n'ont point été adoptées, elles ont été traitées de pur système, & mises au nombre de ces productions de l'Esprit humain, qui courent risque d'être à chaque instant démenties par l'expérience, & désavouées par la Nature.

J'ai évité cette route incertaine, & on ne trouvera dans ce Mémoire qu'un enchaînement d'expériences d'où naissent des conséquences simples, qui m'ont conduit insensiblement à mieux connoître comment la Nature opere la réunion des fractures.

#### PREMIÈRE EXPÉRIENCE.

Je rompis ce gros os de la jambe d'un Pigeon, qu'on connoît sous le nom de l'*os du pilon*; j'en fis sur le champ la réduction, & j'y appliquai un bandage convenable à la partie & au sujet.

D'abord la jambe & la cuisse enflèrent, mais cette enflure se dissipa au bout de deux ou trois jours. Quand après ce temps on défaisoit le bandage, on ne sentoît à travers les chairs qu'une petite éminence à peu-près de la grosseur d'une fève, qui recouvroit & enveloppoit la fracture. Ce Pigeon

mourut d'accident, ce qui me mit à portée d'examiner ce que la Nature avoit déjà opéré pour la réunion de l'os de cet animal.

Quand j'eus enlevé tous les muscles, je trouvai l'os dans l'état naturel, excepté que le lieu de la fracture étoit recouvert par une tumeur molle qui étoit de la grosseur d'une fève blanche, & qui diminuant de grosseur par les deux extrémités, prenoit la figure d'une olive, ou plutôt celle d'un fuseau.

Pour peu qu'on forçât l'extrémité de l'os, on s'appercevoit bien que la réunion de la fracture étoit encore bien foible; il n'auroit pas été difficile de tout déranger.

J'ouvris la tumeur que je viens de décrire, & j'apperçus l'os, qui n'avoit point changé d'état, il étoit absolument tel que je l'aurois trouvé, si je l'avois examiné immédiatement après la rupture; ce n'étoit donc que la tumeur molle dont je viens de parler, qui assujettissoit les deux bouts de cet os; mais qu'est-ce qui formoit cette tumeur, & que devoit-elle devenir dans la suite? Je me fis ces questions, & je me proposai de les éclaircir.

A l'égard de la première, j'étois déjà bien sûr que la tumeur n'avoit pas d'adhérence considérable avec les parties qui la recouvroient.

Je croyois bien avoir apperçu quelques vaisseaux & quelques fibres qui s'y inséroient, mais je sçavois qu'elle n'avoit point d'union intime avec les muscles voisins, elle s'en étoit détachée avec trop de facilité.

En la disséquant avec la plus grande attention, je la trouvai plus adhérente à l'os, cependant ce n'étoit que par des fibres fort déliées, avec un peu de patience je la détachai en entier, & l'os resta aussi net & aussi uni que l'os de l'autre jambe, qui étoit resté dans son état naturel; mais en suivant toujours la dissection, j'arrivai enfin à la partie mince de la tumeur, & je me trouvai n'avoir plus à détacher que le périoste, qui est, comme l'on sçait, une membrane assés forte qui recouvre tous les os.

Tout cela me parut très-singulier & fort différent des idées le plus généralement reçues en Anatomie.

Je redoublai donc d'attention, & je parvins à diviser la tumeur en plusieurs lames qui aboutissoient toutes au périoste, lequel se divisoit aussi par couches, & je m'assurai dès-lors que la tumeur dont je parle, étoit véritablement une continuation du périoste qui s'étoit tuméfié dans le lieu de la fracture; il me restoit à sçavoir ce que devoit devenir cette tumeur, tout me paroissoit indiquer qu'elle étoit destinée à former le cal; sa situation, car elle enveloppoit l'os précisément sur le lieu de la rupture; sa nature, car elle étoit de la même consistance que le sont les os avant qu'ils soient endurcis; sa texture, car elle étoit formée de plusieurs couches comme le sont les os. Cependant malgré toutes ces probabilités (tant il est difficile d'abandonner des idées auxquelles on est attaché depuis long temps) j'avois peine à me persuader que le périoste pût devenir osseux, & qu'on lui fût redevable de la réunion des os rompus; ainsi je me proposai de faire d'autres expériences pour essayer d'éclaircir un fait qui me paroissoit mériter de l'être avec tout le soin possible.

Je pris dans cette intention six Pigeonneaux qui avoient déjà leurs plumes; on leur cassa à chacun une jambe comme dans l'expérience précédente, on en fit de même la réduction qu'on assujettit par un petit bandage, on les marqua pour les reconnoître, & on les nourrit avec soin.

## SECONDE EXPÉRIENCE.

La gangrenne se mit à la jambe d'un de ces Pigeonneaux, à ce que je crois, parce que le bandage étoit trop serré, car j'ai remarqué dans toutes mes expériences que rien n'étoit si dangereux que de trop serrer l'appareil, sur-tout dans les premiers jours, qui est un temps où le membre rompu ne manque guère de se tuméfier assez considérablement, ce Pigeonnet mourut donc deux jours après l'opération.

Je disséquai sa jambe rompue, & je trouvai le périoste

déjà fort épaissi auprès de la fracture ; je parvins à le diviser en plusieurs lames, & celle qui touchoit à l'os me parut plus ferme que la plus extérieure qui étoit enveloppée par les muscles : au reste l'os rompu étoit fort uni sur toute sa superficie, & les extrémités fracturées étoient dans le même état que si l'os eût été rompu dans l'instant.

Cette expérience, il est vrai, n'apprend rien de plus que celle que j'ai rapportée en premier lieu, cependant elle m'a fourni tout ce que j'en espérois, la confirmation de mes premières observations, puisqu'elle prouve que le périoste se tuméfie sur le lieu de la fracture, & que l'os rompu reste dans le même état qu'il étoit dans le temps qu'il avoit été rompu.

Je remarquerai seulement une fois pour toutes les expériences suivantes, où cette circonstance s'est trouvée la même, que vis-à-vis la fracture le périoste étoit teint intérieurement d'un peu de sang qui venoit des vaisseaux de la moëlle, & qu'il y avoit en cet endroit un petit épanchement d'une liqueur lymphatique.

### TROISIÈME EXPÉRIENCE.

Pour suivre les changements qui arriveroient à la tumeur dont j'ai parlé, je fis tuer un Pigeonneau deux jours après celui de la seconde expérience, ce qui faisoit quatre jours, à compter du jour de la fracture.

La tumeur étoit plus considérable que dans l'expérience précédente, tant pour son épaisseur que pour son étendue, elle me parut aussi être plus ferme ; je la disséquai, & je remarquai que les deux bouts d'os rompus dans la longueur de deux lignes ou de deux lignes & demie, à compter du lieu de la fracture, étoient lisses, unis, & tels qu'ils auroient été si la rupture eût été faite dans l'instant.

Après cette petite distance l'os prenoit un peu plus de grosseur, & la surface en étoit inégale ou raboteuse.

En grattant ces inégalités avec la pointe du Scapel, je les trouvai moins dures que le reste de l'os, & elles se détachèrent par grains.

La lame intérieure de la tumeur étoit cartilagineuse & plus ferme que la lame la plus extérieure, qui paroïssoit membraneuse.

Enfin dans l'endroit de l'os où il y avoit des rugosités, la lame intérieure de la tumeur étoit plus adhérente à l'os que dans ceux où l'os étoit lisse, le reste étant comme dans les autres expériences, & servoit seulement à confirmer mes premières observations.

Mais voilà déjà un commencement d'ossification, voilà probablement une lame du périoste qui s'est attachée à l'os, & les lames intérieures étant plus fermes que les extérieures, paroissent devoir s'ossifier à leur tour : c'est la confirmation de ces faits qu'on doit attendre des expériences suivantes.

#### QUATRIÈME EXPÉRIENCE.

Deux jours étant écoulés, c'est-à-dire, six jours après la fracture, on tua le troisième Pigeonneau.

Quoique l'os de celui-ci se fût rompu en flûte ou de biais, tout se trouva néanmoins assez conforme aux observations précédentes, la tumeur étoit seulement plus raffermie, elle étoit un peu diminuée de grosseur, & elle se divisoit plus sensiblement par lames.

Mais une circonstance particulière à cette expérience, c'est que dans la réduction les deux bouts d'os rompus n'avoient pas été mis bien exactement l'un au bout de l'autre, de sorte qu'ils avançoient l'un sur l'autre de près de trois lignes, ce qui m'a donné occasion de remarquer,

1.<sup>o</sup> Que l'épaississement du périoste étoit peu considérable entre les deux os, en comparaison de ce qu'il étoit dans toutes les parties qui touchoient aux chairs.

2.<sup>o</sup> Le périoste, qui étoit déchiré, paroïssoit entre les deux os par des fibres qui s'étendoient d'un des bouts fracturés à l'autre.

Enfin la tumeur n'étoit pas d'une figure régulière comme dans les expériences précédentes, mais elle s'inclinoit un peu en suivant le pli du périoste.

Au reste les bouts rompus étoient restés, comme dans les expériences précédentes, tels qu'ils étoient le jour de la fracture.

## CINQUIÈME EXPÉRIENCE.

Huit jours après, en prenant toujours la date de celui de la fracture, je fis tuer le quatrième Pigeonneau, la tumeur se trouva encore plus endurcie, & moins grosse que dans l'expérience précédente.

Je disséquai le périoste, & j'enlevai la portion de la tumeur qui étoit cartilagineuse, mais je n'apperçus plus la fracture, elle étoit recouverte par une incrustation osseuse, qui à la vérité n'étoit pas encore fort épaisse.

Je fendis ensuite cet os suivant sa longueur, & je trouvai le vieil os dans l'intérieur, qui se distinguoit aisément de ce qui s'étoit formé depuis la fracture, tant par sa dureté & sa densité qui étoit plus grande, que par sa couleur qui étoit plus blanche.

On voit par cette suite d'expériences que la tumeur cartilagineuse qui enveloppe la fracture, s'endurcit peu-à-peu, & on ne peut plus douter qu'elle ne produise le cal osseux, dont la formation faisoit le principal objet de mes recherches; mais ce cal est encore bien foible : continuons de suivre son progrès.

## SIXIÈME EXPÉRIENCE.

Le cinquième Pigeonneau fut tué dix jours après celui de la fracture.

En suivant le périoste depuis une des épiphyses jusqu'à la tumeur, on voyoit sensiblement cette membrane s'implanter dans le cal, ou, pour parler plus clairement, on voyoit que les lames du périoste s'épaississoient pour former la portion de la tumeur qui n'étoit pas encore endurcie, & plusieurs fibres de la partie intérieure du périoste qu'on avoit peine à détacher de l'os, s'implantoient dans la portion du cal, qui étoit déjà ossifiée.

Au reste

Au reste tout étoit comme dans l'expérience précédente, la tumeur étoit seulement un peu moins grosse ; circonstance à laquelle il est à propos de prêter attention. Les tumeurs dont je parle, augmentent de grosseur pendant quelques jours, mais elles en diminuent beaucoup à mesure que l'ossification fait du progrès.

#### SEPTIÈME EXPÉRIENCE.

On ne tua le sixième Pigeonneau que quinze jours après celui de la fracture, pour que le cal fût mieux formé ; je m'attendois à trouver la tumeur entièrement ossifiée, comme je l'avois vûe plusieurs fois après un pareil intervalle de temps, mais je fus trompé, une playe ( que j'avois faite à l'aîle de ce même Pigeonneau, dans des vûes particulières que je rapporterai dans une autre occasion ) avoit rendu cet animal malade, & le cal n'étoit guère mieux formé que celui de l'expérience précédente, ainsi la partie extérieure de sa tumeur étoit cartilagineuse, l'intérieure étoit osseuse. Ayant fendu l'os suivant sa longueur, on voyoit clairement que les bouts fracturés n'avoient point contribué à la formation du cal, & qu'étant l'un au bout de l'autre, ils étoient seulement assujettis par une espece de virole osseuse que formoit l'endurcissement de la partie intérieure de la tumeur.

Les expériences que je viens de rapporter, jettent certainement un grand jour sur la formation du cal osseux qui opere la réunion des fractures, elles m'ont fourni une suite d'observations qui concourent toutes à prouver qu'il est produit par l'épaississement & l'ossification du périoste.

Cette découverte remet tout dans l'ordre naturel, car il est bien moins surprenant de voir le périoste s'ossifier, qu'il ne l'est de voir des glandes, des vaisseaux sanguins & des membranes devenir de vrais os. Ces phénomènes ne sont pas rares, il n'y a point d'Anatomiste qui n'en ait observé, & qui ne sçache que tous les os ont été mols dans leur principe.

Si l'on demandoit pourquoi le périoste se tuméfie sur le

lieu de la fracture, je pourrois faire remarquer que les parties aponévrotiques & les tendineuses sont sujettes à se tuméfier, & le prouver particulièrement par les bosses qui viennent à la tête quand on s'y est frappé, mais j'aime mieux m'en tenir au fait ; on voit que le périoste se tuméfie, c'est une observation qui ne peut être affoiblie par les raisonnements.

Néanmoins pour tirer des éclaircissements de tout ce qui me paroissoit capable d'en fournir, je me suis proposé d'examiner comment s'opéroit la cicatrice des os, en examinant le progrès de la guérison de quelques playes légères que je leur faisois à dessein.

Je pris pour cela deux Pigeonneaux, du même âge que ceux qui avoient servi aux expériences précédentes, un petit Chien âgé seulement de quinze jours, & un jeune Agneau. Je piquai assés profondément le gros os de la jambe de ces animaux, tantôt avec une fine aiguille, tantôt avec la pointe d'un compas qui faisoit les playes plus considérables, & d'autres fois avec un poinçon encore plus gros.

Un des Pigeonneaux fut tué trois jours après qu'on lui eut fait les petites playes dont je viens de parler. L'autre Pigeonneau ne fut tué que huit jours après le commencement de l'expérience. On laissa le petit Chien vivre quinze jours, & l'Agneau un mois.

Dans l'examen que je fis de l'os du Pigeonneau qui avoit été tué le premier, je vis que le périoste s'épaississoit vis-à-vis le petit trou qu'on avoit fait à l'os, & ce trou étoit rempli par un bouchon que formoit l'épaississement du périoste. Je disséquai cette membrane, en commençant à la détacher de l'os vers un des condyles, & sans la moindre difficulté le petit bouchon sortit du trou & resta attaché au périoste, dont on voyoit clairement qu'il faisoit partie.

En disséquant le second Pigeonneau, je trouvai le petit mamelon beaucoup plus adhérent à l'os.

L'adhérence étoit si considérable dans le petit Chien, qu'il ne me fut pas possible de le détacher de l'os, je remarquai



seulement que le périoste étoit plus attaché à l'os dans cet endroit qu'ailleurs ; enfin l'union étoit si parfaite à l'os de l'Agneau, qu'on avoit beaucoup de peine à reconnoître l'endroit de la piquûre.

Ces expériences levent, je crois, les principales difficultés qu'on avoit sur la réunion des fractures & sur la formation des cicatrices qui operent la guérison des playes des os ; car si on avoit peine à concevoir que des fibres dures & roides, comme le sont celles des os, fussent capables de s'allonger, de s'étendre & de se soudent les unes aux autres, on a lieu d'être satisfait quand on voit que ce sont les fibres molles, ductiles & expansibles du périoste qui se gonflent, qui prêtent, qui s'allongent, qui se soudent.

On ne sera point non plus en peine de sçavoir d'où transsude le suc osseux qu'on croyoit nécessaire pour former le cal, & pour remplir les playes des os, puisqu'on voit que c'est le périoste qui, après avoir rempli les playes des os, ou s'être épaissi autour de leurs fractures, prend ensuite la consistance de cartilage, & acquiert enfin la dureté des os.

L'utilité du périoste ne sera donc plus réduite à donner de la sensibilité aux os, comme quelques Anatomistes l'ont pensé, ou à modéler les os, comme d'autres l'ont cru, ou, suivant un sentiment assés généralement reçu, à assujettir les vaisseaux qui vont s'insérer dans la substance des os. On voit par les observations que j'ai rapportées, que cette membrane qui enveloppe tous les os, est toujours prête à réparer les dommages qu'ils auroient pu souffrir.

Mais si ce que je viens de dire sur la réunion des os, est vrai, si le cal est véritablement produit par un durcissement du périoste qui forme autour de la fracture une virole osseuse, on doit, lorsque les fractures sont bien réunies, plusieurs années après la formation du cal, trouver dans l'intérieur de la virole osseuse dont je viens de parler, les deux bouts de l'os rompu, séparés l'un de l'autre.

J'ai scié dans cette intention plusieurs de ces os calleux que M.<sup>rs</sup> Winslow, Morand & Hunauld conservoient dans

leurs Cabinets, & j'ai plusieurs fois trouvé une séparation sensible entre les deux bouts d'os rompus, mais d'autres fois je n'ai pu appercevoir cette séparation.

L'envie que j'avois d'éclaircir un fait qui ne quadroit pas avec mes expériences, m'engagea dans de nouvelles recherches. Je rompis la jambe d'un jeune Agneau, la réduction en fut faite sur le champ avec toute l'exactitude possible, & on ne le tua qu'au bout de quatre mois.

Je trouvai le cal fort petit & très-uni, je le sciai en différents sens, mais il ne me fut pas possible de distinguer les extrémités du vieil os.

Cette expérience me conduisit à penser que la réunion des fractures étoit d'autant plus exacte, que les animaux étoient plus jeunes, ce qui me détermina à examiner encore avec plus d'attention que je ne l'avois fait, toutes les circonstances qui accompagnent la formation du cal, sur-tout à l'égard des animaux extrêmement jeunes, comme sont ces petits Pigeonneaux qui ne font que d'éclore. Voici quelles ont été mes observations.

1.<sup>o</sup> J'ai quelquefois remarqué que l'épaississement du périoste qui enveloppe les fractures, se prolongeoit pour remplir l'intervalle qui se trouvoit entre les bouts d'os rompus, précisément comme j'ai dit que le périoste s'allongeoit pour remplir les petites playes des os; or cette interposition est bien propre à rendre l'union de l'os plus exacte qu'elle ne le seroit, si les os n'étoient assujettis que par la virole osseuse dont j'ai parlé plus haut.

2.<sup>o</sup> Il m'a paru que dans les jeunes animaux cette membrane intérieure des os, qu'on peut appeller le *périoste interne*, se gonfloit, de même que le périoste externe, qu'elle s'offisoit comme lui, & que ces deux membranes se pouvoient unir l'une à l'autre. Or il est clair qu'en supposant ce concours du périoste interne, la réunion des fractures en sera encore plus parfaite, & je rapporterai dans la suite des expériences qui prouveront que ce concours du périoste interne n'est pas une pure supposition.

3.° On sçait que les os des jeunes animaux sont très-tendres, on apperçoit un grand nombre de vaisseaux qui les traversent, & si ces os tendres ont long-temps resté à l'air, on voit que la partie vraiment osseuse est très-peu de chose en comparaison de celles qui étoient molles ; ainsi on peut dire que ce ne sont pas de véritables os, mais une matière qui tient le milieu entre les os & les cartilages, & je prouverai ailleurs que ces os tendres conservent encore quelques-unes des propriétés du périoste qui leur a donné naissance, qu'ils peuvent s'étendre un peu & se souder avec le périoste qui les recouvre, alors le cal ne sera plus une virole osseuse, mais une masse d'os, telle que m'a paru le cal du jeune Agneau dont j'ai parlé.

Enfin dans la dissection que j'ai faite de beaucoup de fractures, j'ai vû que quelquefois les lames osseuses qui se détachent du périoste, se joignent au vieil os jusqu'au bord de la fracture, au lieu que d'autres fois il y avoit un bout d'os auprès de la fracture, qui restoit lisse, qui n'augmentoit point de grosseur. Il me paroît probable que ces endroits sont ceux où dans le temps de la fracture le périoste s'est séparé de l'os, car j'ai des raisons de penser que cette membrane ne se rejoint point à l'os quand elle en a une fois été séparée. Mais indépendamment de cette conjecture & de toute autre, il reste toujours pour certain que la réunion sera plus parfaite toutes les fois que les lames osseuses du cal s'attacheront au vieil os jusqu'aux bords de la fracture.

Il ne faut donc pas être surpris de trouver des fractures qui sont bien plus intimement réunies les unes que les autres, puisqu'indépendamment des circonstances que je viens de rapporter, la réduction peut n'avoir pas été bien faite, l'os peut s'être rompu par éclats, le périoste peut avoir été tellement endommagé, qu'il ait besoin lui-même de se guérir, & beaucoup d'observations, entre lesquelles on doit particulièrement compter celles que M. Hunauld a communiquées à l'Académie au commencement de cette année, prouvent qu'il y a des Sujets où l'ossification se fait bien plus promptement que dans d'autres.

J'ai dit au commencement de ce Mémoire que les expériences que j'avois faites sur la réunion des Arbres rompus, avoient beaucoup contribué à me faire prendre une juste idée de la réunion des fractures; pour faire sentir combien grande est dans cette occasion l'analogie entre les Végétaux & les Animaux, il faudroit rapporter un grand nombre d'expériences & d'observations que j'ai faites sur la réunion des playes des Arbres.

Il faudroit prouver que les fibres ligneuses ne contribuent pas plus à la réunion des playes des arbres, que les fibres osseuses à celle des os.

Il faudroit faire voir que l'écorce des arbres peut fort bien être comparée au périoste des os, & que la playe d'un arbre est remplie par un allongement de l'écorce comme les playes des os le sont par les productions du périoste.

Si le périoste forme une virole dure qui assujettit les os rompus, on peut faire voir une pareille virole ligneuse qui remédie à la rupture des arbres.

Il me seroit aisé de prouver que l'écorce s'épaissit sur l'endroit où un arbre a été rompu, comme j'ai fait voir que le périoste se tuméfie sur les fractures.

Pour peu qu'on ait quelque connoissance de l'œconomie végétale, on conviendra que l'écorce, de même que le périoste, commence à s'endurcir par la partie intérieure, & qu'après la parfaite réunion on voit sur les arbres rompus une éminence fort semblable à celle qui enveloppe les fractures des os.

Mais l'étendue des dissertations académiques ne me permet pas de suivre plus loin cette analogie, non plus que de rapporter les expériences qui l'établissent.

Ce n'est pas là le seul point de discussion que je me trouve obligé de renvoyer à un autre Mémoire, les recherches que j'ai faites sur la réunion des fractures, m'ont conduit à des découvertes beaucoup plus étendues, puisqu'elles roulent sur le développement & l'accroissement général des os; point d'anatomie qui est intéressant, qui a beaucoup occupé les

Anatomistes, qui cependant n'a été encore qu'ébauché, & sur lequel je crois être en état de jeter un grand jour, sur-tout depuis que j'ai trouvé le moyen de suivre l'accroissement des os, lorsqu'ils sont recouverts par les muscles & les téguments, presque avec autant de précision que s'ils étoient continuellement exposés à notre vûe; moyen qui me met en état d'établir très-positivement, non seulement tout ce qui appartient à l'accroissement des os pris en général, mais même tout ce qui regarde l'accroissement de chaque os en particulier. Ce sera-là la partie curieuse de mon travail, qui me mettra à portée de discuter ensuite plusieurs articles qui regardent les Maladies des Os, & j'espère que mes recherches pourront être de quelque utilité pour leur traitement.

### EXPLICATION DES FIGURES.

#### 1. L'Os du Pigeonneau de la seconde expérience.

On doit remarquer la Tumeur *A* qui est sur l'endroit où l'Os s'étoit rompu.

#### 2. Le même Os où le Périoste tuméfié est disséqué.

On doit remarquer les extrémités *A* de l'Os rompu, qui sont dans le même état qu'elles étoient au moment de la fracture.

Le Périoste *B*, qui est disséqué.

La Bande *CC*, qui forme quelquefois une éminence qui se profonge entre les bouts de l'Os rompu, & quelquefois une espece de petite gouttière.

#### 3. L'Os du Pigeonneau de la troisième expérience.

On doit remarquer,

*A*, le Périoste disséqué.

*BB*, endroits où l'Os a commencé à acquérir un peu de grosseur.

*CC*, les bords de l'Os qui sont lisses, unis, & de la même grosseur qu'ils étoient dans le temps de la fracture.

#### 4. L'Os du Pigeonneau de la quatrième expérience, le Périoste étant disséqué, & l'Os fendu suivant sa longueur.

On doit remarquer,

*A*, le Périoste disséqué.

*B*, la nouvelle couche osseuse qu'on a faite un peu trop épaisse, & qu'on a marquée en brun pour la rendre plus apparente.

*C*, la rupture.

5. L'Os du Pigeonneau, dont le Cal est bien formé.

*A*, le Périoste disséqué.

*B*, le Cal.

6. Plusieurs Os de différentes Volailles, qui ont été mal réduits, & sur lesquels on voit,

*A*, les extrémités des Os rompus qui n'ont pu contribuer à la formation du Cal.

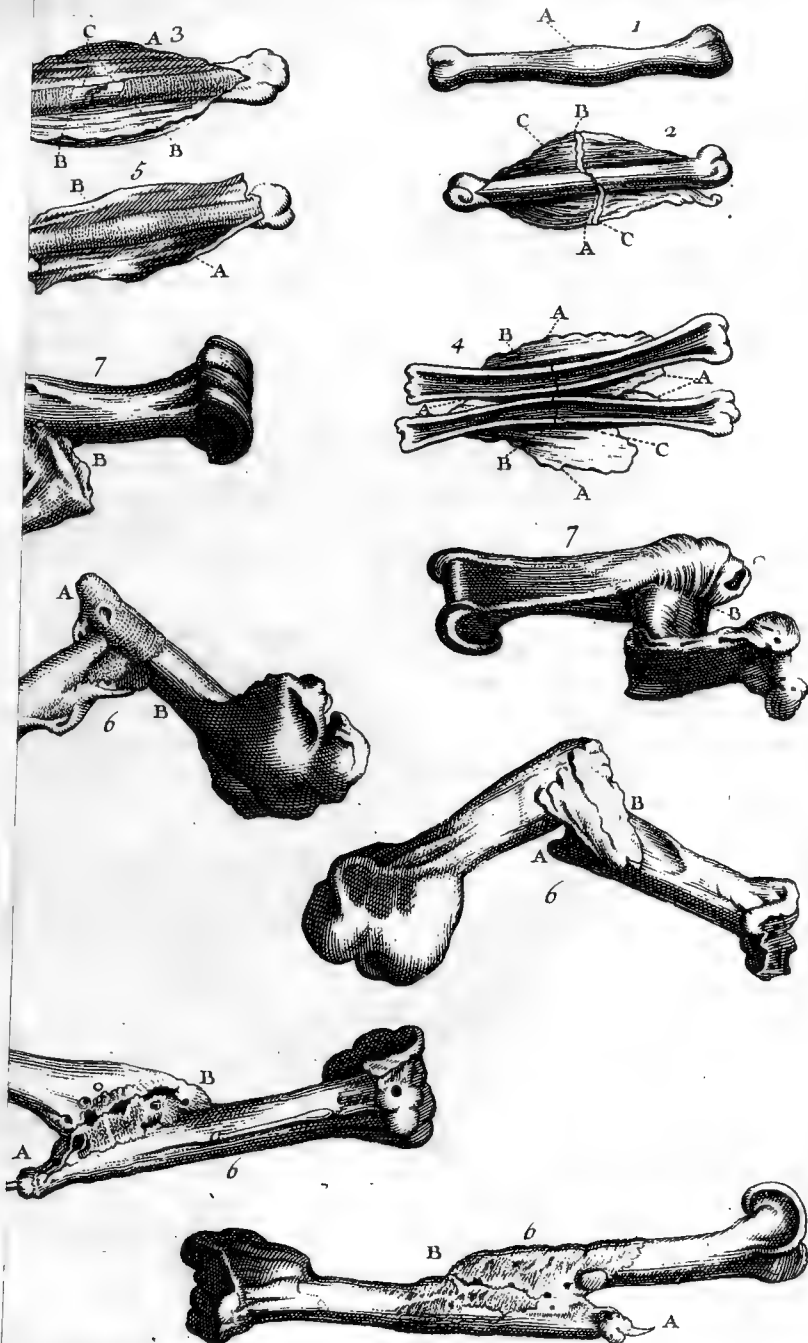
*B*, le Cal, qui par les plis qui y sont marqués, & par sa forme, paroît être produit par l'ossification du Périoste.

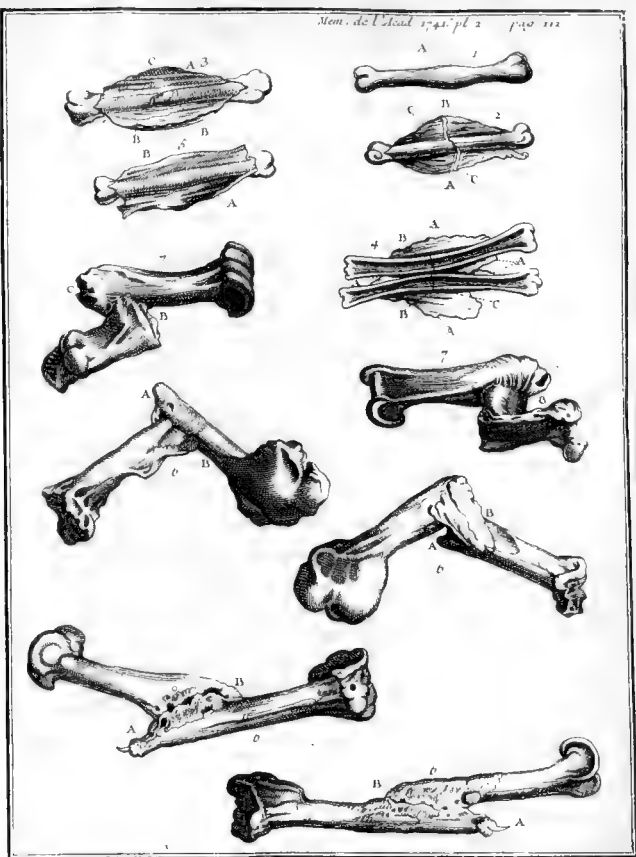
7. Les extrémités *C* de ces Os paroissent considérablement augmentées : ils sont creux, ce qui peut venir, ou de ce que ces Os ont été affligés de quelques maladies, ou de ce qu'ils auroient été rompus lorsque l'animal étoit fort jeune.

8. L'Os d'un Homme adulte, qui a été rompu avec éclats, & dont le Cal commençoit d'avoir acquis de la solidité quand l'Homme mourut.

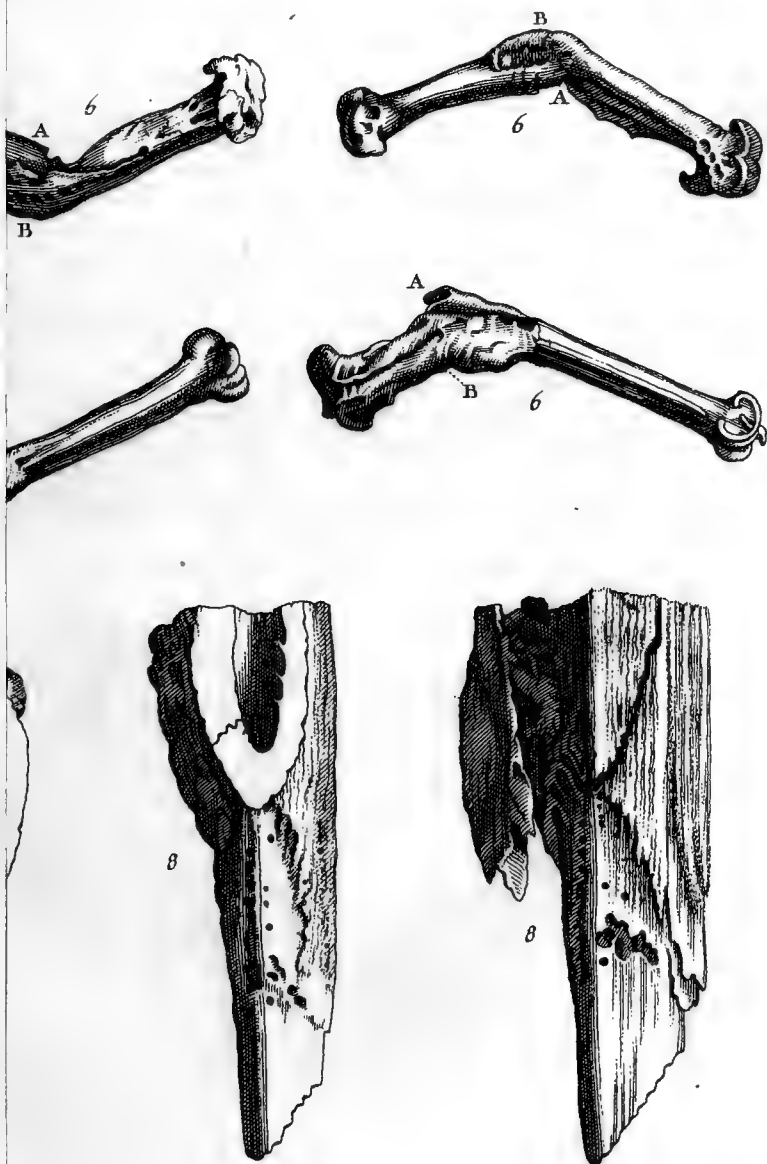
Quand M. Morand m'eut donné cet os, je le sciai en différents sens, & je remarquai qu'il n'y avoit pas véritablement de cal, mais qu'il s'élevoit des especes de végétations, tant du Périoste que de la membrane médullaire, & que ces végétations osseuses formoient toute la réunion qui avoit pu se former depuis la fracture.

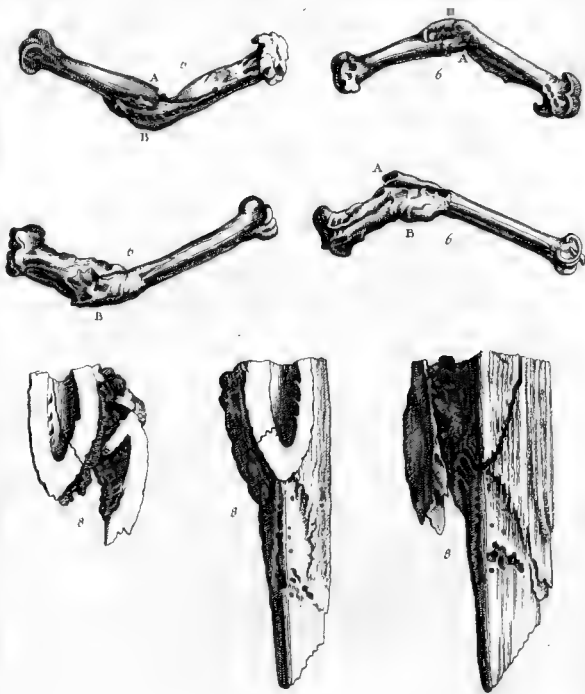












*SUR LA HAUTEUR APPARENTE  
DU TROPIQUE DU CANCER,*

*Observée en 1740 avec un Secteur de six pieds  
de rayon.*

Par M. CASSINI DE THURY.

TOUT ce qui a rapport à la connoissance de l'obliquité de l'Ecliptique, a toujours été regardé comme très-précieux en Astronomie : c'est dans cette vûe que l'on observe tous les ans avec un très-grand soin les hauteurs méridiennes du Soleil dans le temps des Solstices ; que des Astronomes non contents des observations qu'ils avoient faites dans leurs climats, des méthodes qu'ils avoient employées, qui leur paroïssent difficiles & trop composées, ont entrepris des voyages dans les endroits de la Terre qu'ils jugerent les plus propres pour parvenir à cette connoissance, & pour y pratiquer des méthodes plus simples qu'ils avoient imaginées : en effet ils ne pouvoient pas, sans avoir bien constaté cet élément, déterminer le vrai lieu du Soleil, des Planetes, & en général de tous les corps célestes, ni par conséquent contribuer à la perfection de l'Astronomie.

17 Juin  
1741.

La plupart de leurs observations sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie, les détails & leurs circonstances y sont exposées dans le plus grand jour, & il est aisé de juger par tout ce qui a été fait pour approfondir cette matière, combien elle étoit délicate & digne de l'attention des Astronomes.

Cependant lorsqu'en examinant les résultats des observations, on vient à discuter tous les éléments qui entrent nécessairement dans le calcul des réductions qu'il y faut faire, & sur la plupart desquels les Astronomes ne sont point d'accord, & à apprécier le degré de précision qu'on peut attendre

*Mem. 1741.*

P

des Instruments qui y ont été employés, il ne paroît pas, de l'aveu même des Observateurs, qu'ils ayent porté cette connoissance jusqu'au dernier terme de la précision qu'il est permis d'espérer.

Il ne faut que consulter les registres des observations de plusieurs Astronomes, comparer des hauteurs déterminées dans un même lieu avec différents & souvent avec les mêmes Quart-de-cercles, pour être convaincu que leurs instruments étoient insuffisants ou plutôt trop imparfaits pour une recherche aussi délicate. Je ne parle pas seulement ici des instruments à pinnule & autres mis en usage par les anciens Astronomes, mais même de ceux dont se sont servis les Observateurs les plus modernes. M. le Monnier a fait voir dans les Mémoires de l'Académie de 1738, que l'instrument de M. de la Hire, celui dont il s'est servi principalement pour ses observations, donnoit les hauteurs des Etoiles près du Zénith trop grandes de près d'une minute, ce qu'il a prouvé par les propres observations de cet Astronome. Les observations que Messieurs de l'Académie ont faites en dernier lieu à Amiens avec le Secteur de M. Graham, font assés voir combien l'instrument de M. Picard, qui passoit pour un des meilleurs de son temps, étoit éloigné de la précision qu'il en avoit osé espérer. Enfin toutes celles que nous avons faites dans l'étendue de la Méridienne, nous confirment de plus en plus l'imperfection de ces instruments, les doutes que nous pouvons avoir sur les observations pour lesquelles ils ont été employés, enfin le besoin que nous avons de nouveaux éclaircissements.

Mais bien-loin d'être étonnés des différences que nous venons de faire remarquer, & de tâcher de les concilier par des corrections souvent trop forcées, n'en voyons-nous pas évidemment la cause dans la construction même de ces instruments? En effet, étoit-il possible, avant que l'on eût adapté les Micrometres aux Quart-de-cercles, de prendre & d'estimer les hauteurs avec la même précision que nous les observons aujourd'hui au moyen de cette addition, dont nous

sommes redevables au Chevalier de Louville ; au lieu qu'il falloit remuer l'instrument dans le temps de l'observation, il ne s'agit plus présentement que de faire mouvoir un fil, de l'éloigner ou de l'approcher jusqu'à ce qu'il concoure exactement avec le point dont on veut déterminer la hauteur, ce qui s'exécute sans causer aucun dérangement à l'instrument. Cette considération doit bien plus avoir lieu dans les grands Secteurs, qui sont plus difficiles à manier, plus sujets par conséquent à se décaler, à se déranger de leur plan, & il n'y a point de doute que ce ne soit la principale source des erreurs que l'on a trouvées dans les observations de M. Picard & dans celles de la Méridienne.

L'exactitude que nous avons reconnue dans les divisions de notre Secteur, sa solidité éprouvée par un transport de plus de 400 lieues, le peu de variation que nous avons remarqué dans la direction de son zénith en quatre stations différentes, enfin l'accord de toutes les observations faites en différents temps & lieux, sembloient nous promettre une si grande précision, que nous avons jugé devoir l'employer pour vérifier un des points les plus importants en Astronomie, la hauteur apparente du Tropique du Cancer, d'où dépend principalement l'obliquité de l'Ecliptique. Je m'y suis trouvé d'autant plus engagé, que cette observation comparée à celles que nous avions faites l'année précédente à Bourges, pouvoit être employée très-utilement pour déterminer la différence des parallèles entre ces deux lieux, & peut-être même avec plus de précision que par les Etoiles, qui outre les variations que l'on a remarquées dans leurs positions en différents temps de l'année, sont sujettes à d'autres irrégularités dont on ne connoît pas encore les règles, au lieu que la hauteur solsticiale ne varie point sensiblement d'une année à l'autre.

On ne jugea point devoir attendre le jour même du Solstice pour observer la hauteur apparente du Soleil, une seule observation ne suffit pas, lorsqu'il s'agit d'établir un fait douteux, & il est toujours avantageux de multiplier les

116 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 observations autant qu'il est possible, pour voir & de quelle  
 manière elles s'accordent, & de quel degré de précision elles  
 sont susceptibles ; d'ailleurs l'on peut calculer, sans courir  
 aucun risque de tomber dans la moindre erreur, l'Equation  
 qui convient à chaque hauteur prise avant & après le Solstice,  
 pour les rapporter toutes à une même, qui est la hauteur  
 solsticiale que l'on cherche.

On pouvoit avec notre Secteur, dont le zénith répond  
 à  $26^{\circ} 23'$  de la division, prendre des hauteurs du Soleil,  
 lorsque sa distance au Zénith est de  $26^{\circ} 23'$ , c'est-à-dire,  
 quinze jours avant & après le Solstice ; mais comme le limbe  
 de cet instrument ne comprend que  $51^{\circ} 20'$ , nous ne pou-  
 vons profiter d'un des principaux avantages de ces instru-  
 ments, qui consiste à prendre les hauteurs d'un même objet  
 dans les deux sens, ce qui sert non seulement à avoir leurs  
 hauteurs absolues, mais même à sous-diviser l'erreur qui pour-  
 roit être dans la division. L'on verra que nous n'avons point  
 négligé cet avantage dans les observations de Bourges, où  
 le Soleil, dans le temps du Solstice, est plus élevé de près  
 de 2 degrés qu'à Paris ; on y a suppléé dans les observations  
 de Paris, en déterminant le zénith de l'instrument par les  
 hauteurs réciproques de différentes Etoiles, & principale-  
 ment de l'Etoile  $\gamma$  de l'Ourse.

*Observations de l'Etoile  $\gamma$  de l'Ourse.*

Le 15 Juillet le fil à plomb		
marquoit. . .	$28^{\circ} 10' 23'' 48'''$	} Milieu $28^{\circ} 10' 21'' 44'''$
Le 16 . . . . .	$28 \ 10 \ 20 \ 0$	
Le 17 . . . . .	$28 \ 10 \ 21 \ 23$	

On retourna l'instrument.

Le 18 le fil à plomb		
marquoit. . .	$24 \ 35 \ 58 \ 28$	} Milieu $24 \ 35 \ 58'' 2$
Le 23 . . . . .	$24 \ 35 \ 57 \ 26$	

Somme. . .  $52 \ 46 \ 19 \ 46$

Zénith du Secteur. . .  $26 \ 23 \ 9 \ 53$

Donc la distance appar. de l'Etoile  $\gamma$  au Zénith est de  $1 \ 47 \ 11 \ 51$

Le temps ne permit de commencer les observations du Soleil que le 15 du mois de Juin, & elles furent continuées jusqu'au 30 du même mois. Dans cet intervalle de temps on fit huit observations des hauteurs méridiennes du Soleil. On avoit d'abord eu une grande attention à diriger l'instrument dans le plan du Méridien, & à placer le fil à plomb sur le point de la division, le plus près de la hauteur d'un des bords du Soleil, pour que le fil du Micrometre n'eût qu'un très-petit espace à parcourir; & pour ne rien négliger de ce qui peut tendre à une plus grande précision, l'on avoit déterminé l'épaisseur du fil d'argent, qui fut trouvée de 6". 12"', & l'on y a eu égard dans chaque observation où le bord du Soleil rasoit exactement le fil du Micrometre. Je ne crois pas que l'on ait encore poussé le scrupule aussi loin, ce n'est pourtant que par ces petites attentions ou especes de raffinements que l'on peut espérer de faire de nouveaux progrès dans l'Astronomie.

*Observations des Hauteurs méridiennes du Soleil,  
réduites au temps du Solstice.*

	15 Juin	16 Juin	18 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 10' 47" 0'''	1° 13' 0" 0'''	1° 16' 2" 3'''
Demi-diametre du fil. ....	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées.....	1 10 43 54	1 12 56 54	1 15 58 57
Zénith du Secteur. ....	26 23 9 53	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 12 25 59	25 10 12 59	25 7 10 56
Demi-diametre du Soleil.....	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith...	25 28 13 59	25 26 0 59	25 22 58 56
Distance du Soleil au Tropique....	6 50 0	4 39 0	1 34 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith...	25 21 23 59	25 21 21 59	25 21 24 56

# 118 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

	25 Juin	26 Juin	27 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 13' 52" 4"	1° 11' 55" 10"	1° 9' 33" 48"
Demi-diametre du fil . . . . .	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées . . . . .	1 13 48 58	1 11 52 4	1 9 30 42
Zénith du Secteur . . . . .	26 23 9 53	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 9 20 55	25 11 17 49	25 13 39 11
Demi-diametre du Soleil . . . . .	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith..	25 25 8 55	25 27 5 49	25 29 27 11
Distance du Soleil au Tropique . . . .	3 44 0	5 42 0	8 4 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	25 21 24 55	25 21 23 49	25 21 23 11

	28 Juin	30 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 6' 49" 39"	1° 0' 0" 0"
Demi-diametre du fil . . . . .	3 6	3 6
Observations corrigées . . . . .	1 6 46 33	0 59 56 54
Zénith du Secteur . . . . .	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 16 23 20	25 23 12 59
Demi-diametre du Soleil . . . . .	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith..	25 32 11 20	25 39 0 59
Distance du Soleil au Tropique . . . .	10 48 0	17 38 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	25 21 23 20	25 21 22 59

La plus grande différence entre les résultats de ces huit observations monte à 3 secondes, ce qui est à peu-près le terme de la précision que l'on peut attendre de notre instrument, où l'intervalle de deux secondes est peu sensible, puisqu'il n'égale point la moitié de l'épaisseur du fil que nous avons supposée de plus de 3 secondes; d'ailleurs il est impossible que plusieurs observations différentes, fussent-elles faites avec les plus grands & les meilleurs instruments, se rencontrent précisément dans le même point, mais alors on doit prendre pour vrai un certain point dont le plus grand nombre d'observations s'écarte le moins, & autour duquel elles roulent: ce point est ici 25° 21' 24", que nous supposerons être la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire.



Il nous reste à examiner si cette détermination s'accorde aux observations que nous avons faites l'année précédente à Bourges, dans un lieu plus méridional que l'Observatoire de Paris, de  $1^{\circ} 45' 7''$ .

*Observations du Soleil faites à Bourges au Solstice d'Été de l'année 1739.*

Le zénith de l'instrument répondoit à ....  $26^{\circ} 23' 3''$  de la division.

La face de l'instrument étant tournée vers l'Orient, on fit les observations suivantes.

	18 Juin	19 Juin	21 Juin
Observation du bord sup. du Soleil ..	$2^{\circ} 59' 59'' 19'''$	$3^{\circ} 1' 14'' 17'''$	$3^{\circ} 2' 33'' 6'''$
Demi-diamètre du fil .....	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées .....	2 59 56 13	3 1 11 11	3 2 30 0
Zénith du Secteur .....	26 23 3 0	26 23 3 0	26 23 3 0
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	23 23 6 47	23 21 51 49	23 20 33 0
Demi-diamètre du Soleil .....	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith...	23 38 54 47	23 37 39 49	23 36 21 0
Distance du Soleil au Tropique. ....	2 34 0	1 19 0	3 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	23 36 20 47	23 36 20 49	23 36 18 0

La face de l'instrument tournée vers le Couchant.

	22 Juin	25 Juin	Comparaison des Hauteurs du Soleil, observées le 21 & le 22 Juin pour le zénith du Secteur.
Observ. du bord sup. du Soleil	$49^{\circ} 43' 35'' 51'''$	$49^{\circ} 44' 48'' 16'''$	
Demi-diamètre du fil .....	3 6	3 6	
Observations corrigées .....	49 43 38 57	49 44 51 22	$3^{\circ} 2' 30'' 0'''$
Zénith du Secteur .....	26 23 3 0	26 23 3 0	49 43 38 57
Dist. du bord sup. du S. au Z.	23 20 35 57	23 21 48 22	
Demi-diamètre du Soleil. ....	15 48 0	15 48 0	52 46 8 57
Dist. du centre du Sol. au Zén.	23 36 23 57	23 37 36 22	26 23 4 28
Dist. du Soleil au Tropique ..	3 0	1 16 0	Zénith du Secteur.
Dist. du Trop. du Canc. au Z.	23 36 20 57	23 36 20 22	

Dans le calcul des observations précédentes, nous avons supposé le zénith de l'instrument tel que nous l'avions déterminé par les observations de différentes Etoiles, quoiqu'il

parût plus naturel de l'employer tel qu'il résulte des observations du Soleil faites le 21 & le 22 Juin, d'autant plus que le Solstice étant arrivé dans l'intervalle entre ces observations, le Soleil devoit être à peu-près à la même hauteur le 21 & le 22 Juin à midi: cependant comme nous n'avions qu'une seule observation du Soleil faite en ce sens, la seconde étant trop éloignée du Solstice, nous avons jugé devoir nous arrêter à ce qui résultoit d'un plus grand nombre d'observations; d'ailleurs la différence est si petite, que l'on peut employer indifféremment l'une ou l'autre supposition, sans s'écarter dans les résultats, de plus d'une seconde.

Nous supposerons donc la distance du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire de Bourges, de  $23^{\circ} 36' 20''$ . Mais la différence des paralleles des deux

Observatoires, est de . . . . . 1 45 7.

Donc la distance apparente du Tropique du

Cancer au Zénith de Paris, doit être de...  $25^{\circ} 21' 27''$ .

Cette distance est plus grande de 3 secondes qu'elle ne résulte des observations faites à Paris, & elle le doit être en effet à cause de la réfraction qui rapproche les objets du Zénith d'autant qu'ils en sont plus éloignés; ainsi le Soleil étant plus élevé à Bourges qu'à Paris dans le temps du Solstice, ses hauteurs apparentes ont dû être différemment altérées par la réfraction, d'une quantité qui est de..  $2''$ , laquelle étant retranchée de . . . . .  $25^{\circ} 21' 27''$ ,  
2"

donne la distance apparente du Tropique du

Cancer au Zénith de l'Observat. de Paris, de  $25^{\circ} 21' 25''$ , différente seulement de 1" de celle que nous avons établie par les observations immédiates.

Le rapport de ces deux observations, qui est au de-là de tout ce qu'on peut espérer, puisqu'il ne faut point s'attendre à trouver une entière précision dans tout ce qui est genre d'observation, & qui demande de l'exécution & de la pratique, cette conformité, dis-je, dans la comparaison que nous venons de faire, nous sert en même temps de preuve de

de l'exactitude avec laquelle nous avons établi la différence des parallèles entre l'Observatoire de Paris & le lieu où nous avons observé à Bourges, ce qui étoit un des objets de cette recherche.

Nous allons examiner présentement quelle est l'obliquité de l'Ecliptique qui résulte de ces nouvelles observations.

### *Détermination de l'obliquité de l'Ecliptique.*

On ne peut douter que la hauteur du Pole de l'Observatoire ne soit connue à 10 secondes près, & ne soit aux environs de  $48^{\circ} 50' 10''$ . Cette détermination résulte des observations faites non seulement dans ce lieu, mais même en différents endroits de Paris, par M.<sup>rs</sup> Picard, le Chevalier de Louville & le Monnier le fils, & nous serons bien-tôt à portée de la vérifier, lorsque le nouveau Quart-de-cercle que construit le S.<sup>r</sup> Langlois dans la même forme que notre Secteur, sera achevé. A l'égard de la réfraction, les Tables de M. de la Hire la donnent à la hauteur de 64 degrés, plus grande de 7 secondes que celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps : de plus ce même Astronome regarde l'effet de la parallaxe comme insensible à cette hauteur, tandis que mon Pere la suppose encore de  $3''$  à la même hauteur ; ainsi il est évident que selon que l'on emploiera l'une ou l'autre de ces deux Tables, il doit en résulter une différence de près de  $10''$  dans l'obliquité de l'Ecliptique.

Mais en attendant que l'on ait vérifié ces différences, nous supposerons la réfraction moins la parallaxe, telle qu'elle est marquée dans la Conn. des Temps, & voici ce qui en résulte.

La réfraction moins la parallaxe à la hauteur de  $64 \text{ deg. } \frac{2}{3}$ ,  
est de . . . . .  $25''$ ,  
qu'il faut ajouter à la distance apparente du  
Tropique du Cancer . . . . .  $25^{\circ} 21' 24''$ ,  
& l'on aura la distance vraie, de . . . . .  $25 \ 21 \ 49$ ,  
laquelle étant retranchée de la haut.<sup>r</sup> du Pole  $48 \ 50 \ 10$ ,  
détermine l'obliquité de l'Ecliptique, de . . .  $23^{\circ} 28' 21''$ .

Ce seroit ici le lieu d'examiner s'il y a eu une variation réelle & uniforme dans cette obliquité, mais nous ne trouvons ni dans les observations anciennes ni dans les modernes aucun terme exact de comparaison; ainsi quoiqu'il y ait beaucoup d'apparence que cette obliquité diminue, l'on peut toujours douter si les différences que l'on y a remarquées, ne doivent pas être plutôt attribuées aux erreurs des observations qu'à une diminution réelle de cette obliquité. M. de la Hire rapporte au commencement de ses Tables astronomiques, que par un grand nombre d'observations qu'il a faites depuis l'année 1681 jusqu'en 1687 qu'il les a publiées, il a trouvé la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil au Solstice d'Été, de  $64^{\circ} 55' 24''$ : si l'on en retranche le demi-diamètre du Soleil, que nous avons supposé de  $15' 48''$ , on aura la hauteur du centre du Soleil de  $64^{\circ} 39' 36''$ , dont le complément  $25^{\circ} 20' 24''$  est la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire, plus petite d'une minute que celle que nous avons trouvée en dernier lieu; ainsi dans un espace de près de 50 ans il y auroit eu une diminution d'une minute dans l'obliquité de l'Écliptique, tandis que selon d'autres observations faites par mon Grand-pere en 1656, par M. Richer en 1672, on ne trouve qu'une différence de  $42$  à  $34''$  dans un intervalle de plus de 80 ans. On observera les mêmes variétés dans la comparaison des observations plus éloignées. Copernic en 1500 n'avoit trouvé cette obliquité que de  $23^{\circ} 28' 24''$ , peu différente de celle d'aujourd'hui, tandis que Tycho, 70 ans après, la suppose de  $23^{\circ} 31' 30''$ ; ainsi on ne peut rien encore établir de certain sur cette matière, il nous suffira pour le présent d'avoir bien constaté la hauteur solsticielle du Soleil, & il est à désirer, pour la perfection de l'Astronomie, que l'on fasse dans la suite une ample provision d'observations & de faits aussi bien avérés, qui pourront être un jour les fondements & les sources fécondes de plusieurs découvertes qui paroissent réservées aux Siècles à venir.



O B S E R V A T I O N S  
SUR LES REMEDES DE MAD.<sup>LLE</sup> STEPHENS  
POUR LA PIERRE.

*Second Mémoire.*

Par M. MORAND.

ON a vû dans le premier Mémoire que j'ai donné sur les remedes de M.<sup>lle</sup> Stephens, des expériences dont il résulte que l'Urine imprégnée de la vertu dissolvante des remedes, est capable d'entamer la Pierre & d'en décomposer les parties ; mais il manquoit à cela des preuves tirées de l'état de la Pierre exposée plus ou moins long-tems dans la Vessie même, à l'action de l'Urine devenue médicamenteuse.

9 Decemb.  
1741.

Comme j'ai eu connoissance de plus de soixante Malades qui ont usé de ces remedes pour la Pierre bien constatée dans la Vessie, il étoit difficile que cette preuve échappât à mes recherches : elle m'a été fournie par trois de ces malades, dont ce Mémoire contient une courte histoire.

1.<sup>o</sup> Un homme âgé de 34 ans, ayant les symptomes les plus cruels de la Pierre, fut sondé, & la Pierre fut constatée par la Sonde. Comme il avoit les signes d'un Ulcere à la Vessie, je lui conseillai foiblement l'usage des remedes, par les raisons détaillées dans mon premier Mémoire ; cependant il aima mieux les essayer que de se livrer à l'opération, & les prit pendant trois mois, ses douleurs augmentèrent : il discontinua les remedes vers la fin de Février 1741, & mourut dans le mois d'Avril.

A l'ouverture de son corps on lui trouva dans la Vessie une Pierre (*Fig. 1.*) du volume d'un gros marron, criblée dans toute sa surface comme une pierre tendre qui auroit été exposée à l'effet d'une chute d'eau, plus profondément

entamée à sa face postérieure, & tronquée par en bas, de façon qu'on juge qu'environ le quart de la Pierre a été détruit.

En même temps que la Pierre fut trouvée, le jugement que j'avois porté sur l'Ulcere fut vérifié : la Pierre étoit à moitié enchatonnée dans un sac creusé dans la tunique interne de la Vessie, près de l'endroit où elle est percée par l'Uretere, & là cette tunique étoit ulcérée, épaissie & calleuse.

Mais une singularité très-digne d'être remarquée, c'est que cette Pierre portoit dans une rainure creusée à sa face latérale gauche, une autre Pierre plus petite (*Fig. 2.*) d'une nature toute différente, représentant une portion de Tuyau cylindrique, qui a près d'un pouce de long & quatre à cinq lignes de diametre. Ce Tuyau est lisse au dehors, il est évidé jusqu'à la moitié de sa longueur par le bout qui regardoit l'Uretere, & n'a plus que l'écorce ; par le bout inférieur il est plein d'un bouchon pierreux qui commençoit à être cerné par en haut.

De l'état dans lequel ces Pierres ont été trouvées, je tire les conséquences suivantes, & je dis : premièrement, que la grosse Pierre avoit été entamée dans toute sa surface par l'Urine empreinte de la vertu dissolvante des remedes ; secondement, que les grains de sable dont elle est composée, ayant peu de liaison entr'eux, & faisant une pierre bien moins compacte que celles qui sont formées par couches, ils ont pu être absolument desunis, & que la Pierre a même été vraisemblablement détruite dans sa partie inférieure, qui est précisément l'endroit où elle a été plus constamment environnée de l'Urine ; troisièmement, que si le malade ne s'étoit point trouvé dans les circonstances fatales qui aggravoient son mal, la Pierre auroit pu à la longue être détruite en entier par l'usage des remedes, puisqu'en trois mois de temps elle en avoit éprouvé des effets si marqués.

Si on considere à part le Tuyau pierreux, on sera disposé à croire qu'il a été originairement formé dans l'Uretere,

qui lui a servi de moule ; mais il est bon d'observer par rapport à la consistance différente des couches, que c'est l'inverse des Pierres de Vessie, car l'écorce du Tuyau est bien plus solide que la matière pierreuse qui le bouche, & peut-être l'Urine dissolvante avoit-elle détruit ce qui manquoit du bouchon.

2.<sup>o</sup> J'ai dit dans mon premier Mémoire que les Pierres meurales ne me paroïssent pas susceptibles de l'action des remèdes ; mais comme plusieurs especes de Pierres sont comprises sous cette dénomination, lorsque leur surface extérieure est hérissée de mamelons pareils à ceux du fruit du Meurier, je restrains la proposition à celles qui ont la couleur de mâchefer, & qui sont presque aussi dures que le Marbre : cependant on donne le même nom à des Pierres de couleur de safran ou de rouille de fer, qui sont moins dures que les précédentes, mais qui le sont beaucoup plus que les Pierres blanches, & que celles qui sont faites de grains de sable amoncelés autour d'un noyau ou sans noyau. Je n'aurois pas cru qu'aucune de ces Pierres meurales eût pu être entamée par l'action des remèdes, mais je crois avoir une preuve que celles de la seconde espece ne leur résistent pas.

Un homme âgé de 74 ans, ayant la Pierre bien constatée par la Sonde, avoit pris pendant trois mois de suite la boisson savonneuse & la poudre. Il en fut soulagé pendant quelque temps ; mais les douleurs étant revenues, il se soumit à l'opération de la Taille, qui lui fut faite par M. Guerin au mois d'Avril dernier.

On lui tira une Pierre (*Fig. 3.*) grosse comme un petit œuf, aplatie par deux faces dans sa longueur. On ne peut mieux exprimer l'action des Urines sur cette Pierre, qu'en disant qu'elle est cizelée ; elle paroît avoir eu une écorce raboteuse qui a été détruite presque par-tout, & dont il ne reste que quelques vestiges en sa surface : les couches rougeâtres qui sont sous cette écorce, étant entamées inégalement, on peut compter celles qui sont détruites, & il y a des endroits où on en compte réellement jusqu'à six d'usées.

Enfin, la destruction de ces couches a découvert une autre couche grise qui commençoit elle-même à être entamée. Excepté la Pierre dont M. Hartley parle dans son Supplément, qui étoit cavée par dedans, & percée de plusieurs trous qui la traversoient dans toute son épaisseur, je n'en vois point qui fournisse des preuves plus sensibles de l'opération des remedes, que celle dont je viens de donner l'histoire.

J'ajouterais en passant, que ce malade a été très-bien guéri, ce qui prouve que l'usage des remedes ayant précédé l'opération, n'en empêche point le succès, toutes choses étant d'ailleurs égales.

3.<sup>o</sup> Je crois pouvoir rapporter à ces observations celle qui a été communiquée à l'Académie par M. Lieutaud, l'un de ses Correspondants, qui a donné les remedes de M.<sup>lle</sup> Stephens avec succès à six malades d'Aix en Provence, dont le plus jeune a cinquante ans passés. Un de ces malades ayant pris les remedes pendant un mois & quelques jours, mourut de l'état misérable où l'avoient mis des souffrances continuelles. On l'ouvrit, & on lui trouva une Pierre (*Fig. 4.*) de la grosseur d'un petit œuf de Poule, dont la première couche avoit été presque entièrement emportée; la seconde étoit détruite en plusieurs endroits, & découvre la troisième qui est d'une couleur plus foncée, de manière que la surface de cette Pierre représente assez bien celle d'un os vermoulu.

Si l'aspect de cette Pierre a pu étonner ceux qui ont assisté à l'ouverture du Cadavre, comme le rapporte M. Lieutaud, ils l'eussent été bien davantage en voyant celles qui font le sujet des observations précédentes. En effet, l'impression du dissolvant y est bien plus marquée, les traces sont bien plus profondes, & l'action des remedes y est bien mieux démontrée.

Ceux qui se refusent même aux vraisemblances sur cette matière, diront peut-être que ces Pierres, écorchées, entamées, usées, selon moi, par l'effet des remedes, étoient telles



dans la Vessie, indépendamment de l'effet que j'attribue aux remèdes, & la difficulté m'en a été faite.

A cela je réponds deux choses. 1.<sup>o</sup> On n'a vû tant de Pierres si bizarrement ciselées, travaillées, rongées, que depuis que les remèdes de M.<sup>lle</sup> Stephens sont en vogue. Pourquoi dans les Cabinets de ceux qui rassemblent des Pierres de Vessie, n'en voit-on pas qui en approchent ? & si par hazard il s'y en trouve, pourquoi sont-elles plus communes à présent ?

2.<sup>o</sup> J'ai une preuve complète que dans l'usage de ces remèdes on rend par la voye des urines, je ne dis pas des écailles, mais des fragments qui ont la même surface que la Pierre qu'on retrouve ensuite dans la Vessie.

Le malade cité au N.<sup>o</sup> 24 de mon premier Mémoire, m'en a fourni un exemple. Il rendoit très-souvent des morceaux de Pierre, hérissés de petites houppes & de mamelons déchiquetés comme le Choux-fleur ; & la Pierre que je lui tirai par l'opération de la Taille, étoit extérieurement garnie de ces mêmes houppes, ainsi que deux petits morceaux trouvés dans la Vessie après sa mort. (*Fig. 5.*)

Si par la dissolution de la Pierre par l'effet des remèdes, on entend sa division en petits morceaux, je crois en avoir des preuves de reste ; il n'en faut plus que de la destruction totale de la Pierre, tirées de l'ouverture des Cadavres ; c'est ce que je chercherai avec la même attention que j'ai donnée jusqu'à présent à cette matière.



# SUR LA DÉTERMINATION DES SOLSTICES.

Par M. CASSINI DE THURY.

12 Août  
1741.

**L**Es déterminations astronomiques ont presque toutes un si grand rapport entr'elles, qu'elles peuvent être regardées comme inséparables les unes des autres ; telles sont la Réfraction, la Parallaxe, la hauteur du Pole, l'obliquité de l'Ecliptique, & autres éléments qui entrent nécessairement dans presque tous les calculs astronomiques. La connoissance de la Réfraction suppose celle de la hauteur du Pole, tandis que la détermination de la hauteur du Pole est dépendante de la Réfraction ; il en est de même de l'obliquité de l'Ecliptique & de presque toutes les autres recherches en Astronomie, de sorte que ce n'est que par une espece de tâtonnement que l'on peut procéder dans toutes ces connoissances. Il est vrai que l'on a cherché & tenté différentes méthodes pour y parvenir par des voyes directes, mais comme elles supposent presque toutes des instruments composés & parfaits, des observations rares, ou des opérations très-difficiles, on ne voit point que ceux mêmes qui les ont proposées, en ayent fait aucun usage.

Il n'en est pas de même de la Méthode que M.<sup>rs</sup> Flamsteed & Manfredi ont proposée pour déterminer le temps du Solstice, un des éléments les plus importants en Astronomie, puisqu'il entre nécessairement dans la Théorie du mouvement du Soleil, en donnant une époque certaine de son vrai lieu dans le Ciel. Cette Méthode si simple, puisqu'elle ne suppose que des observations, a été pratiquée par différents Astronomes, comme on peut le voir dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738, & ils conviennent tous qu'elle est préférable à toutes celles qu'on avoit mises en usage jusqu'alors.

Mais

Mais de quel degré de précision cette nouvelle méthode est-elle susceptible ? quel est son avantage sur toutes celles qui l'ont précédée ? C'est ce que je me suis proposé d'examiner dans ce Mémoire, & ce qui étoit d'autant plus nécessaire, que mon Pere a rapporté dans ses Eléments d'Astronomie une longue suite d'observations des Solstices, tant d'Eté que d'Hiver, calculées selon les méthodes ordinaires ; il étoit donc de la dernière importance de s'assurer à quel degré de précision l'on a pu parvenir par la route que l'on a suivie, & jusqu'à quel point on peut compter sur ces déterminations.

Quoique cette matière fût très-susceptible d'être discutée par raisonnement, j'ai jugé devoir y procéder d'une autre manière, par la voye d'expérience, au lieu de commencer par traiter séparément, & apprécier, pour ainsi dire, les erreurs commissibles, tant de la part de l'Instrument, que de celle de l'Observateur. J'exposerai d'abord les observations mêmes affectées de leurs erreurs ; j'examinerai ensuite, en les appliquant aux deux différentes méthodes que l'on a adoptées jusqu'à présent, les différences qui résulteront de cette comparaison, & l'on verra par tous les détails où je suis entré, que j'ai plutôt cherché à donner tous les éclaircissements que l'on pourroit desirer sur cette matière, qu'à rien ajouter ou diminuer du prix de ces deux méthodes auxquelles je n'ai aucune part.

La méthode que mon Pere a employée pour déterminer le temps du Solstice, consiste à comparer plusieurs hauteurs méridiennes du Soleil observées avant & après le Solstice, choisissant celles qui sont de la même quantité, ou au moins qui approchent le plus de l'égalité. Cette méthode, qui étoit directe il y a environ 400 ans, lorsque l'apogée du Soleil étoit au commencement du Cancer où répond le colure des Solstices, a perdu cet avantage, qu'elle ne pourra recouvrer qu'après une longue suite de Siècles. Il suit du mouvement de l'apogée du Soleil, que lorsque le Soleil est à la même hauteur sur l'horison, ou à distance égale du

colure des Solstices, il ne se trouve plus à la même distance de son apogée, & par conséquent son mouvement à distance égale du Solstice est inégal d'une quantité qui dépend de la distance de l'apogée du Soleil au colure des Solstices, & de la différente distance du Soleil à son apogée dans les deux observations correspondantes; on est donc obligé d'avoir recours à la Théorie du Soleil, & d'emprunter des Tables les Equations nécessaires pour réduire le temps du Solstice apparent ou compliqué des inégalités du mouvement du Soleil, au vrai temps du Solstice qu'on cherche.

Pour donner une idée plus parfaite des principes & des éléments de cette méthode, nous allons en faire l'application à de nouvelles observations que j'ai faites pour déterminer l'heure du Solstice de cette année.

Quoique l'on n'ait besoin pour cette recherche que des hauteurs apparentes du Soleil, indépendantes par conséquent de l'erreur de l'instrument que l'on employe, il est cependant de la dernière importance de s'assurer qu'il ne lui est arrivé aucune variation dans l'intervalle entre les deux observations correspondantes.

L'instrument dont je me suis servi, doit paroître moins sujet à se déranger que tout autre, étant fixement arrêté & scellé dans l'ancien mur de l'Observatoire; j'ai jugé cependant devoir le vérifier de différentes manières, soit en comparant les hauteurs de la même Etoile, observées dans les deux temps différents, & corrigées par l'aberration, soit en dirigeant la Lunette mobile à un point fixe de l'horison dans le temps que le Thermometre marquoit le même degré de la température de l'air, soit enfin en examinant si les hauteurs du Soleil observées à la Méridienne & avec notre instrument, différoient toujours de la même quantité. Toutes ces différentes voyes ont concouru à prouver que la Lunette mobile du Quart-de-cercle n'a pas varié, & que par conséquent il n'y avoit aucune correction à faire aux observations des hauteurs du Soleil que je vais rapporter.

J'ai comparé les hauteurs apparentes du bord supérieur

du Soleil, observées le 21 Mai & le 22 Juillet : la première a été déterminée de  $61^{\circ} 42' 15''$ , la seconde, de  $61^{\circ} 42' 52''$ , plus grande de 37 secondes que la première, & même de 40 secondes, si l'on a égard à la variation du diamètre du Soleil, qui a dû diminuer la hauteur apparente de son bord d'une quantité qui se monte à 3 secondes ; le Soleil n'étoit donc pas encore arrivé le 22 Juillet à midi au même parallèle où il répondoit le 21 Mai à la même heure, il s'en falloit d'une quantité de temps qui répond à 40 secondes de déclinaison, proportionnelle à la variation diurne du Soleil en déclinaison, qui résulte des hauteurs observées le 22 & le 23 Juillet, de  $12' 2''$ . On trouvera donc  $1^h 19' 46''$  pour le moment où le Soleil est parvenu à la même hauteur où il a été observé le 21 Mai à midi, après un intervalle de temps de  $62^h 1^h 19' 46''$ , dont la moitié  $3^h 0^h 39' 53''$  étant ajoutée au 21 Mai, détermine le temps du Solstice apparent le 21 Juin à  $0^h 39' 53''$  après midi.

Pour réduire le temps du Solstice apparent au vrai, j'ai déduit des Tables de mon Pere tous les éléments que cette réduction suppose, j'ai trouvé le lieu du Soleil le 21 Mai à midi de  $2^{\circ} 0' 21' 37''$ , celui de son apogée de  $3^{\circ} 8' 18'$ , son anomalie vraie de  $10^{\circ} 22' 3'$ , le lieu du Soleil le 22 Juillet à  $1^h 19' 46''$ , de  $3^{\circ} 29' 37' 24''$ , son anomalie vraie de  $0^{\circ} 21' 20'$ , l'Equation qui convient à la distance du colure des Solstices à l'apogée du Soleil, de  $0^{\circ} 16' 24''$ , celles qui répondent aux anomalies vraies du Soleil, l'une de  $1^{\circ} 10' 4''$ , l'autre de  $0^{\circ} 41' 20''$  : la différence de ces deux Equations est  $0^{\circ} 28' 44''$ , dont la moitié  $14' 22''$ , étant retranchée de  $0^{\circ} 16' 24''$ , Equation solsticielle, il reste  $2' 2''$  pour la différence en degré du Solstice apparent au vrai, que le Soleil parcourt en  $49' \frac{1}{2}$  de temps ; on trouvera donc l'heure du Solstice vrai le 21 Juin à  $1^h 50'$  du matin. On auroit dû, pour une plus grande exactitude, réduire les temps des observations des hauteurs du Soleil au temps moyen ; mais comme cette correction ne produit

132 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
qu'une très-petite différence dans le temps du Solstice, on peut la négliger.

On voit aisément, en suivant les opérations que nous venons de faire, que toute la précision de cette détermination dépend de la certitude des éléments que l'on a employés, & c'est ce dont on pourra juger après l'application que nous allons faire des mêmes observations à la méthode de M.<sup>rs</sup> Flamsteed & Manfredi.

L'objet principal de cette méthode est de parvenir à la connoissance de l'heure du Solstice par la seule voie d'observation, d'ailleurs elle n'est proprement qu'une addition à la première, elle suppose de même l'observation des hauteurs égales du Soleil avant & après le Solstice ; mais au lieu d'emprunter des Tables les éléments qui appartiennent à la théorie du Soleil, elle enseigne le moyen de trouver directement le mouvement vrai du Soleil, en le rapportant à une Etoile fixe : la distance de l'Etoile au Soleil, lorsqu'il est sur un même parallèle, détermine celle de l'Etoile au colure des Solstices, & par conséquent son ascension droite ; enfin la distance de l'Etoile au Soleil, connue le jour du Solstice, donne celle du Soleil au colure des Solstices, & par conséquent l'heure du Solstice.

On peut même tirer de cette méthode des connoissances plus générales, car l'ascension droite d'une Etoile une fois connue, on aura celle du Soleil pour tous les jours de l'année où l'on aura déterminé les passages de l'Etoile & du Soleil au Méridien, ou leur différence d'ascension droite : il est vrai que c'est dans la supposition que l'Etoile soit fixe, ou au moins qu'elle n'ait qu'un mouvement apparent en ascension droite ; car si on lui attribue quelque mouvement particulier, ou au moins une apparence de mouvement, c'est une considération de plus qui ôteroit à la méthode l'avantage qu'elle a d'être directe.

Comme il est nécessaire, pour faire usage de cette méthode, de connoître la distance du Soleil à une Etoile dans

trois temps différents, nous avons choisi principalement pour cette recherche, *Arcturus*. Cette Étoile peut s'observer au Méridien dans tous les temps de l'année, & est celle dont on connoît le plus exactement la position dans le Ciel, ayant été employée par divers Astronomes pour différentes recherches.

Voy. les Mém.  
de l'Ac. 1738.  
pag. 280. &  
366.

*Recherche de la distance d'Arcturus au colure  
des Solstices.*

Nous avons déterminé le 21 Mai la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Arcturus*, de  $10^h 9' 30''$ , qui répondent à  $152^{\circ} 46' 41''$ ; supposant la révolution des fixes à la Pendule, de  $23^h 56' 9''$ , telle qu'elle résulte des passages au méridien de cette Étoile, observés le 21 & le 22 Mai.

Le 22 & le 23 Juillet le passage au méridien de la même Étoile a été observé, l'un à  $5^h 55' 56''$ , & l'autre à  $5^h 51' 58''$ , après celui du Soleil; donc en supposant la révolution des fixes de  $23^h 56' 9''$ , on trouvera la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Arcturus*, le 22 Juillet à midi, de  $89^{\circ} 13' 0''$ , & le 23 Juillet à la même heure, de  $88^{\circ} 13' 40''$ .

Pour connoître la différence d'ascension droite entre le Soleil & *Arcturus*, au temps où il avoit la même déclinaison, j'ai supposé la variation diurne du Soleil en ascension droite, de  $0^{\circ} 57' 20''$ , telle qu'elle résulte des observations du 22 & du 23 Juillet, & j'ai trouvé dans cette proportion  $3' 18''$  pour  $1^h 19' 46''$ , d'où j'ai déduit la différence d'ascension droite du Soleil & de l'Étoile le 22 Juillet à  $1^h 19' 46''$ , de  $89^{\circ} 9' 42''$ ; on l'avoit trouvée le 21 Mai de  $152^{\circ} 46' 41''$ , la différence est  $63^{\circ} 36' 59''$ , dont la moitié  $31^{\circ} 48' 29''$  étant retranchée de  $152^{\circ} 46' 41''$ , détermine la distance d'*Arcturus* au colure des Solstices de  $120^{\circ} 58' 12'' \frac{1}{2}$ , & partant son ascension droite de  $210^{\circ} 58' 11'' \frac{1}{2}$ .

L'ascension droite que nous venons de déterminer, n'est que l'apparente, affectée de l'aberration de cette Étoile qui

étoit différente au temps des deux observations, puisque dans la première elle étoit de  $17''$  à l'Orient, & dans la seconde de  $1''$ . La somme de ces deux aberrations est  $18''$ , dont la moitié  $9''$  est la quantité qu'il faut retrancher de  $210^{\circ} 58' 11'' \frac{1}{2}$  pour avoir la vraie ascension droite d'Arcturus de  $210^{\circ} 58' 2'' \frac{1}{2}$ .

Mais si cette correction est nécessaire pour trouver la vraie ascension droite d'une Etoile quelconque, elle devient inutile dans le cas présent où il s'agit de déterminer le temps du Solstice, puisqu'on n'a besoin que de l'ascension droite apparente, & qu'il est égal d'ajouter  $9''$  (aberration de l'Etoile au temps du Solstice) à sa vraie ascension droite, pour avoir l'apparente, ou de ne faire aucune correction aux différences d'ascension droite déterminées avant & après le Solstice, le résultat sera toujours le même; ainsi cette méthode, dans de certains cas où les effets de l'aberration se compensent (ce qui n'arrive pas toujours) peut être regardée comme indépendante de tout élément, & toute l'exactitude que l'on en peut espérer, dépend de celle avec laquelle on aura déterminé l'ascension droite d'une Etoile; c'est ce qui nous a engagés à comparer d'autres observations faites à différentes distances du Solstice.

Le 7 Juin le passage du centre du Soleil au Méridien a été déterminé à  $11^h 55' 27''$ ; la hauteur apparente de son bord supérieur étoit de  $64^{\circ} 14' 45''$ . Le même jour le passage d'Arcturus au Méridien a été observé à  $8^h 55' 57''$ , ou  $9^h 0' 30''$  après celui du Soleil; la révolution des fixes à la Pendule ayant été trouvée de  $23^h 56' 7'' \frac{1}{2}$ , on aura la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus, le 7 Juillet à midi, de  $135^{\circ} 29' 30''$ .

Le 5 Juillet le centre du Soleil a passé au Méridien à  $12^h 2' 20'' \frac{1}{2}$ ; la hauteur de son bord supérieur a été déterminée de  $64^{\circ} 14' 50''$ . Le même jour on a observé le passage d'Arcturus au Méridien à  $7^h 7' 42''$ ; & comme la révolution des fixes à la Pendule n'étoit plus que de  $23^h 56' 6''$ ,



la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus étoit donc le 5 Juillet à midi, de  $106^{\circ} 27' 50''$ .

Il paroît par le détail de ces observations que le Soleil étoit plus élevé sur l'horison, ou moins éloigné du colure des Solstices le 5 Juillet à midi que le 7 Juin à la même heure. La différence est de  $5''$ , qui, supposant la variation diurne en déclinaison de  $5' 45''$ , répond à  $20'$  de temps; le Soleil avoit donc la même déclinaison le 5 Juillet à  $12^h 20'$  que le 7 Juin à midi.

La différence d'ascension entre le Soleil & Arcturus, que nous avons déterminée le 5 Juillet de  $106^{\circ} 27' 50''$ , est celle qui convient à l'heure du passage du Soleil au Méridien, & l'on trouvera celle qui répond à 20 minutes de temps, de  $35''$ , supposant la variation diurne en ascension droite, de  $1^{\circ} 1' 42''$ ; donc la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus étoit le 5 Juillet à  $12^h 20'$ , de  $106^{\circ} 27' 15''$ : on l'avoit trouvée le 7 Juin de  $135^{\circ} 29' 30''$ ; la différence est  $29^{\circ} 2' 15''$ , dont la moitié  $14^{\circ} 31' 7''\frac{1}{2}$  étant retranchée de  $135^{\circ} 29' 30''$ , donne la distance d'Arcturus au colure des Solstices, de  $120^{\circ} 58' 22''\frac{1}{2}$ , plus grande de  $1''$  que par la détermination précédente.

Quoique l'aberration de cette Etoile fût différente dans le temps de ces deux observations, qu'on l'ait trouvée de  $14''$  dans l'une & de  $5''$  dans l'autre, la moitié de la somme est à peu-près égale à l'aberration solsticielle, conformément à ce que nous avons trouvé dans le premier exemple.

#### *Détermination du Solstice.*

Présentement que l'on a bien constaté l'ascension droite d'Arcturus, il sera aisé de trouver le temps du Solstice, ou l'heure à laquelle la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus auroit été observée de  $120^{\circ} 58' 11''\frac{1}{2}$ , telle qu'elle résulte de la première détermination, préférable à la seconde en ce que les observations ont été faites dans un temps où la variation diurne du Soleil en déclinaison est

# 136 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

plus grande, & où l'Etoile étoit dans le même parallèle que le Soleil. Voici donc les observations pour trouver le temps du Solstice.

Le 20 Juin	11 <sup>h</sup> 58' 47"	21 Juin	11 <sup>h</sup> 59' 2"	8 <sup>h</sup> 1' 35"
Arcturus . . .	8 5 29 $\frac{1}{2}$		8 1 35	8 5 29 $\frac{1}{2}$
Différence . . .	8 6 42 $\frac{1}{2}$		8 2 33	3 54 $\frac{1}{2}$

$$23^h 56' 5'' \frac{1}{2} : 360^\circ :: 8^h 6' 42'' \frac{1}{2} : 122^\circ 0' 30''$$

$$:: 8 2 33 : 120 58 0$$

$$1^\circ 2' 30'' : 24^h :: 12'' : 4' 36''$$

Les derniers termes de ces trois proportions nous font connoître, premièrement que le Solstice a dû arriver avant le midi du 21 Juin, puisqu'alors la distance d'Arcturus au Soleil étoit moindre que la distance de cette Etoile au colure des Solstices; secondement, que la différence, qui est de 12'', répond à 4  $\frac{1}{2}$  de temps qu'il faut retrancher du midi du 21 Juin pour avoir l'heure vraye du Solstice à 11<sup>h</sup> 55'  $\frac{1}{2}$  du matin. Si l'on avoit supposé la distance d'Arcturus au colure des Solstices plus grande de 11''  $\frac{1}{2}$ , on auroit trouvé l'heure du Solstice le 21 Juin à 11<sup>h</sup> 51' du matin.

On ne sçauroit présentement décider à laquelle des deux méthodes appartient la différence que l'on peut remarquer dans leurs résultats, sans avoir déterminé les limites de la précision dans lesquelles chacune est renfermée.

Si l'on suppose l'ascension droite de l'Etoile une fois connue, & qu'il ne s'agisse que de déterminer le temps du Solstice, on ne doit plus considérer que l'erreur dans les observations du passage du Soleil & de l'Etoile au Méridien faites le jour du Solstice; & si l'on s'en rapporte à l'expérience, on reconnoitra qu'il est difficile de déterminer à moins d'une demi-seconde, les différents instants où deux Etoiles arrivent à un même fil. Mais s'il est nécessaire d'avoir recours à de nouvelles observations pour déterminer l'ascension droite de l'Etoile, on aura bien d'autres sujets de considération,

considération, l'erreur dans les observations des hauteurs apparentes du Soleil avant & après le Solstice y doit entrer, elle est d'autant plus grande que les observations ont été faites plus près du Solstice ; enfin on a besoin d'un plus grand nombre d'observations des passages du Soleil & de l'Etoile au Méridien.

Supposons que l'on se soit trompé de 5" dans l'observation de la hauteur apparente du Soleil le 22 Juillet, il en résulteroit une différence de 10' de temps dans l'heure de l'observation correspondante à celle du 21 Mai, une erreur de 17" dans la différence d'ascension droite calculée pour ce temps, une de 8"  $\frac{1}{2}$  dans l'ascension droite de l'Etoile, & enfin une de près de 4' dans le temps du Solstice ; & il faut avouer que cette supposition peut être admise, sur-tout si l'on emploie pour les observations les instruments ordinaires.

A l'égard des erreurs dans l'observation des passages au Méridien, elles seroient fort à craindre si elles ne se compensoient ; car si on les déduit des hauteurs correspondantes du Soleil & de l'Etoile, il faut au moins huit observations, & on n'en sçauroit trop faire, puisque ce n'est qu'en prenant un milieu entre plusieurs hauteurs correspondantes, qu'on peut espérer de déterminer les passages au Méridien à une demi-seconde près. Il ne faut que jeter les yeux sur les observations que M. le Monnier rapporte dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738, pour reconnoître combien cette détermination est délicate, puisque les milieux qu'il a établis, résultent de plus de 60 observations ; il est vrai que si on se sert d'une Lunette fixe, garnie seulement d'un Micrometre, l'opération deviendra beaucoup plus simple, elle se réduira à quatre observations, & on fera usage du Micrometre pour déterminer la différente hauteur du Soleil au temps des observations correspondantes.

L'autre méthode suppose à la vérité beaucoup moins d'observations, mais aussi elle demande plus de calcul, de sorte que l'on ne peut apprécier les erreurs dont elle est

susceptible, sans avoir examiné séparément tous les éléments qu'on est obligé d'employer pour suppléer aux observations.

L'erreur dans les observations des hauteurs du Soleil lui est commune avec l'autre méthode, & produit le même effet sur le temps du Solstice, que l'on déduit en partie de l'intervalle de temps écoulé entre les observations des hauteurs égales du Soleil.

Parmi les éléments qu'elle suppose, l'un est la connoissance du vrai lieu du Soleil, l'autre la distance de son apogée au colure des Solstices. On peut déduire l'un, ou de l'observation même, ou des Tables astronomiques : si on déduit le lieu du Soleil de sa déclinaison observée, & qu'on la suppose affectée de la même erreur qu'on a assignée aux hauteurs du Soleil, c'est-à-dire, de 5", il en résultera une différence de 30" dans le lieu du Soleil pour le temps de cette observation ; d'où l'on peut conclure que dans le cas où la variation diurne du Soleil en déclinaison est peu sensible, on doit s'en rapporter aux Tables qui sont susceptibles d'une plus grande précision ; on a même un moyen de les vérifier, car si elles s'accordent avec l'observation, elles doivent donner deux lieux du Soleil, tels que l'un soit le supplément de l'autre à 180°.

A l'égard de la situation de l'apogée du Soleil, il est certain que selon qu'on le supposera plus ou moins avancé dans le Ciel, il en doit résulter une différence dans les sommes & différences des Equations, & par conséquent dans le temps du Solstice ; & comme les méthodes que l'on employe ordinairement pour trouver le lieu de l'apogée du Soleil & des autres Planetes, ne peuvent fixer la position de ce point qu'à un quart de degré près, toute l'incertitude se trouve réduite à celle que 15 minutes de différence dans la situation de l'apogée peuvent produire dans les Equations que l'on emploie : si on suppose dans l'exemple précédent, que le lieu de l'apogée du Soleil soit moins avancé de 15 minutes de degré, on trouvera 1' 58" pour la différence du Solstice apparent

au vrai, au lieu de  $2' 2''$  qu'on avoit d'abord trouvées, ce qui produit une minute de temps de différence sur le temps du Solstice.

Il en fera de même des Equations qui conviennent aux anomalies vraies, quoique les Tables ne s'accordent point, ni sur la plus grande Equation du Soleil, ni sur la manière de la distribuer pour tous les degrés d'anomalie, & que par exemple les Tables de M. de la Hire donnent l'Equation solsticiale plus petite de  $6''$  que les Tables de mon Pere, celle qui convient à  $10^{\circ} 22'$ , plus petite de  $27''$ , & à  $0^{\circ} 22'$ , plus petite de  $13''$ ; on trouvera également  $1' 58''$  pour la réduction au Solstice vrai.

Bien loin que l'on puisse encore décider sur la préférence qu'on doit donner à l'une de ces deux méthodes qui, quoique différentes dans la spéculation, paroissent également bonnes dans la pratique, il semble au contraire que si l'on s'en rapporte aux observations & au peu de différence que l'on a remarqué dans leurs résultats, on doit de plus en plus suspendre son jugement. La nouvelle méthode ne suppose à la vérité que des observations, mais ces observations, quoique simples & communes, deviennent difficiles par la rigoureuse précision dont on a besoin : l'autre suppose des connoissances que nous avons acquises par un grand nombre d'observations, & qui nous dispensent de les répéter ; cela revient à peu-près au même. Mais n'insistons pas davantage sur l'éclaircissement d'un fait que nous ne voulons approfondir que par la voye d'observation & d'expérience ; revenons aux observations, & cherchons dans celles des autres Astronomes des preuves de ce que nous venons d'avancer.

Nous employerons pour cet effet des observations faites dans des temps différemment éloignés du Solstice, avec des instrumens & par des Observateurs différens. Les unes ont été faites à l'Observatoire par mon Pere, & les autres au Collège d'Harcourt par M. le Monnier ; elles sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738.

Selon les observations de mon Pere, le Soleil étoit le 19 Juillet 1738 à  $14^h 44' 30''$  à la même hauteur apparente que le 24 Mai à midi ; l'intervalle de temps écoulé entre ces deux observations, est de 56 jours  $14^h 44' 30''$ , dont la moitié  $28^j 7^h 22' 15''$  étant ajoutée au 24 Mai, donne le temps du Solstice apparent le 21 Juin de l'année 1738, à  $7^h 22' 15''$ .

M. le Monnier a trouvé par ses observations, que le Soleil répondoit au même parallèle le 29 Mai à  $14^h 5'$  que le 14 Juillet à midi, après un intervalle de temps de  $45^j 9^h 55'$ , dont la moitié  $22^j 16^h 57' \frac{1}{2}$  étant ajoutée au 29 Mai, détermine le temps du Solstice apparent le 21 Juin à  $7^h 2' 30''$ .

Il est évident que ces observations faites dans des temps différemment éloignés du Solstice, ne doivent donner le même résultat que lorsqu'elles auront été corrigées par les Equations nécessaires.

Comme ces deux Astronomes ne nous ont donné que les hauteurs apparentes du Soleil, sans avoir égard aux corrections des instrumens, & qu'en effet elles suffisoient pour la méthode qu'ils ont pratiquée, nous ne pouvons ici en faire usage pour conclurre le vrai lieu du Soleil ; nous y avons suppléé par le moyen des Tables.

Longitude vraie du Soleil.	Anomalie vraie.	E'quation.
24 Mai . . . . 2 <sup>e</sup> 20 58' 35"	10 <sup>e</sup> 24° 43' 3"	1° 5' 47"
29 Mai . . . . 2 8 19 51	11 0 4 19	0 56 48
14 Juillet . . . 3 21 40 10	0 13 24 38	0 26 19
19 Juillet . . . 3 27 1 27	0 18 46 10	0 36 32

L'E'quation qui convient à  $8^{\circ} 15'$ , distance de l'apogée du Soleil au colure des Solstices, est, selon les mêmes Tables, de  $0^{\circ} 16' 18''$ , la différence entre la première & la quatrième E'quation est  $0^h 29' 15''$ , dont la moitié  $14' 37'' \frac{1}{2}$  étant retranchée de  $16' 18''$ , reste  $1' 41''$  pour la réduction

qui convient au Solstice apparent, que le Soleil parcourt en 42 minutes de temps; donc l'heure du Solstice vrai sera le 21 Juin à 6<sup>h</sup> 40'.

Prenant de même la différence entre les deux autres Equations, on aura 30' 29", dont la moitié 15' 14"<sup>½</sup> étant retranchée de 0<sup>h</sup> 16' 18", reste 1' 3" que le Soleil parcourt en 26' de temps; on aura donc l'heure du Solstice, selon les observations de M. le Monnier, le 21 Juin à 6<sup>h</sup> 36".

On remarquera présentement que ces deux Astronomes ont déterminé par la nouvelle méthode l'heure vraie du Solstice, l'un à 6<sup>h</sup> 33', & l'autre à 6<sup>h</sup> 23', avec une différence de 10' de temps, beaucoup plus grande que celle qui résulte de la comparaison des hauteurs du Soleil observées: il est vrai qu'il seroit fort aisé de concilier ces différences, en employant l'ascension droite d'Arcturus, telle qu'elle résulte de plusieurs autres observations de ces mêmes Astronomes; car mon Pere, par un milieu qu'il a pris entre un grand nombre d'observations qu'il avoit faites pour déterminer le mouvement des Étoiles fixes en longitude, établit l'ascension droite d'Arcturus, de 210° 56' 1", dont retranchant 9" pour l'aberration, on trouvera la vraie ascension droite de cette Étoile, de 210° 55' 52". M. le Monnier l'avoit trouvée par ses observations, de 210° 55' 52", précisément de même, quoique cependant il l'établit de 210° 56' 0", ayant pris un milieu entre le résultat des observations de 1737 & 1738; d'ailleurs ces deux déterminations s'accordent parfaitement avec l'ascension droite de cette Étoile, que nous avons déterminée cette année de 210° 58' 2"<sup>½</sup>; car si l'on en retranche 2' 9"<sup>½</sup> pour la variation en ascension droite dans l'intervalle de trois années, on trouvera l'ascension droite de cette Étoile pour le mois de Juin de l'année 1738, de 210° 55' 52".

Nous laissons présentement à juger sur l'exposé de ces observations & sur l'application que nous en avons faite aux deux différentes méthodes que l'on a mises en usage jusqu'à

*Voy. les Mém.  
de l'Ac. 1738,  
p. 282.*

*V. les mêmes,  
p. 366.*

présent, si l'une a un avantage si certain sur l'autre, qu'elle doive la faire rejeter, ou plutôt si elles ne peuvent pas être employées très-utilement pour se vérifier réciproquement, & pour parvenir à la même recherche.

Tel a été le procédé de M. Manfredi, un des auteurs de la nouvelle méthode. Avant que de la proposer, il jugea devoir en faire un essai sur le Solstice, tant d'Été que d'Hiver, de l'année 1734. Après avoir déterminé par onze observations correspondantes faites avant & après le Solstice, la distance en temps de Sirius au colure des Solstices, il conclut des distances de cette Étoile au Soleil, observées le jour du Solstice, l'heure du Solstice d'Été le 21 Juin à  $7^h 52'$  temps vrai. Il parvient ensuite à la même recherche, en employant les mêmes hauteurs du Soleil observées avant & après le Solstice; & déduisant les autres éléments nécessaires pour le calcul des Tables de mon Grand-pere, selon la méthode que feu M. Maraldi & mon Pere ont pratiquée, il conclut l'heure du Solstice d'Été le 21 Juin à  $7^h 49'$ , différente seulement de 3 minutes de temps.

Page 79.

On voit aisément par le résultat des observations qui sont rapportées dans l'excellent Livre que cet Astronome nous a donné, intitulé *de Gnomone meridiano*, à quel degré de précision l'on peut aspirer dans la détermination de l'ascension droite d'une fixe, & par conséquent dans celle de l'heure du Solstice; car quoique la plupart des observations aient été faites dans les circonstances les plus favorables, c'est-à-dire, proche des Équinoxes, où la variation diurne en déclinaison est la plus sensible, & quoiqu'on ne puisse d'ailleurs soupçonner leur exactitude, puisqu'elles ont été faites exprès, & qu'il s'agissoit de constater la précision d'une méthode dont M. Manfredi se croyoit le seul inventeur, on remarque cependant des différences de  $3''$  de temps dans la distance de Sirius au colure des Solstices, déduite de certaines observations, & par conséquent de  $45''$  dans l'ascension droite d'une fixe, dont la moitié  $22''\frac{1}{2}$  peut être regardée comme



l'erreur commissible dans la détermination de l'ascension droite d'une fixe, que le Soleil parcourt en 9 minutes de temps. Telle sera donc l'erreur qui en résultera sur le temps du Solstice.

Si l'on s'en rapporte à d'autres observations de ce même Astronome, exposées dans le même Livre, d'où il conclut, selon l'ancienne méthode, l'heure du Solstice d'Hiver de l'année 1733 le 21 Décembre à 6<sup>h</sup> 20', on déterminera aisément les limites de précision dans lesquelles cette méthode est renfermée.

Page 75.

Cet Astronome, après avoir insisté sur la nécessité d'employer un grand nombre d'observations des hauteurs du Soleil, pour prendre un milieu entre leurs différents résultats, & par conséquent pour approcher davantage du vrai, donne les résultats de dix observations correspondantes, dont la plupart s'accordent à quelques minutes près, & les plus éloignées diffèrent de 19 minutes; prenant la moitié de la plus grande différence, comme nous avons fait pour l'autre méthode, on aura 9<sup>½</sup>, qui sera l'erreur dont cette méthode peut être susceptible.

Après avoir déterminé l'heure du Solstice, il reste encore à connoître la hauteur solsticiale du Soleil pour en déduire l'obliquité de l'Ecliptique.

#### *Sur l'Obliquité de l'Ecliptique.*

Nous avons déjà communiqué à l'Académie les observations que nous avons faites l'année dernière pour déterminer la hauteur du Soleil; nous avons exposé non seulement toutes les précautions que l'on a prises pour une recherche aussi délicate, mais même les avantages que nos observations avoient sur toutes celles qui les ont précédées, fondées sur la perfection de l'instrument que l'on y a employé; nous avons jugé devoir répéter cette année les mêmes observations. Comme elles nous ont donné lieu de faire quelques remarques assez importantes, nous ne devons point différer à en faire part à l'Académie.

Ceux même qui prétendent que l'obliquité de l'Ecliptique diminue, conviennent que cette variation est insensible d'une année à l'autre, & nullement reconnoissable par voye d'observation. En effet, quoiqu'on ait souvent remarqué des différences dans les hauteurs solsticiales observées d'une année à l'autre, on avoit jugé devoir les attribuer aux erreurs des observations, & à la difficulté d'estimer de si petites quantités sur les divisions peu sensibles des instruments; nous avons même avancé dans la comparaison des hauteurs solsticiales observées à Bourges & à Paris, qu'on pouvoit supposer la hauteur solsticiale constante d'une année à l'autre, & l'employer très-utilement pour déterminer la différence de parallèle entre deux lieux où l'on aura fait l'observation correspondante, quoiqu'en deux années différentes; & en effet on remarquoit un accord si parfait entre les résultats de cette comparaison, qu'on ne devoit tout au plus qu'en être étonné. On ne pouvoit cependant juger par cette observation si l'obliquité de l'Ecliptique varie, à moins de supposer connue la différence des parallèles entre Paris & Bourges, & même sans tenir compte des réfractions différentes à la hauteur du Tropique, à Bourges & à Paris; & il est aisé de concevoir que lorsque les observations ont besoin de quelque correction, il peut se faire que les erreurs se compensant, on trouve les mêmes résultats, quoique souvent les observations & les éléments que l'on employe, soient fautifs; d'où l'on peut conclurre que ce n'est que par des observations directes, faites dans le même lieu, avec le même instrument, par les mêmes Observateurs, qu'on pourra parvenir à quelque connoissance certaine sur cette matière.

Lorsque nous avons tenté cette année les mêmes observations que l'année précédente, nous étions bien éloignés de croire qu'elles nous feroient remarquer une différence si considérable, qu'elle est au-dessus des erreurs que l'on peut supposer, tant de la part de l'observation que de celle de l'instrument, & enfin dans un sens contraire à ce que l'on avoit

avoit observé jusqu'à présent, puisqu'il en résulteroit que l'obliquité de l'Ecliptique augmente, tandis que l'on a toujours cru qu'elle diminueoit. Une remarque si singulière devoit être fondée sur un grand nombre d'observations, & il nous a réussi d'en faire plusieurs qui concourent toutes à la preuve de ce fait ; nous ne rapporterons cependant que celles qui ont été faites proche du Solstice, nous supprimerons le détail des autres, parce qu'il seroit nécessaire de rapporter toutes les circonstances de l'observation, & du temps qui n'a pas toujours été également favorable, le Soleil n'ayant paru souvent à midi qu'au travers d'une brume qui empêchoit de distinguer nettement ses bords.

Pour déterminer le zénith de notre instrument, nous avons employé la même Etoile que l'année dernière, l'Etoile  $\alpha$  de l'Ourse, dont voici les observations.

*Observations de l'Etoile  $\alpha$  de l'Ourse.*

1741. . . . .	10 Juin	24 <sup>r</sup> 36° 15' 31"	}	24 <sup>r</sup> 36° 15' 17"	
	11 Juin	24 36 15 1			
	12 Juin	28 9 56 2	}	28 9 57 38	
	13 Juin	28 9 58 56			
	14 Juin	28 9 57 54			
Somme . . . .				52 46 12 55	
Zénith du Secteur . . .				26 23 6 27 $\frac{1}{2}$	
Distance de l'Etoile au Zénith. . .				1° 46 51 11	

On avoit trouvé par les observations de l'année dernière, la hauteur de cette Etoile au Zénith de l'Observatoire, de . . . . . 1<sup>r</sup> 47° 11' 51"  
de laquelle il faut retrancher . . . . . 18 45  
mouvement de cette Etoile en déclinaison dans l'intervalle d'une année, & l'on aura la distance de cette Etoile au Zénith pour le mois de Juin de cette année, de . . . 1<sup>r</sup> 46° 53' 6", plus grande de 2" que par la détermination précédente.

*Observations des hauteurs du bord supérieur du Soleil.*

Jours.	Points du limbe.	Réduct. au Solstice.	Hauteur solsticiale.
19 Juin	1 <sup>s</sup> 16° 48' 16"	+ 50"	64° 54' 31"
20	1 17 26 23	+ 12	64 54 32
23	1 16 49 19	+ 49	64 54 31
24	1 15 42 54	1' 52"	64 54 29
29	1 4 24 30	13 12	64 54 30

En prenant un milieu entre ces observations, on trouve la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, de 64° 54' 31"; on l'avoit trouvée par les observations de l'année dernière, de 64° 54' 24", différente de 7".

Pour parvenir présentement à la connoissance de l'obliquité de l'Ecliptique, on est obligé de connoître la réfraction, la parallaxe, le demi-diametre du Soleil, la hauteur du Pole; nous avons déduit l'année dernière, de la Connoissance des Temps, tous ces éléments, nous réservant cependant de les vérifier lorsque l'occasion s'en présenteroit, & que nous aurions les instrumens nécessaires pour cela.

Celui sur lequel il sembloit qu'on dût former le moins de doute, étoit le diametre du Soleil, déterminé une infinité de fois par différens Astronomes; cependant les observations que mon Pere rapporte dans ses Eléments d'Astronomie, par lesquelles il a trouvé le diametre du Soleil plus petit qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps, m'ont paru mériter une nouvelle confirmation.

Quoique nous ayons fait cette année un grand nombre d'observations du diametre du Soleil, elles ne nous paroissent pas encore suffisantes ni en assez grande quantité, pour que nous puissions absolument compter sur les résultats qu'elles nous ont donnés: ce qui est certain, c'est que toutes ont concouru à établir le diametre du Soleil plus petit qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps, & fort approchant de celui qu'a établi M. le Chevalier de Louville.

Nous avons reconnu après cet exact Observateur, combien cette recherche est délicate, combien il est difficile de s'assurer du parallélisme parfait des deux fils, de faire en sorte que ces fils comprennent exactement le diamètre du Soleil, dont les bords, quoique bien terminés, paroissent par une espece d'ondulation, tantôt au-dessus & tantôt au-dessous du fil, & enfin combien le jeu de la vis est à craindre, puisqu'il se peut faire que la marche du fil ne réponde point à celle de la vis du Micrometre.

Nous ne pouvons donc encore rien prononcer de positif sur cette matière, & en attendant nous avons cru devoir nous arrêter à la détermination de M. de Louville ; ainsi nous supposerons le demi-diametre du Soleil de  $15'46''$ , la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil ayant été déterminée de  $64^{\circ}54'31''$ , on trouvera celle de son centre de  $64^{\circ}38'15''$ , de laquelle ôtant  $25''$  pour la réfraction moins la parallaxe, &  $41^{\circ}9'50''$ , hauteur du pole de l'Observatoire, il restera par l'obliquité de l'Ecliptique  $23^{\circ}28'30''$ .

Cette nouvelle détermination est si différente de celle que nous avons établie l'année dernière, qu'elle m'a paru devoir être confirmée par d'autres observations.

Tandis que j'observois au Secteur avec M. l'Abbé de la Caille, mon Pere déterminoit sur la Méridienne la hauteur des deux bords du Soleil ; mais comme son image n'a paru bien terminée que le 23 Juin, nous ne pouvons ici faire usage que de cette seule observation.

Le 23 Juin mon Pere a déterminé la hauteur des deux bords du Soleil, l'une de  $64^{\circ}21'5''$ , & l'autre de  $64^{\circ}54'52''$ , avec une différence de  $33'47''$ , dont la moitié  $15'52''$  étant retranchée de  $64^{\circ}54'52''$ , donne la hauteur apparente du centre du Soleil, de  $64^{\circ}37'58''$  : si l'on en retranche  $25''$  pour la réfraction,  $41^{\circ}9'50''$  pour la hauteur de l'Equateur, on trouvera la déclinaison du Soleil le 23 Juin, de  $23^{\circ}27'43''$  ; mais l'Equation qui convient à la distance du Soleil au Solstice, est de  $49''$  additive, donc

l'obliquité de l'Ecliptique sera de . . . . .  $23^{\circ} 28' 32''$ ,  
 peu différente de celle qu'on a trouvée par les observations  
 faites au Secteur.

Par les observations faites à la Méridienne en 1738, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie de la même année, mon Pere avoit conclu l'obliquité de l'Ecliptique de  $23^{\circ} 28' 20''$ , avec une différence de  $12''$ ; ainsi toutes les observations faites, tant à la Méridienne qu'au Secteur, concourent à prouver que l'obliquité de l'Ecliptique augmente après avoir diminué, qu'elle a été, pour ainsi dire, stationnaire pendant plusieurs années, où elle a été trouvée de  $23^{\circ} 28' 20''$ , & que présentement elle augmente considérablement, ce qui méritoit bien d'être remarqué, mais ce qui a encore besoin de nouvelles preuves, que nous espérons trouver dans les observations des Astronomes qui auront fait la même remarque.



# OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES

*Pour l'Année 1740.*

Par M. DU HAMEL.

**I**L est certain que les biens de la campagne, ces biens si nécessaires qu'on peut les regarder comme les seuls vrais biens, les Bleds, les Vins, les Chanvres, les Fruits, les Bois, &c. ne viennent pas tous les ans aussi abondamment ni d'aussi bonne qualité, & l'on sçait en général que ces variétés dépendent de la différente température des saisons.

Mais ces connoissances générales ne suffisent pas, & on conviendra qu'il seroit également utile pour l'Agriculture & pour la Physique, de connoître plus positivement le rapport qu'il y a entre la température des saisons & les productions de la terre.

On sent de reste que la connoissance de ce rapport peut dans la suite conduire insensiblement à celle des principaux phénomènes de la Végétation, de même qu'à appercevoir l'effet que telle ou telle circonstance dans les saisons peut produire sur les Végétaux. Or dans quantité de cas de cette espèce il est souvent très-avantageux de prévoir, ne fût-ce qu'à peu-près, puisque quelquefois on sera à portée de prévenir une partie des accidents, & que dans d'autres cas on s'épargnera bien des inquiétudes : en voici des exemples.

A peine cet Automne 1740 les Bleds ont-ils été en terre, qu'il est survenu des gelées assés vives pour la saison ; on craignoit qu'elles ne devinssent plus considérables & qu'elles ne fissent du tort aux Bleds, qui n'étoient que germés, mais on avoit de quoi calmer son inquiétude, quand on sçavoit que l'Hiver dernier 1740 il y a eu beaucoup de Bleds qui étant en cet état, ont supporté pendant près de deux mois & demi une gelée fort vive.

Il faut avouer que nos observations ne seront pas toujours aussi consolantes, elles nous annonceront quelquefois une mauvaise récolte de Bleds ou de Vins, &c. mais c'est le cas où la prévoyance devient infiniment plus utile, puisqu'elle peut nous mettre en état de prévenir les grandes disettes, quelquefois, si la saison le permet, en semant des menus grains en abondance, comme on l'a fait avec un succès prodigieux en 1709, ou quand la saison sera trop avancée, en se précautionnant de Bleds étrangers, comme on l'a fait en 1738.

Outre ces vûes d'utilité qui peuvent s'étendre fort loin, j'ai lieu d'espérer que le Journal que j'entreprends, sera intéressant; on ne peut être indifférent sur ce qui regarde les biens de la campagne, & ne pas souhaiter d'en avoir l'histoire.

Mais il est plus difficile de la bien suivre cette histoire, qu'on ne se l'imagine d'abord.

L'Observateur le plus exact, le Physicien le plus éclairé (car pour cet ouvrage il faudroit être l'un & l'autre) ne pourra rendre compte que de ce qui sera arrivé dans une Province où il aura été à portée de faire ses observations; & qu'est-ce que l'étendue d'une Province en comparaison de celle du Royaume? Souvent il fait fort doux en Provence, pendant qu'il gele très-fort à l'autre extrémité du Royaume; quelquefois on se plaint dans un canton de l'abondance des pluies, pendant qu'on en desire dans un autre. Toutes ces choses & mille autres circonstances qui varient suivant les lieux, influent néanmoins beaucoup sur les productions de la terre, c'est pour cela qu'on voit (cette année, par exemple) les récoltes très-abondantes en Languedoc, pendant qu'elles sont fort médiocres dans le centre du Royaume.

Ce que je viens de dire, prouve que pour rendre cette histoire complète, il faut avoir dans toutes les Provinces du Royaume, des Correspondants exacts & éclairés. Un particulier ne pourroit guère espérer de tels secours, mais l'Académie a lieu de les attendre de ses Correspondants; ils ont les connoissances nécessaires, ils sont répandus dans



plusieurs Provinces, & les observations météorologiques & astronomiques que l'Académie reçoit de tous côtés, me font espérer que la plupart de ces Correspondants se chargeront avec plaisir de lui envoyer les autres observations dont elle témoignera avoir besoin.

Je vais rapporter celles que j'ai faites dans nos terres auprès de Pluviers, ville située entre la Beauce & le Gâtinois, ce sera une invitation pour ceux qui voudront bien s'intéresser à la perfection de cet ouvrage; & comme mon Journal pourra leur fournir des idées, j'ai cru qu'il étoit à propos de l'étendre plus que je ne compte le faire dans la suite, pour qu'on puisse mieux comprendre les vûes de ce travail.

### AUTOMNE 1739.

Pour rendre plus complète, l'histoire des Bleds qu'on vient de recueillir, je me trouve obligé de dire quelque chose de l'Automne 1739.

Les pluies qui ont été très-fréquentes dans cette saison, ont beaucoup retardé les semailles; on a semé jusqu'aux dernières semaines de l'Avent, & il y a eu beaucoup de terres fortes & argilleuses qui n'ont pas été ensemencées.

Les bleds les premiers faits ont levé assés bien, quelques-uns seulement étoient un peu clairs, ce qu'on attribuoit à ce que la terre étant, comme l'on dit, en *mortier*, toute la semence n'avoit pas été enterrée, & les Pigeons, les Corneilles & les autres oiseaux en avoient mangé une partie.

A la fin de Décembre il y avoit beaucoup de bleds qui ne faisoient que lever, & d'autres n'étoient point encore sortis de terre.

### JANVIER 1740.

Le 1<sup>er</sup> & le 2 Janvier il gela assés fort pour empêcher qu'on pût travailler à la terre, & les arbres furent chargés de beaucoup de givre.

Le 4 le temps s'adoucit un peu, & le 5 il tomba une pluie douce qui dissipa tout le givre, & qui dégela la terre.

152 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
en quelques endroits ; mais il y en eut d'autres où il restoit  
encore de la gelée au fond de la terre.

La nuit du 5 au 6 la gelée reprit si fort, que dès le 6  
on pouvoit traverser les bleds à cheval & même en voiture  
sans enfoncer. Voilà ce qu'on appelle véritablement un faux  
dégel, qui mettoit beaucoup de bleds dans les circonstances  
en apparence les plus fâcheuses ; car, comme nous l'avons  
dit, 1.<sup>o</sup> les terres étoient très-humectées, quantité de pièces  
de bled étoient à moitié couvertes par des mares d'eau.

2.<sup>o</sup> Beaucoup de bleds ne faisoient que lever, & il y en  
avoit qui ne l'étoient pas encore.

3.<sup>o</sup> La gelée prenoit tout d'un coup très-vivement.

4.<sup>o</sup> Il y avoit des endroits où le bled étoit entre deux  
glaces.

5.<sup>o</sup> Enfin il n'y avoit point de neige qui pût mettre ces  
bleds à l'abri ; néanmoins cette gelée dura tout le mois de  
Janvier, & fut même assés forte le 9, le 10 & le 11 pour  
faire descendre le Thermometre de M. de Reaumur à 10  
degrés  $\frac{1}{2}$  au-dessous de la congélation.

#### F E V R I E R.

Tout le mois de Février la gelée continua à peu-près de  
la même force ; sur la fin cependant la chaleur du Soleil qui  
commençoit à s'élever sur l'horison, dégeloit sur le haut du  
jour la superficie de la terre, mais elle regeloit la nuit, ce  
qui formoit un verglas qu'on sçait être ordinairement très-  
préjudiciable aux Végétaux.

Il y avoit des jours où le temps paroissoit s'adoucir, il  
sortoit des murailles un peu d'humidité qui se congeloit à  
leur surface, puis il tomboit un peu de neige, & bien-tôt  
le froid devenoit aussi vif qu'auparavant.

Il y a eu des endroits où il s'est conservé un peu de  
neige sur les bleds, mais dans d'autres, & en particulier aux  
environs de Pluviers, le Soleil faisoit fondre le peu qui en  
étoit tombé, & la terre restoit entièrement découverte, ce  
qui fait que le Gibier n'a point souffert.

Cependant

Cependant la durée de la gelée & les autres circonstances que j'ai rapportées, caufoient beaucoup d'inquiétude ; les fermiers alloient visiter leurs terres, & n'y appercevoient pas plus de bled que si elles n'avoient pas été ensemencées ; en se mettant à terre les meilleurs yeux appercevoient seulement un peu de verd qui étoit au milieu de quelques feuilles mortes.

Mais que devoit devenir cet atome de verdure après le dégel ? Pour essayer de le découvrir, on leva à grands coups de pioche des mottes de terre, on les mit dans des Caves, & quand elles furent dégelées, on aperçut à chaque brin de bled une petite racine vive & un peu de verd, d'où on conclut que les bleds n'étoient pas périss.

La conséquence étoit bonne, elle a été constatée par l'événement ; mais le bled doit taler pendant l'Hiver, il doit pousser beaucoup de racines en terre, & il se doit former une espece d'oignon ou une grosseur à l'endroit où les feuilles se joignent aux racines ; tout cela n'étoit point, & on verra dans la suite que c'est là une des causes de la médiocrité de la récolte.

### M A R S.

Environ le 4 de Mars il s'éleva un vent de Nord très-froid, qui parut faire plus de tort à plusieurs de nos plantes, & particulièrement à nos jeunes Cypres, que n'avoient fait les gelées précédentes.

Le 9 Mars le vent tourna au Sud, il tomba une petite pluie fine, & la terre se dégela très-doucement, il plut très-peu. L'humidité ne fut pas aussi considérable qu'elle l'est ordinairement dans les vrais dégels, les murailles ne suerent presque pas. Peut-être est-on redevable de la conservation de bien des choses à la douceur de ce dégel, car il est certain que les desordres que produisent les gelées, dépendent beaucoup des dégels ; nous en avons rapporté beaucoup d'exemples en 1738 dans le Mémoire que nous avons donné M. de Buffon & moi sur les effets des gelées d'Hiver & du

Printemps, & je ne crois pas devoir négliger de rapporter une observation de même genre, que le hasard m'a fournie cette année.

On avoit oublié une quantité de Pommes assés considérable dans un grenier, où elles n'étoient en aucune façon à l'abri de la gelée. Il n'est pas douteux qu'elles ont été près de deux mois dures comme des pierres, & gelées jusqu'au cœur; cependant à la Pentecôte elles étoient aussi belles & aussi saines que celles qu'on avoit conservées avec beaucoup de soin dans la fruiterie. Il est bon de remarquer que ces Pommes étoient d'une espece qui a toujous un goût de sauvageon, & qui se garde très-long-temps; car peut-être la Reinette & d'autres especes de Pommes plus délicates auroient-elles été plus endommagées par la gelée.

On juge bien que les productions de la campagne étoient très-retardées, les ouvrages l'étoient aussi, & au 15 du mois il n'y avoit presque point de terres labourées pour les Mars; cependant les fermiers ayant augmenté le nombre de leurs chevaux, & le temps ayant continué à être au beau, presque toutes les terres ont été semées à temps, il y a même eu des fermiers qui ont retourné quelques-unes de leurs pièces de bleds qui étoient dans des fonds, pour y mettre de l'Orge, dont la récolte leur a été plus avantageuse que celle de leurs meilleures pièces de bleds.

Malgré le dérangement des saisons, on a vû des Hironnelles les premiers jours de Mars, mais il en est mort beaucoup faute de nourriture, ce qui n'est pas seulement arrivé aux environs de Paris & de Pluviers, mais encore en plusieurs Provinces éloignées, suivant les observations qui en ont été envoyées à M. de Reaumur.

C'est vers la fin du mois qu'on a commencé à bien connoître les desordres que la gelée avoit occasionnés; j'ai cru devoir les rapporter ici un peu au long en faveur de ceux qui prennent plaisir à cultiver & à multiplier des Arbres & des Arbustes de toute espece. Cette partie d'Agriculture est trop louable & trop utile à la Société, pour qu'on

néglige de prêter des secours à ceux qui l'ont choisie entre tant d'autres qui, comme les Fleurs, n'ont que l'amusement pour objet.

Ceux qui veulent élever des Arbres, ou rares dans ce pays, ou étrangers, ont ordinairement pour guide une petite brochure, qui a pour titre, *Catalogue des Arbres & des Arbustes qui se peuvent élever en pleine terre aux environs de Paris*. On a compris dans ce Catalogue sans distinction les Arbres qui passent communément l'Hiver en pleine terre sans être endommagés par la gelée, quoiqu'on n'apporte aucune précaution pour les en garantir, & ceux qui ne le passent qu'à de bons abris & avec quelques précautions. L'Hiver qu'on vient d'essuyer, étant un fort Hiver, sans cependant être de ces Hivers rares à qui rien ne résiste, tel que celui de 1709, j'ai cru qu'il étoit très-propre à faire distinguer les Arbres & les Arbustes qui ne craignent point les grands Hivers, de ceux qui ont besoin de quelques précautions pour les supporter ; & pour donner quelque chose de plus certain, j'ai réuni ici les observations que M.<sup>rs</sup> de Buffon & Bernard de Jussieu ont faites au Jardin du Roy, celles que le Frere Philippe, Chartreux, a faites à Paris dans les Jardins de sa Maison, & celles que j'ai faites dans les nôtres aux environs de Pluviers.

Outre les arbres des Forêts & des Vergers qu'on sçait résister à presque tous les Hivers, en voici une assez grande quantité qui n'ont point non plus été endommagés par la longue gelée du dernier Hiver ; le Xylosteon, l'Agnus castus, l'Erelle, les Thymelea, les Tuia, les Térébinthes, les Tamarisques, le Liège, les Spirea, les Sabines, les Ramnoïdes, les Philirea, les Faseoloïdes, le Periclymenum, le Pavia, le Paliurus, les Acacia de Caroline & de Virginie, le Benjoin, le Pourpier maritime, le Catalpa, celui des Chartreux a perdu quelques branches, le Bignonia à feuilles de Frêne, le Micacoulier, les différentes especes de Clematitis, la Dier-villa, l'Eleagnus, le faux Gayac, le Pavia, les Cedres de Virginie, le Ketmia ordinaire, la Melaize, le Menispermum

ou Lière de Canada, le Bonduc, les Lauriers-cerises & les Lauriers-francs, qui ont été un peu à l'abri du vent ; les gros Tulipiers du Jardin du Roy n'ont pas souffert, mais les jeunes sont morts aux Chartreux ; il en a été de même des Lauriers-tulipiers. Je n'ai perdu aucun arbre de Judée, quoique j'en eusse de fort petits, il en a été de même au Jardin du Roy, cependant il en est mort plusieurs jeunes aux Chartreux ; les gros Pins n'ont pas souffert, mais les petits sont presque tous morts, j'en ai seulement réchappé quelques-uns de ceux qu'on appelle le *Pin maritime* ; l'Arbousier, moyennant une légère couverture, a résisté dans le Jardin des Chartreux, mais il est mort dans celui du Roy, jusqu'aux racines, qui ont repoussé au Printemps ; les gros Barba-Jovis ont résisté au Jardin du Roy, mais les petits ont péri & au Jardin du Roy & aux Chartreux ; tous les Chèvrefeuilles, même celui qui est toujours verd, ont résisté, ils ont seulement perdu beaucoup de menues branches. Les Cedres du Liban qui étoient en place depuis plusieurs années, ont bien résisté, mais les jeunes des Chartreux qui étoient nouvellement plantés, ont péri ; les Grenadilles ont péri seulement jusqu'au rés de terre, il en a été de même du Coriaria, cependant il y a eu quelques pieds qui ont péri entièrement. Les jeunes pieds d'Alaterne & ceux qui avoient été replantés, sont morts, mais les gros pieds ont résisté. Les Jasminoïdes de la grande & de la petite espece, étant en espalier & bien en racines, ont seulement perdu quelques branches ; il en a été de même du Genêt d'Espagne, de l'Emerus & du Jasmin blanc, mais le Jasmin jaune commun & celui d'Italie n'ont pas souffert. Quelques Azedaracs sont morts entièrement, & d'autres n'ont perdu que leurs branches ; les pieds de Fute qui étoient un peu gros, n'ont pas souffert, mais les jeunes sont morts jusqu'aux racines ; l'arbre de Cire est mort jusqu'aux racines.

Les Oliviers qui étoient en espaliers & un peu couverts, n'ont pas péri, mais les autres sont morts ; les Grenadiers en espalier n'ont pas souffert ; plusieurs Lauriers Alexandrins sont morts, il en a été de même des Cenesons de Virginie.

Les Lauriers-thyms ont perdu plusieurs de leurs branches; les Figuiers qui n'ont pas été couverts, ont perdu beaucoup de jeune bois, sur-tout ceux qui donnent des Figes violettes; plusieurs Jardiniers les ont cru gelés jusqu'aux racines, & les ont coupés, mais ils ont eu grand tort, car les nôtres & ceux des Chartreux ont bien repoussé, & ont même donné du fruit dans les deux saisons. Quelques jeunes pousses de gros Cyprès ont été gelées, mais les jeunes ont beaucoup souffert, j'en ai perdu plus de six cens. On sera peut-être surpris de me voir former de grandes pépinières d'un arbre qui a eu le malheur de déplaire, qu'on prétend porter l'ennui par-tout où il est, & qu'on a banni de tous les jardins; mais outre qu'il ne me paroît pas aussi désagréable qu'on le dit, je lui ai reconnu des avantages singuliers qui m'ont fait souhaiter d'en avoir beaucoup.

On sçait que les pieux de Chêne, d'Orme, de Charme, de Frêne, de Sapin, &c. périssent très-promptement au rés de terre, & c'est cet entretien onéreux qui a fait abandonner les contrespaliers en beaucoup d'endroits; or j'ai reconnu qu'un pieu de Cyprès en peut user au moins six de Chêne les uns après les autres, car j'ai entr'autres la clôture d'une Melonnière qui est encore fort bonne, quoiqu'elle ait été faite en 1709 avec des Cyprès gelés, & que quelques-uns des poteaux qui la forment, ne soient pas plus gros que le bras, encore y a-t-il plusieurs de ces poteaux auprès desquels il y a presque toujours eu des couches de fumier, ce qui certainement avance beaucoup la pourriture.

J'ai cru ne devoir pas négliger de rapporter cette propriété du Cyprès, qui peut le rendre utile en bien des occasions. Je reviens aux desordres de la gelée.

Les Charmilles anciennement plantées n'ont point souffert, mais presque toutes celles qui avoient été plantées avant la gelée, sont mortes jusqu'au rés de terre. Les Myrtes, les Lauriers-roses, les Romarins, les vieux pieds de Thym, les Cistes sont tous périés; il est réchappé aussi très-peu d'Artichaux.

Voici quelques conséquences qu'on peut tirer de ces observations.

Premièrement, les jeunes arbres sont plus tendres à la gelée que ceux qui sont plus gros, je ne dis pas que les vieux, car ceux-ci souffrent quelquefois beaucoup des grandes gelées; donc quand on veut élever des arbres qu'on sçait être tendres à la gelée, il faut les tenir dans des Serres ou à de bons abris jusqu'à ce qu'ils soient un peu gros.

Secondement, les arbres nouvellement plantés sont plus sujets à être endommagés par la gelée, que ceux qui n'ont point été replantés depuis plusieurs années; c'est une observation que j'ai souvent faite, & qui m'a déterminé à ne planter qu'au Printemps les arbres qui peuvent souffrir de grandes gelées. Enfin nous avons dit dans le Mémoire que nous avons donné en 1738, où nous avons examiné les effets de la gelée sur les Végétaux, que les gelées d'Hiver faisoient plus de desordres dans les endroits qui étoient exposés au vent de Nord; j'ai fait la même observation cette année, car j'ai remarqué que les arbres qui étoient abrités du vent de Nord par quelques Buis ou par quelques murs, avoient été moins endommagés que les autres.

Plusieurs vieilles souches de Vignes sont entièrement mortes.

Il y a eu bien des oignons de Safran de gelés, cependant ce n'est pas ce qui a fait le plus de tort à cette plante, c'est que les oignons n'ont pu se former pendant l'Hiver. Pour concevoir ceci, il faut sçavoir que tous les ans l'oignon qu'on a mis en terre, meurt, & qu'il s'en forme trois ou quatre jeunes au-dessus, qui se nourrissent de la substance & le remplacent; or c'est à la fin de l'Automne & pendant l'Hiver que ces oignons se forment: la continuité de la gelée y ayant fait obstacle, ils ne se sont formés qu'au Printemps, & ils sont restés gros comme des Avelines, au lieu qu'ils auroient dû être trois ou quatre fois plus gros, & ces petits oignons ne paroissent pas pouvoir donner de fleurs l'Automne suivante.



Pendant tout le mois il a toujours fait froid, il est tombé peu de pluie, mais seulement de temps en temps quelques ondées de grêle & de neige, en un mot ce qu'on appelle *des giboulées*.

### A V R I L.

La sécheresse, les ondées de neige, de grêle & de pluie froide, les vents d'Ouest, de Nord & de Nord-ouest & le froid ont continué jusqu'au 20. Le Soleil échauffoit les endroits qu'il éclairoit, mais il faisoit froid à l'ombre, & il geloit presque toutes les nuits, aussi rien ne profitoit à la campagne.

Le 6, il n'y avoit encore que les fleurs des Ormes qui fussent sorties de leurs boutons.

Le 9, les boutons de deux Maronniers d'Inde, que je connois depuis plusieurs années pour être des plus hâtifs, s'ouvrirent, & en restèrent là, les feuilles ne s'épanouirent que beaucoup de temps après.

Le 11, on entendit le Rossignol chanter, quoique le froid fût toujours incommode.

Le 20, on entendit le Coucou.

Le 21, le vent tourna à l'Est, & le temps devint fort doux ; alors les Amandiers, les Abricotiers, les Pêchers & les Pruniers Mirabolans fleurirent, mais bien-tôt le froid revint assés vif pour qu'on fût obligé de se chauffer comme en Hiver, & tous ces arbres restèrent long-temps en fleur. Cependant ces temps froids & secs n'avançoient pas les Bleds, & ne faisoient pas lever les Avoines qui avoient été semées dans la poussière ; pour la même raison l'herbe ne poussoit ni aux champs ni dans les prés, & on étoit obligé d'affourer tous les bestiaux comme en Hiver, ce qui a occasionné une grande consommation de bled, & a fait périr plusieurs Moutons & beaucoup d'Agneaux ; cependant vers la fin du mois les Avoines leverent, & les Pruniers fleurirent.

## M A I.

Jusqu'au 24 de Mai le vent s'est presque toujours tenu entre le Nord & l'Ouest, les ondées de neige & de grêle & le froid ont continué; néanmoins les Seigles commencerent à épier.

Le 12, on entendit un bruit considérable qui sortoit d'une nuée, & presque dans l'instant il tomba de la grêle, dont la plupart des grains avoient près de deux pouces de longueur sur un pouce de largeur, & un peu moins de demi-pouce d'épaisseur. Ces grains formoient pour la plupart une lentille ovale qui étoit bordée par un collier de petits grains ronds qui étoient gros comme des pois: heureusement que cette grêle ne dura qu'une demi-minute, & qu'il n'en tomba guère que quatre grains par chaque pied en quarré; ainsi elle ne fit pas beaucoup de tort aux biens de la terre, ce furent les vîtres qui en souffrirent le plus.

Il vint ensuite des gelées assez fortes pour endommager beaucoup les Vignes, & bien des épis de Seigle furent gelés par la pointe. Les Bleds n'avançoient presque pas, & paroissoient même souffrir, sur-tout dans les terres blanches de Beauce, qui passent pour les meilleures.

Cependant les Abricotiers, les Amandiers & les Pêchers qui avoient resté long-temps en fleur, étoient défleuris, leurs fruits étoient noués, & quoiqu'ils ne prissent point de grosseur, ils paroissoient en bon état.

Ceux qui connoissent les Abeilles, se persuaderont volontiers que la rigueur & la durée de l'Hiver suivies du froid & du vilain temps du Printemps, leur devoient être très-contraires. Comment aller chercher leur vie par le froid qu'il faisoit? & quand elles auroient pu braver les rigueurs de la saison, qu'auroient-elles trouvé? il n'y avoit presque point de fleurs à la campagne; aussi n'y a-t-il eu que les forts paniers, ceux où il y avoit beaucoup de Mouches & de Miel, qui ayent subsisté.

Enfin vers le 25 Mai il commença à ne faire plus froid,

on

on fortit alors les Orangers, ils étoient en fort bon état & bien garnis de feuilles, ce qui n'est pas surprenant, car on sçait que quand les serres sont bonnes, l'humidité fait plus de tort aux Orangers que le froid.

Pendant le courant de ce mois une Maladie épidémique très-fâcheuse se répandit dans tout le Royaume, c'étoient véritablement des fièvres malignes, vermineuses, qui, dans quelques endroits que j'ai été à portée d'examiner, s'annonçoient comme des peripneumonies, & sans que les symptômes parussent très-fâcheux, les malades étoient emportés en deux ou trois jours; cette maladie a principalement attaqué les pauvres gens, dont elle a fait mourir un nombre prodigieux.

### J U I N.

Quoique le temps fût fort adouci, il y a eu peu de chaleurs pendant tout le mois de Juin, & les nuits étoient toujours fraîches; s'il faisoit deux ou trois jours de chaleurs, elles étoient fort vives, il se formoit de l'orage, il tonnoit, il gréloit, & la fraîcheur revenoit.

Les menus grains étoient fort beaux, quoiqu'un peu tardifs, les Bleds ne promettoient pas tant, ils étoient clairs & fort retardés; cependant quelques jours de beau temps firent des merveilles à la campagne, & on espéroit encore une récolte passable.

A l'égard des fruits, on n'espéroit point de Poires, ni de Gland, ni de Frêne, médiocrement de fruits rouges, un peu plus de Prunes & d'Amandes, beaucoup d'Abricots, de Pêches, de Pommes, de Noix & de Noisettes; les légumes, Pois, Fèves, Lentilles venoient à merveille.

Vers la mi-Juin il s'éleva un vent brûlant qui dessécha en un jour toutes les feuilles de nos Peupliers; ils restèrent assés long-temps secs comme ils le sont en Hiver, ensuite ils poussèrent quelques feuilles nouvelles qui les regarnirent en partie.

Le 25 il y eût un orage terrible qui commença à  
*Mem. 1741.* X

Orléans, & qui s'étendit jusque dans la haute Champagne, faisant de grands desordres par-tout où il passoit ; plusieurs Paroissès de notre voisinage, qui se sont trouvées dans le fort de la nuée, ont été entièrement ruinées, les Bleds & autres grains absolument anéantis, les Vignes ébourgeonnées jusque sur la souche, nombre d'arbres arrachés ou rompus, l'écorce des jeunes étoit meurtrie ; quatre ou cinq Moulins ont été enlevés de dessus leurs bourdons & culbutés au loin ; le Clocher de la Cour-Dieu a été renversé par une bourrasque de vent si violente, qu'il n'auroit pas touché au toit si le vent ne lui avoit pas manqué quand il fut plus bas que le faite de l'Eglise ; des bestiaux & des hommes qui étoient aux champs, ont été blessés par la grêle, & il y a eu du gibier de tué.

Les grains de grêle n'excédoient pas la grosseur d'une petite noix muscade, mais ils étoient lancés avec tant d'impétuosité par des tourbillons de vent épouvantables, qu'ils brisoient tout ce qu'ils rencontroient.

La grêle & le vent étoient accompagnés du tonnerre, qui a fait aussi quelques desordres.

Dans quelques endroits qui n'avoient pas essuyé le fort de l'orage, on a essayé de couper les bleds pour les laisser repousser ; ils ont repoussé en effet, quelquefois trois petits tuyaux au lieu d'un, mais ces tuyaux ne portoient que de petits épis dans lesquels il n'y avoit point ou très-peu de grains.

A une demi-lieue de l'endroit où l'orage a été le plus violent, on ne sentoit pas le moindre vent, on entendoit seulement sortir de la nuée un bruit semblable à celui des carrosses qui roulent sur le pavé.

### J U I L L E T.

Pendant tout ce mois les nuits continuerent à être fraîches, il y eut encore de temps en temps des nuées de grêle qui suivirent à peu-près la même route que le grand orage, & plusieurs Paroissès en souffrirent.

Dans beaucoup d'endroits les Vignes blanches, c'est-à-dire, celles qui portent du Raisin blanc, furent plus endommagées par la coulure qu'elles ne l'avoient été par la gelée.

On n'a pu faire les Foins que vers la fin du mois, tant toutes les productions de la terre étoient retardées, encore l'herbe étoit-elle très-courte, & il s'en faut plus de la moitié qu'on ait eu autant de foin que l'année dernière. Vers la fin du mois il vint quelques brouillards secs qui rouillèrent beaucoup de bleds ; or on sçait que les bleds rouillés ne profitent presque plus.

Plusieurs especes d'Insectes ont été fort rares cette année ; seroit-ce que la rigueur de l'Hiver auroit fait périr leurs œufs ? ou les fraîcheurs du Printemps & de l'Été auroient-elles empêché beaucoup d'œufs d'éclore ? auquel cas ils pourroient bien n'être pas périssés, & être restés en état d'éclore l'année prochaine.

Quoi qu'il en soit, il y a eu un peu moins de Hanneçons & de Cantarides qu'à l'ordinaire, encore moins de Chenilles, de Grillons & de Sauterelles.

Depuis cinq ou six ans il y avoit dans le clos des Charreaux de Paris des Mouches noires qui faisoient périr les feuilles tendres des Poiriers à mesure qu'elles sortoient des boutons, elles s'attachoient particulièrement aux Poiriers de virgouleuse, qui restoient presque tous les ans dépouillés de leurs feuilles jusqu'à la sève d'Août ; on n'y a pas vû cette année une seule de ces Mouches.

Mais vers le 15 du mois toutes les feuilles des Ormes se trouverent chargées d'une prodigieuse quantité de petits Vers bruns qui mangerent tout le parenchyme de ces feuilles, qui en très-peu de temps devinrent brunes comme celles qui sont sous les arbres en Hiver ; ils descendirent au pied des Ormes pour se métamorphoser, & ils y formoient des tas assez considérables pour qu'on eût pu les ramasser à poignée. Pendant cet intervalle vint la sève d'Août qui produisit de nouvelles feuilles, & les Ormes reprirent un peu de verdure, qui a ensuite servi de pâture à des Scarabées que les vers

bruns dont nous venons de parler, ont produits, & malgré le froid de l'Automne ces Scarabées ont subsisté une bonne partie de cette saison.

### A O U S T.

Au commencement de ce mois les Bleds n'ayant pas encore leurs épis formés, il vint quelques jours de chaleur, des rayons de Soleil très-vifs qui jaunirent beaucoup les froments, qui jusque-là avoient presque toujours été à l'ombre & au froid; le grain ne pouvant plus recevoir assés de nourriture, resta, comme disent les fermiers, retraits ou échaudés, & quand on visitoit les épis, on trouvoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & les deux autres tiers ne contenoient que des grains mal nourris.

On commença la moisson des Bleds vers la fin du mois par un temps pluvieux & froid: les Bleds coupés, de même que ceux qui étoient versés, germoient aux champs, quelque attention qu'on eût; on les serroit fort humides, & on étoit à la veille de voir tous les grains périr à la campagne.

### S E P T E M B R E.

Heureusement il vint un peu de beau temps au commencement de ce mois, on serra assés à propos les Orges & les Avoines, mais il ne faisoit pas assés chaud pour les Bleds, & pour m'exprimer comme les fermiers, on les serroit un peu gourds.

La moisson n'a été entièrement finie que vers le 20 ou le 25; cette moisson étoit bien tardive, puisque quelquefois tous les grains sont engrangés avant le 10 d'Août: cependant j'ai appris qu'il y avoit très-certainement des grains sur terre dans le Boulonois les premiers jours de Novembre, quand les premières neiges sont tombées, & il y a eu beaucoup de Vesces qui n'ayant pu meurir, ont pourri dans les champs.

Revenons aux environs de Pluviers. Dans le temps de la moisson, les pailles étoient presque aussi noires que le sont

ordinairement les chaumes qui sont restés aux champs jusqu'à la Toussaints ; les pailles étoient aussi fort courtes, ce n'est pas toujours une preuve qu'il y aura peu de grains, on verra dans l'article suivant qu'il y en a eu effectivement très-peu cette année.

Je ne sçais si on en a été redevable à la continuité des gelées, mais les bleds ont été assés nets de mauvaises herbes, il n'y a eu que le Centinode ou la Renouée qui est venue cette année plus abondante & plus haute que je ne l'ai encore vûe. La graine de cette plante ne fait point de tort aux bleds ; quelques fermiers même ont sçu tirer parti de cette herbe, ils l'ont fait faucher & faner pour suppléer aux fourrages qui leur manquoient ; d'autres, au lieu de la faucher, en ont nourri pendant assés long temps une grande quantité d'Oyes.

Cette espèce de Melons hâtifs qu'on appelle *Melons des Carmes*, n'ont meuri que pendant le courant de ce mois ; & ce qu'il y a de singulier, c'est qu'ils se sont trouvés tous très-bons, mais les Melons ordinaires n'ont point réussi.

### O C T O B R E.

Le temps ayant été assés favorable pour les labours dans les mois de Septembre & d'Octobre, on a beaucoup avancé ces sortes d'ouvrages, & si quelques semailles ont été retardées, ce n'a été que par la difficulté qu'on a eue à battre les grains, comme je vais le faire sentir, en rapportant l'état où ils se sont trouvés dans les Granges quand on est venu à les battre.

J'ai dit qu'après l'Hiver les Bleds m'avoient paru près d'un quart plus clairs qu'ils ne le sont ordinairement, ce qui pouvoit venir, ou de ce que les semailles ayant été très-difficiles à cause de l'abondance des pluies qui étoient tombées en Automne, une partie du grain semé se seroit perdue, ou de ce qu'une partie du bled seroit morte pendant l'Hiver, ou enfin de ce que le bled avoit peu tallé, & c'est cette dernière raison que je crois la meilleure ; ainsi près d'un quart

moins de tuyau & une paille fort courte. Voilà pourquoi il y avoit dans les Granges la moitié moins de tas que l'année dernière.

On espéroit que ce petit tas rendroit beaucoup en grain, mais on s'est trompé, au lieu que 12 à 14 gerbes rendent ordinairement une mine de grain, il en falloit 30 cette année. On en sentira la raison si on se souvient que nous avons dit qu'à presque tous les épis il y avoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & que dans le reste le grain étoit petit & retraits.

Ce n'est pas tout, on sçait que les grains retraits rendent beaucoup en son & peu en farine, aussi quatre mines de bled nouveau ne fournissoient-elles pas plus de farine que trois de bled vieux.

Enfin nous avons fait remarquer que ces bleds avoient été serrés *gourds*, il s'ensuit qu'ils doivent moins boire d'eau quand on les pétrit, & c'est encore un déchet dont les Boulangers s'apperçoivent bien.

Nous avons dit aussi que les fermiers avoient eu beaucoup de peine à battre le bled pour leurs semailles; on en doit sentir la cause, puisqu'on sçait qu'il a fallu beaucoup battre de gerbes pour avoir la quantité de grain qui étoit nécessaire pour les semailles; outre cela le grain tenoit extrêmement dans les épis, qui se brisoient sous le fléau plutôt que de l'abandonner, comme il arrive ordinairement quand les bleds sont retraits.

La récolte ayant été médiocre, il auroit fallu presque vider les Granges pour avoir le grain nécessaire pour les semailles, ce qui auroit été sujet à de grands inconvénients, il ne seroit plus resté de fourrages pour les bestiaux.

Pour prévenir cet inconvénient, plusieurs fermiers entendus ont pris le parti de ne faire battre les gerbes qu'à moitié & sans les délier, puis ils les ont fait entasser dans un autre coin de la Grange, dans le dessein d'achever de les battre à net peu-à-peu pendant le reste de l'année. Par cette pratique ils ont retiré le meilleur grain pour semer leurs



terrés, ils auront toujours de la paille fraîche pour leurs chevaux, du petit bled pour leurs agneaux ; & sans doute que ces gerbes qui auront été ainsi remuées, se dessècheront & se battront plus aisément, sur-tout s'il vient des gelées pendant l'Hiver.

Malgré la peine qu'on a eue à battre les bleds, presque toutes les terres ont été emblavées avant la S.<sup>t</sup> Martin ; & comme elles étoient bien meubles & suffisamment humides, il y avoit lieu d'espérer une belle levée.

Il n'y a eu que les terres fortes qui n'ont pu être entièrement ensemencées que quinze jours ou trois semaines plus tard, à cause des pluies & des neiges qui sont tombées vers le 10 de Novembre.

Il y a long-temps que nous n'avons parlé des Vignes, & ce n'est que parce qu'il n'y avoit rien à en dire. La maturité des Raisins, comme toutes les autres productions de la terre, étoit très-retardée, les Raisins commençoient à peine à rougir à la fin de Septembre. Vers le 9 d'Octobre il vint des gelées assés fortes pour la saison, elles dépouillèrent presque toutes les Vignes & fanèrent les raisins ; on les laissa néanmoins aux Vignes jusqu'au 15 ou au 20, qu'on se détermina à les couper, voyant qu'ils ne meurissoient point, ils étoient cependant extrêmement verts. Presque tout le monde a eu la précaution de faire deux vendanges, mettant dans une cuve les raisins les moins verts, & les autres sous le pressoir pour en faire du vin prompt.

Les cuvées de raisins triés ont été bien long-temps à s'échauffer ; quelques-uns pour les engager à bouillir, ont fait rougir des pavés, qu'ils ont jetés dans leurs cuves, d'autres y ont jeté de la chaux vive, d'autres ont simplement couvert le dessus de leurs cuves.

Nous n'avons employé aucun de ces moyens, que nous croyons inutiles ; nos vins ont resté dans la cuve près de trois semaines, & après ce temps ils n'étoient pas si cuvés qu'ils le sont quelquefois au bout de huit jours. Je parlerai dans le mois de Décembre de la qualité de ces vins.

Les Safrans commencerent à fleurir quelques jours avant la fête de la Toussaints, & la veille de cette fête, tel qui avoit cueilli une livre & demie de fleurs, en espéroit autant le jour suivant, mais le vent accompagné de pluyes empêcha de les cueillir, & elles furent perdues.

Le vent tourna au Nord, & resta entre le Nord & le Nord-ouest pendant une quinzaine de jours, il gela assés fort pour la saison, il tomba de la neige, & les arbres furent très-chargés de givre, ce qui interrompit la fleuraison du Safran, & la moitié du mois se passa sans qu'il parût une seule fleur; enfin le temps s'étant adouci, les fleurs reparurent quand on n'en attendoit plus, & on en a cueilli pendant quinze jours, à la vérité en petite quantité, car tel qui l'année dernière avoit recueilli 14 à 15 livres de Safran, n'en a eu cette année que 2 livres quelques onces, encore n'a-t-il pas été à beaucoup près si beau à cause des mauvais temps qui sont venus quand on a fait la récolte.

Les gelées qui sont survenues au commencement de ce mois, faisoient craindre pour la levée des bleds. J'ai fait voir au commencement de ce journal que cette inquiétude étoit frivole, mais il étoit très-raisonnable d'appréhender qu'on ne pût achever les semailles; heureusement le temps s'est adouci, & on les a achevées avant la fin du mois.

J'ai parlé dans l'article précédent de l'état où se sont trouvés les bleds dans la Grange, il est à propos de dire ici quelque chose des Orges & des Avoines.

Les Orges ont été des meilleures, & seront d'un grand secours pour la subsistance de la campagne. Les Avoines, quoique très-basses, étoient fort grénées, mais le grain en étoit léger, & ne nourrissoit pas bien les chevaux.

Je n'ai point encore parlé des Chanvres, c'est cependant une plante qui fait un des principaux revenus de quelques Villages de notre Province. Il y en a eu de gelés dans le Printemps; d'autres n'ont pu meurir parfaitement, les gelées  
qui

qui sont venus de bonne heure l'Automne, ont empêché de les rouir comme il faut, & les mieux conditionnés sont très-tendres.

On conçoit aisément qu'une année froide & orageuse comme celle-ci, n'a pas été propre pour les Abeilles, elles ont peu travaillé l'Eté & l'Automne, elles ont été attaquées de dévoiements qui ont fait périr presque tous les paniers.

L'année n'a pas non plus été favorable pour les Arbres forestiers, ils ont peu poussé, & la sève a eu si peu de vigueur, que beaucoup d'arbres nouvellement plantés n'ont poussé qu'à la sève d'Août, & il en est mort bien plus qu'à l'ordinaire; le bois des bourgeons n'a pas bien meuri, il ne s'est pas *aoûté*, comme disent les Jardiniers, c'est pourquoi les Osiers n'ont point de force, ils se rompent très-aisément: pour cette même raison les Pépinières ont été long-temps en sève, de sorte qu'on a écussonné des Pêchers dans les pépinières des Chartreux de Paris les premiers jours de Novembre pendant que la terre étoit toute couverte de neige; ces écussons paroissent néanmoins être en bon état.

Les Châtaignes étoient fort petites, & le peu qu'on en a recueilli ayant meuri fort tard, il y en a eu beaucoup de gelées.

Mais ce qui prouve bien à quel point l'année a été tardive, c'est qu'on a cueilli des Pêches sur les espaliers jusqu'après la Toussaints. Les gelées qui ont perdu les Vignes, obligerent de cueillir les Pêches, qu'on mit dans la Fruiterie, où elles se sont conservées fort belles jusqu'à la moitié du mois de Décembre. D'abord elles étoient fort ameres, & n'étoient supportables qu'en compottes, elles sont ensuite devenues pâteuses, & enfin la pourriture qui avoit commencé auprès du noyau, a gagné tout le fruit, & en général on peut dire qu'il n'y a eu que les Pêches qui ont meuri en Septembre, qui aient été passablement bonnes.

L'année n'a pas seulement été tardive pour les Végétaux, elle l'a aussi été pour les Animaux; car beaucoup de Perdreux n'étoient pas plus forts à la fin du mois de Septembre

170 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
qu'ils le font souvent à la fin d'Août, de même les Colombiers se font garnis fort tard de Pigeonneaux, & ils en ont été garnis fort long-temps.

Enfin tout le courant du mois a été très-favorable pour planter des arbres.

### *D E C E M B R E.*

En général, pendant tout ce mois le vent a été très-violent, variant entre le Nord-ouest & le Sud-ouest ; les pluies presque continuelles qui venoient avec autant d'abondance que les orages d'Eté, rendoient le dedans des maisons aussi humide qu'il l'est ordinairement dans les grands dégels.

Ce temps a duré jusqu'au 20 de Décembre, que le vent s'étant porté au Nord, il est venu de la gelée, & il est tombé un peu de neige le jour de Noël ; il tomba le matin une pluie qui occasionna un si grand verglas, qu'on ne pouvoit se soutenir, mais le lendemain le vent étant tourné au Midi, les murs commencerent à suer prodigieusement, & il tomba, ainsi que les jours suivans, une quantité prodigieuse d'eau qui étoit poussée par un vent très-violent. La campagne étoit couverte d'eau, la Rivière d'Essonne qui borde nos terres, déborda, elle couvrit les chaussées & inonda les Moulins, & l'eau qui s'égouttoit de la Forêt d'Orléans dans cette Rivière, étoit si abondante, qu'elle a resté long-temps débordée, & qu'elle a diminué fort lentement.

La prodigieuse humidité qu'il a fait, l'abondance d'eau qui est tombée, a fait écrouler une quantité prodigieuse de murailles.

Comme le mois de Novembre a été assés froid, il y avoit bien des bleds qui n'étoient point levés, & qui ne sont sortis de terre que quand le vent a tourné au Sud-ouest; ils ont très-bien profité, & sont devenus fort beaux, l'herbe paroît seulement un peu fine, ce qui vient ou de ce qu'ils sont fort drus, ou de ce que la terre étoit fort battue, & on concevra pourquoi ils sont si drus, si on fait attention que le grain qu'on a semé, étoit petit & retraits ; car il est

évident qu'il en tenoit beaucoup plus dans la main des semeurs. On auroit donc pu, dira-t-on, diminuer un peu la semence ; cela est vrai, mais on n'a pas osé le faire, le bled n'étoit pas beau, & l'on appréhendoit qu'il n'y en eût beaucoup dont le germe fût mauvais.

On souhaitera sans doute sçavoir quelle est la qualité des Vins dont nous avons parlé ; pour satisfaire à cette question, j'en distinguerai de quatre especes.

La première regarde les vins qui ont été cuvés & faits avec les Raisins les plus mûrs, qu'on avoit triés dans le temps de la vendange ; ce vin est fort clair, il a une assez belle couleur, & est assez bon pour l'année.

Les vins de la seconde espece sont ceux qu'on a faits sur le pressoir & sans cuver, avec les Verjus ou Raisins très-verds dont on avoit trié les mûrs ; ces vins, si l'on peut appeller de ce nom un foible verjus, n'ont point du tout de couleur, cependant ils sont moins troubles, & n'ont pas un goût si desagréable que celui dont nous allons parler.

Nous mettons pour la troisième espece les vins qu'on a faits avec les Verjus, mais qu'on a fait cuver ; ces vins sont fort troubles, & ont un goût très-desagréable.

Enfin la quatrième espece de vins est de ceux qui ont été faits avec les Raisins mûrs & les verds mêlés ensemble ; ils ont un peu de couleur, mais ils n'éclaircissent pas.

A l'égard des vins faits avec du Raisin blanc, c'est plutôt de bon verjus que du vin.

Il ne faut pas oublier de remarquer que ceux qui ont vendangé immédiatement après la gelée, ont fait de meilleur vin & en plus grande abondance que ceux qui ont laissé les raisins aux Vignes pendant quinze jours ou trois semaines, & que ces petits vins se sont conservés à merveille ; on en a bu en 1742 qui avoient perdu de leur verdeur & pris un peu de qualité.

Les grands vents, les fraîcheurs & les humidités extrêmes du mois de Décembre n'ont presque point occasionné de rhumes.

*SUR LES MAUVAIS EFFETS  
DE L'USAGE  
DES CORPS A BALEINE.*

Par M. WINSLOW.

22 Mars  
1741.

DANS le Mémoire que j'ai donné à l'Académie sur les inconvénients, infirmités & maladies qui arrivent au corps humain à l'occasion de certaines attitudes & de certains habillements, j'avois mis au nombre de ces habillements les Corps ou Corsets à baleine & la chaussure haute des femmes. Je m'étois contenté de dire sur le premier article, que nos Anciens avoient déjà fait observer en général les inconvénients & les mauvais effets qui par le serrement excessif des corps à baleine arrivent aux Viscères du bas-ventre, jusqu'à blesser même, à estropier & à étouffer le fruit des femmes enceintes.

Les réflexions que j'ai faites depuis sur des circonstances particulières que j'ai rencontrées, en examinant de près les maladies locales du Bas-ventre & de la Poitrine, m'ont engagé à m'étendre là-dessus par les observations suivantes.

J'ai trouvé pour l'ordinaire aux filles & aux femmes les côtes inférieures plus abaissées & courbées en bas, & les portions cartilagineuses de ces côtes, plus recourbées qu'aux hommes; je n'ai pas trouvé cette différence à proportion aux enfants de l'un & de l'autre sexe, ni même aux adultes parmi le petit peuple. C'est ce qui m'a porté à regarder cette conformation comme non naturelle, & à l'attribuer au long usage des corps ou corsets forts à baleine, qu'on a soin de ferrer & de rétrécir peu-à-peu dans la jeunesse, & ensuite de plus en plus jusqu'au dernier degré où ils puissent être supportés à mesure qu'on avance au de-là de la jeunesse, afin de satisfaire à la fausse idée de l'agrément d'une taille

fort déliée. Pour comprendre les inconvénients & les mauvais effets de cette espece d'habillement, il ne faut d'abord qu'en considérer la fabrique, la forme & l'application, & envisager en même temps les parties, tant internes qu'externes, non seulement du bas-ventre, mais aussi de la poitrine, qui par-là sont comprimées les unes contre les autres, & dont l'état naturel change à la suite d'une telle compression, de sorte que les principales fonctions de l'œconomie animale deviennent à la fin plus ou moins altérées ou dépravées, selon les différentes dispositions personnelles ou individuelles.

On donne à ces corps ou corsets à baleine beaucoup de roideur par en bas, & en les appliquant on commence par en bas à les serrer, ce que l'on continue ensuite jusqu'en haut, & cela par différentes reprises. Ainsi on lace, ou plutôt on sangle d'abord à force de poing, toute la circonférence du bas-ventre qui répond aux intervalles des fausses côtes & des hanches, & cela si fortement, que les hanches quelquefois forment des portions de gros bourlets. Par-là on force les extrémités des fausses côtes vers en bas & en dedans, on met de plus en plus en presse le bas de l'épiploon, la plupart des intestins grêles, le mésentère, ses glandes, ses vaisseaux, même les lactés, ses nerfs, la tête du colon, l'autre extrémité de son arc, les reins. Tous ces viscères ainsi pressés, poussent l'arc du colon en haut, & compriment en bas la vessie, le rectum & les autres parties voisines; & cela d'autant plus que ces parties qui sont naturellement bornées en arrière & des deux côtés par des os, le sont artificiellement en devant par la roideur de la portion inférieure du corps fort à baleine. Cette portion est encore tenue roide & comme en bride, en partie par une pareille portion en arrière & vis-à-vis, formée par la jonction des extrémités roides par lesquelles on a commencé le serrement du lacet, & en partie par une pièce accessoire de bois, &c. qu'on appelle *busque*, placée tout au long en devant. Ensuite on fait monter le lacet avec la même violence jusqu'environ

à la hauteur du creux des aisselles. Il faut ici se r'appeller la forme de ces corps baleinés. Ils sont étroits en bas, évasés par degrés en haut & en devant, & applatis en arrière, de sorte qu'on pourroit les comparer à une espece de hotte fendue par le côté plat, & échancrée de côté & d'autre par en haut. Ainsi comme cette partie du corps à baleine est encore proportionnément étroite, elle force aussi les côtes voisines en dedans & en bas, met pareillement en presse entre ces côtes & les vertebres, le foie, la ratte, l'estomac, le pancreas, l'épiploon, les premiers contours des intestins grêles, le sommet de l'arc du colon, & comprime encore les uns contre les autres ces viscères, dont la plupart étoient déjà poussés en haut par les intestins, que la partie inférieure du corps à baleine avoit fait monter. On comprend assés qu'alors le diaphragme concourt à cette compression, étant lui-même forcément poussé en haut par les viscères ainsi soulevés.

Ce n'est pas encore tout : quoique le haut de cette partie moyenne du corps à baleine soit évasé en devant, il semble que le reste de sa partie supérieure soit exempt de pareils défauts. Les échancrûres qui embrassent le creux des aisselles, & les pièces qui passent sur le moignon des épaules, en ont aussi leur part, de même que les deux baleines fortes qui regnent tout le long des deux rangées d'oeillets par où on lace, & qui tiennent l'épine du dos roide comme une seule pièce. Ces échancrûres sont pour l'ordinaire si étroites, que non seulement la peau qui borde le creux des aisselles est toute rouge par leur impression, mais encore les deux muscles qui forment ce creux, sçavoir, le grand pectoral & le grand dorsal, sont par-là très-gênés & comme étranglés par une corde. Enfin les épaulettes, qui de toutes les parties de ces corps à baleine paroissent les plus douces & les plus mollettes, sont disposées comme des especes de brides, qui tiennent les extrémités voisines des clavicules abaissées & si fort reculées, que les autres extrémités de ces os deviennent saillantes sous le creux de la gorge, &



comme prêtes à être disloquées. Ces brides ne reculent pas seulement les clavicules, elles reculent & abaissent aussi le haut des omoplates, pendant que les angles inférieurs de ces deux os sont applatis & tellement comprimés en arrière par le dossier du corps à baleine, que la peau qui les couvre en est toute rouge & comme meurtrie. On prétend par-là dégager le devant de la poitrine, tenir les épaules reculées, & donner au dos une forme plate, le tout dans l'idée de procurer une belle taille ; par-là néanmoins les vertèbres sont forcées, la courbure naturelle de l'épine du dos est effacée, les côtes supérieures sont poussées en avant avec le sternum, dont la portion moyenne s'avance plus ou moins sans résistance à cause de la forme évasée du haut de ces corps à baleine, pendant que la portion supérieure de cet os est retenue par sa connexion avec les clavicules, & que la portion inférieure avec la pointe xyphoïde est bornée par l'endroit le moins évasé de ces corps à baleine. Il paroît même que par cet endroit évasé du devant des corps à baleine, la seconde, la troisième & la quatrième côte de chaque côté de la poitrine, sont presque les seules dont le mouvement est alors libre dans la respiration, car la première côte de chaque côté est naturellement comme immobile, & toutes les autres côtes au dessous de la quatrième de chaque côté, sont arrêtées par le reste du corps à baleine. Il semble aussi que par-là ces côtes supérieures acquièrent plus de mobilité qu'à l'ordinaire, & que les mouvements de respiration dans cet état gênant deviennent si considérables & si apparents ou évidents au haut de la poitrine. On peut encore par la même raison soupçonner dans cet état quelque inégalité de la circulation du sang pulmonaire, les parties inférieures des poulmons étant alors comprimées, & quelque portion de leurs parties supérieures étant plus élargie. On peut même soupçonner un défaut semblable, quoique d'abord & pendant quelque temps très-imperceptible, dans le principal organe de la circulation du sang.

Plus je fais réflexion sur ces compressions, ces déränge-

ments, ces tortures & ces meurtrissures, & plus je considère en même temps les maladies chroniques & les infirmités lentes qu'on voit arriver fréquemment aux filles & aux femmes d'une certaine condition, mais très-rarement aux petites gens & aux paysannes, sur-tout en me rappelant les différentes circonstances que j'ai observées, après avoir examiné plusieurs de ces infirmes avec toute l'attention possible; plus, dis-je, il me paroît évident qu'il en faut attribuer la première origine à la compression que le long usage de ces corps à baleine a causée aux différents viscères; par exemple, la jaunisse, à la compression du foie; les maux d'estomac, les nausées, les vomissements, la mauvaise digestion, à celle du ventricule & du duodenum; les pâles couleurs, à celle des glandes lymphatiques; le dérangement, l'excès & le défaut de toutes les especes d'évacuations naturelles, à celle de leurs organes particuliers; enfin les obstructions, les tumeurs, les duretés, les schirrosités & les schirres même, à la compression successivement meurtrissante des glandes mésentériques, du pancreas, de l'épiploon, du foie, des ovaires, & des autres parties internes du bas-ventre, par le serrement de ces corps à baleine.

Ce n'est pas toujours aux parties seules du bas-ventre que se bornent les mauvais effets de leur compression; celles de la poitrine & de la tête en ont assez souvent leur part. La contrainte du diaphragme & ses mouvements bornés par la résistance des parties du bas-ventre comprimées, occasionnent tôt ou tard différents maux de poitrine, de la difficulté de respirer, des affections pulmoniques. Le serrement des gros vaisseaux sanguins du bas-ventre & le tiraillement des plexus mésentériques, par la même compression de ses viscères, causent aux gros vaisseaux du cœur & au cœur même des accidents très-fâcheux, des palpitations, des anévrysmes, des polypes, des syncopes, &c. On peut encore attribuer à la même compression des gros vaisseaux sanguins du bas-ventre, comme aussi à celle des plexus nerveux, des glandes & des vaisseaux lymphatiques de cette capacité, le battement  
extraordinaire

extraordinaire & le gonflement des arteres carotides, les grosseurs vagues des veines jugulaires & des glandes de la gorge, l'évacuation abondante, plus ou moins périodique, de la salive & des sérosités gluantes par une espece de dégorgement des glandes salivaires, des glandes du pharynx & des glandes œsophagiennes, que j'ai remarquée dans les personnes incommodées de schirrosités du bas-ventre, & qui m'ont avoué avoir été pendant la jeunesse très-serrées par ces corps à baleine.

Ces incommodités se forment lentement, & il y en a qui ne deviennent sensibles qu'après des années, & quelque-fois long-temps après qu'on a quitté ces corps ou corsets qu'on avoit portés presque habituellement dès la jeunesse, sur-tout les tumeurs indolentes des schirrosités & des schirres, lesquelles ne se font pour l'ordinaire sentir qu'étant parvenues à un certain volume palpable, à moins qu'elles ne deviennent douloureuses avant ce degré d'étendue, & qui néanmoins pendant tout le temps qu'elles ont été imperceptibles, ont occasionné différents desordres dans l'économie animale. Les divers degrés de lenteur ou d'accélération de ces incommodités dépendent en partie de la différente manière de vivre, en partie de la différente disposition personnelle, & en partie de la cessation alternative de l'usage de ces corps pendant les nuits. C'est à peu-près comme les corps aux pieds & les durillons qui se forment par l'impres-sion des souliers étroits, & principalement par les chaussures pointues, & qu'on ne sent qu'après qu'ils sont fort avancés, & qu'ils commencent à causer des douleurs. Faute d'avoir apperçu & connu assés tôt ces incommodités cachées, leur cause primitive, & ce qui les entretient actuellement, il est arrivé qu'on a pris pour essentielles les maladies qui dans le fond n'étoient qu'accidentelles, & qui dans la suite, après un long usage inutile de plusieurs remedes, ont cessé promptement par l'interruption de l'usage de ces corps à baleine. J'ai même vû des douleurs habituelles & insupportables du creux de l'estomac & de la région épigastrique d'une jeune

demoiselle, cesser en peu de temps par le seul changement de forme que j'avois conseillé de donner à son corps à baleine, sçavoir de le rendre mollet & de le lacer par devant, en laissant un grand intervalle entre les deux bords.

Il suffit à tout connoisseur de la structure du corps humain & de la vraie œconomie animale, d'être averti de ces faits, pour pouvoir expliquer très-distinctement en détail toutes les indispositions internes qui en dépendent. Voici ce que j'ai observé sur les inconvénients & les mauvais effets que ces corps à baleine produisent aux parties externes. Les épaules forcément reculées par les pièces ou brides qu'on appelle *épaulettes*, & la contrainte du haut des bras par les échancrures trop étroites par devant & sous le creux des aisselles, font des impressions très-nuisibles aux muscles du bras dont j'ai parlé ci-devant, & en compriment les gros vaisseaux & les cordons des nerfs brachiaux. L'altération de la couleur de la peau, qui quelquefois en devient presque violette tout le long des bras, prouve assés l'étranglement de ces vaisseaux par les brides de ces épaulettes, & par les bords étroits de ces échancrures, qui outre cela serrent douloureusement les muscles du haut des bras, & en même temps gênent, empêchent & suppriment une bonne partie de leurs mouvements. C'est ce qui paroît évidemment aux yeux de tout le monde, quand les personnes ainsi gênées, sont assises, par exemple, à table, & qu'elles veulent avancer un bras pour atteindre à quelque chose un peu éloignée, vis-à-vis d'elles; car alors elles sont obligées, pour y pouvoir atteindre, de faire avec tout le corps au dessus des hanches, comme avec un corps de bois, un certain demi-tour, & en même temps une espece de pente oblique ou en biaisant, ce qui quelquefois paroît plutôt un air affecté que l'impuissance de faire autrement. A l'égard de la compression du dessus des hanches par le bas de ces corps à baleine, je n'ai pas encore assés examiné les inconvénients qui en peuvent résulter tôt ou tard aux cuisses, aux jambes & aux pieds par la communication des vaisseaux, des nerfs, &c.

Il y en a peut-être qui se rencontrent avec ceux dont j'ai parlé dans un Mémoire que j'ai donné en 1740, à l'oc- Page 59.  
 sion des Talons hauts de la chaussure des femmes.

Cet abus de serrer ainsi le corps des filles, est très-ancien, puisqu'il en est fait mention dans les Comédies de Térence, & que Riolan, premier Médecin de la Reine Marie de Médicis, & Doyen du College royal & de la Faculté de Médecine de Paris, en parle dans son Manuel Anatomique, à l'occasion d'une incommodité qu'il dit arriver aux filles en France, principalement à celles de la Noblesse ; sçavoir, qu'elles ont souvent l'épaule droite plus élevée & plus grosse que la gauche, de sorte qu'on en trouve à peine dix entre cent qui ayent les épaules bien conformées ; & après avoir marqué la difficulté d'en trouver la cause, il la cherche par plusieurs endroits, sçavoir entr'autres, si c'est parce que le mouvement du bras droit étant plus fréquent & plus fort, l'omoplate est tirailée & écartée, & que par-là les muscles s'élèvent & la font avancer ; ou parce que les nourrices en apprenant aux enfants à marcher, les soutiennent ordinairement du bras droit ; ou parce que les mères ont coutume de faire abaisser les épaules à leurs filles, & de leur serrer étroitement le corps pour le rendre menu, &c. de sorte que les parties inférieures étant trop pressées, celles d'en-haut augmentent en volume, & font avancer ou saillir les épaules ; ou, dit-il à la fin, c'est un vice de conformation par le dérangement de l'épine du dos.

Il paroît très-singulier que Riolan restreigne cette incommodité aux demoiselles de la France, d'autant plus qu'il avoit été lui-même assés long-temps dans les pays étrangers à la suite de la Reine, pour avoir pu y remarquer les mêmes défauts & les mêmes causes dont il fait mention, excepté le serrement du bas de la poitrine, dont la mode dans ce temps-là peut-être n'étoit pas si vulgaire, & n'étoit guère en usage que parmi la Noblesse ; mais ce serrement du bas de la poitrine, par lequel il dit que le haut devient plus ample, ne pouvoit pas seul être la cause de ce défaut d'une

*Riolan. Enchir.  
 Anatom. lib. 6.  
 cap. 17.*

épaule plutôt que de l'autre, & la façon des corps ou corsets dans ce temps-là ne faisoit peut-être que serrer en bas, sans rien gêner en-haut.

Il y avoit long-temps que j'avois lu cette remarque de Riolan, mais je n'y avois fait une attention particulière que depuis quelques années, après avoir examiné les défauts de la taille de plusieurs jeunes demoiselles qui avoient porté habituellement ces corps à baleine, & dont la plupart avoient l'épaule & l'omoplate du côté droit plus larges, plus épaisses & plus saillantes que celles du côté gauche. J'ai cependant idée d'avoir vû le même défaut seulement du côté gauche. J'ai outre cela trouvé à quelques-unes en même temps l'épine du dos plus ou moins détournée, quoique très-légèrement.

Pour bien comprendre comment les corps à baleine peuvent causer cette inégalité des épaules, il faut se rappeler ce que j'ai dit ci-devant à l'occasion de leur forme & de leur application; sçavoir, qu'en arrière, à l'endroit qui couvre le dos, on les fait étroits, plats & roides, afin de mettre par-là les omoplates en presse, & de rendre le dos bien applati. A peine attend-on à présent l'âge de cinq ou six ans pour les appliquer de cette façon. Mais qu'en arrive-t-il? d'abord les deux épaules naturellement égales, sont également comprimées par la première application de ces corps, & par-là également empêchées de prendre croissance. Peu-à-peu le plus de mouvement d'un bras que de l'autre, & pour l'ordinaire plus du bras droit que du bras gauche, force & dégage par degrés la portion du corps à baleine qui y répond, pendant que, par l'inaction ou le moins de mouvement de l'autre bras, la première forme de l'autre portion du corps à baleine reste comme elle étoit; de sorte que par-là l'omoplate qui s'est fait un peu plus d'espace, prend nourriture, pendant que l'autre reste comme étranglée. Cet élargissement d'un côté plus que de l'autre, est imperceptible les trois, quatre ou cinq premiers mois, au bout desquels, & quelquefois plus tard, on change les corps à baleine. La même chose arrive à proportion pendant qu'on porte le

second corps, & la croissance de l'épaule la moins comprimée va son train en même temps selon la force de chaque tempérament. A la fin la croissance de cette omoplate ou épaule moins gênée prend le dessus & se fait appercevoir; ce qui arrive principalement quand on ne change ces corps que de six mois en six mois, délai qui fait quelquefois encore un plus grand tort aux autres parties, tant internes qu'externes, des enfants qui croissent naturellement bien.

Malgré tout cela les défenseurs intéressés de la fabrique de ces corps, & ceux qui font trop de cas de la prétendue belle taille, en appelleront à l'expérience journalière pour en prouver l'utilité, & même la nécessité; 1.<sup>o</sup> parce que sans ces corps à baleine, plusieurs ont de la peine à se soutenir dans une attitude droite; 2.<sup>o</sup> qu'avec ces corps on a souvent prévenu les difformités qui arrivent à plusieurs qui n'ont pas voulu s'y assujettir; 3.<sup>o</sup> on m'a objecté que ce n'est que par le moyen de ces corps qu'on remédie aux difformités déjà arrivées, & que pour cela je les ai approuvés & conseillés moi-même; 4.<sup>o</sup> qu'ils obligent les jeunes personnes de se tenir continuellement droites, & leur procurent la belle taille. Voici mes réponses :

(1.) Ce n'est qu'après qu'on a porté pendant un certain temps ces corps, qu'on a de la peine à se soutenir sans eux; ce qui arrive, parce que les muscles vertébraux & les autres muscles qui servent à soutenir l'épine, sont, par l'usage habituel de ces mêmes corps, continuellement forcés d'être dans l'inaction pendant le jour, le dos étant alors soutenu par la roideur des baleines, indépendamment de l'action de ses muscles, & ils restent de même dans l'inaction pendant la nuit, étant alors portés & soutenus par le lit. C'est ainsi que ceux qui ont été obligés d'être alités long-temps, même sans maladie interne, ont après cela beaucoup de peine à se soutenir & à marcher, parce que les muscles qui servent à cet usage, ont été si long-temps dans l'inaction. On peut y ajouter la compression continuelle de la portion inférieure des muscles sacro-lombaires par ces corps, qui leur cause

une espece d'engourdissement imperceptible, & les rend plus ou moins incapables de soutenir l'épine du dos sans le secours des mêmes corps.

(2.) Quant aux difformités & aux dérangements de l'épine, des épaules, des hanches & du devant de la poitrine, il est certain que l'application des corps à baleine proportionnés à chaque personne, est souvent le moyen le plus efficace d'y remédier, ou de les diminuer, ou d'en empêcher l'augmentation, & par conséquent très-nécessaire, comme je l'ai conseillé moi-même à plusieurs avec succès; mais il n'est pas moins certain qu'il y a des cas où l'on peut y remédier par d'autres moyens, comme je l'ai aussi expérimenté. Ainsi cette nécessité est à peu-près pareille à celle de porter des bandages pour les descentes, des bottines pour les difformités des jambes & des pieds, &c. comme des moyens appropriés pour ces incommodités, & dont il se trouve, au grand préjudice du public, presque autant, pour ne pas dire plus de simples artisans que de vrais artistes. J'en ai vu des preuves très-fatales.

(3.) Ce que je viens de dire sur la nécessité dans les cas actuels de ces incommodités, je le dis aussi sur la prétendue utilité générale de les prévenir. Il n'y a point d'utilité, & il y a encore moins de nécessité où il n'y a point de disposition par la faiblesse des parties, ni occasion; par exemple, l'habitude d'une mauvaise contenance, la délicatesse de ceux qui sont exposés à de grands mouvements. C'est ainsi que les jeunes gens qui apprennent à monter à cheval, sont obligés de porter un bandage pour prévenir les descentes, & que les courriers se fanglent pour éviter les incommodités que les secousses violentes du cheval pourroient occasionner; & dans ces cas le vrai artiste est encore nécessaire, & le simple artisan très-dangereux.

(4.) La dernière raison qu'on allégué pour plaider la cause de ces corps forts, est que par-là le corps devient droit aux enfants dans l'âge de leur première croissance, se conserve droit dans les âges plus avancés, & acquiert ensuite



la stabilité d'une belle taille. Mais que l'on examine tout le petit peuple & les gens de la campagne dans tout le Royaume, que l'on cherche parmi d'autres Nations entières hors du Royaume, même hors de l'Europe, parmi les autres parties du Monde, jusqu'aux Sauvages, on y trouvera partout que sans ces corps à baleine, & même sans quelque moyen équivalent, tous les enfans en général s'élevent bien formés, bien droits, & passent tous les âges suivans sans aucune difformité, sans le moindre dérangement de la vraie conformation naturelle ; je dis la vraie conformation naturelle, car celle qu'on préconise tant parmi nous, ne l'est pas, elle est purement artificielle & contre nature, de même que tout ce qui en dépend, sçavoir, la forme de la poitrine comme en pointe, le ventre enfoncé, le dos applati, les épaules reculées, les clavicules forcées, les côtes en partie abaissées, en partie recourbées, en partie poussées en avant, le sternum presque en bascule, les viscères du bas-ventre en presse, ceux de la poitrine gênés, & le reste des dérangemens internes & externes dont j'ai parlé. C'est avec ces dépravations de la vraie structure du corps humain & de sa vraie beauté naturelle, qu'on fait acheter si chèrement par l'usage indiscret & l'application disproportionnée de ces corps à baleine, la prétendue belle taille. Qu'on ne dise pas que quantité de personnes n'en ont pas senti ces inconvéniens, ni n'en ont point été incommodées ; c'est par une habitude de jeunesse, par la force du tempérament joint à l'interruption de cet habillement, par le repos de la nuit, qu'elles y ont résisté, & qu'elles y résisteront pendant un certain temps, dans le cours duquel néanmoins se forment insensiblement les prémices de toutes ces incommodités dont j'ai parlé, lesquelles dans la suite après coup, & souvent même après une longue cessation du mauvais usage de ces sortes de corps & corsèts, ou se manifestent les unes plus, les autres moins, ou font périr sans se manifester.



## M E M O I R E

*Dans lequel on examine par voie d'expérience, quelles sont les forces & les directions d'un ou de plusieurs Fluides renfermés dans une même Sphere qu'on fait tourner sur son Axe.*

Par M. l'Abbé NOLLET.

*Lettres de Descartes, tome 3.  
Lett. 32. au  
P. Mersenne,  
édit. 1725.  
p. 482.*

**D**ESCARTES ayant entrepris d'expliquer la pesanteur des corps par la force centrifuge d'une matière fluide qu'il supposoit circuler autour de notre Globe, & voulant appuyer son hypothèse sur quelque fait qui pût en faire sentir la possibilité, imagina de faire tourner sur son axe une Sphere creuse, de quelque matière solide, & remplie de petits corps spécifiquement plus pesants les uns que les autres. Il prétendoit que ceux qui auroient le plus de masse, ayant, à vitesses égales, plus de force centrifuge, obligeroient les autres à s'approcher du centre de leur mouvement, & qu'on verroit prendre à ces derniers la forme d'un noyau sphérique, qui indiqueroit par sa figure la direction des forces auxquelles ces petits corps obéissoient. Cette expérience ingénieuse ne fut alors qu'indiquée, c'est un Juge que ce Philosophe s'est nommé lui-même dans une affaire de Systeme: s'il ne l'a point fait prononcer de son temps, c'est peut-être qu'il comptoit un peu trop sur une décision favorable à son opinion; cependant bien avant qu'on en vînt à l'exécution, M. Huyghens & plusieurs autres Physiciens avoient prévu que ce fait ne répondroit pas aux vûes de celui qui l'avoit comme cité d'avance; & enfin M. Bulfinger, dans un Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie en 1728, rapporte qu'il a fait tourner sur son axe une sphere de verre remplie d'eau, avec de petits corps, les uns plus légers, les autres plus pesants que ce fluide, & dans la suite du même

Mémoire

Mémoire il reconnoît que le résultat de cette épreuve n'est point conforme à la pensée de Descartes, & que la pesanteur des corps vers le centre de la Terre ne peut être expliquée par un tourbillon de matière fluide qui circule seulement en un sens.

Comme on a toujours considéré cette expérience du Globe de verre plein d'eau, relativement au point de vûe qui l'avoit fait imaginer, on s'est contenté d'y voir qu'elle étoit contraire à l'opinion Cartésienne, & l'on a supprimé la plupart des détails étrangers, ou qui n'avoient point un rapport immédiat à cet objet ; cependant comme ces circonstances, faute d'être suffisamment observées ou entendues, pourroient donner lieu de rappeler en preuve un fait dont l'insuffisance a été reconnue, & que d'ailleurs elles peuvent donner une juste idée des forces centrales & de leur action en certains cas, j'ai cru qu'il ne seroit point inutile de les rassembler dans ce Mémoire.

La machine dont je me suis servi pour faire tourner le Globe de verre, est une Table à trois pieds, plus longue que large, qu'on peut aisément mettre de niveau par le moyen de trois vis qui servent à la caler. Cette Table porte un second plan, qui est représenté par la Figure 1<sup>re</sup>, & qui s'y joint par deux charnières *A*, *B*, par le moyen desquelles il peut s'élever par un bout pour former un plan incliné à la Table. *C* est une vis qui passe dans une rainure à jour, pratiquée à la portion de cercle *D*, élevée sur l'extrémité de la Table, & qui sert à fixer l'inclinaison du plan mobile. En *E* & en *F* s'élèvent deux montants qui sont assemblés en haut par une pièce cintrée, & dans lesquels on peut mouvoir de bas en haut le châssis qui porte la roue, ce qui donne la liberté de tendre la corde plus ou moins. On a fixé en *G* un pilier qui porte à son extrémité supérieure une vis & un écrou à oreilles pour fixer une équerre de fer, dont la partie horisontale est ouverte en forme de coulisse, afin que la partie verticale qui est percée en haut pour recevoir l'axe du Globe, puisse avancer & reculer

parallement à la Table. Cette précaution étoit nécessaire, parce que le Globe de verre porte à l'un de ses poles deux poulies de différents diametres, dont il faut que chacune puisse être placée vis-à-vis & selon le plan de la grande roue. Enfin *HI*, est une rainure à jour qui reçoit la queue d'un autre pilier presque semblable au précédent, & qui s'arrête avec un écrou en dessous; & afin que cet écrou ne nuise point à l'inclinaison du plan mobile, on a percé la Table vis-à-vis, & autant que la rainure dont on vient de parler: ces deux piliers soutiennent le Globe de verre par ses deux poles, & la grande roue qu'on fait tourner avec une manivelle, lui communique son mouvement par une corde qui embrasse l'une ou l'autre des poulies. *Voyés la Figure 2<sup>de</sup>, qui représente toutes ces pièces assemblées.*

Une masse d'eau contenue dans une Sphere de verre, peut être considérée de deux manières différentes, & toutes deux nécessaires pour faire entendre ce qui résulte de son mouvement de rotation.

1.<sup>o</sup> On peut la regarder comme un assemblage de cercles paralleles enfilés par le même axe, cet axe étant la ligne droite que forment entr'eux tous les centres de ces différents cercles. *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, Figure 3<sup>me</sup>.*

2.<sup>o</sup> On peut se représenter cette même eau comme une infinité de Spheres creuses enveloppées les unes dans les autres, & qui décroissent en diametre jusqu'au centre commun. *Figure 4<sup>me</sup>.*

Quand on commence à faire tourner le Globe de verre sur son axe, la surface intérieure qui est solide, venant à frotter la première couche d'eau, lui imprime une partie de son mouvement; mais la vitesse étant plus grande à l'équateur & aux parties voisines que vers les poles, & la couche qui reçoit le mouvement, étant fluide, ses parties obéissent aux différents degrés de force qui les entraînent, & cette première sphere d'eau ne se ment pas toute en même temps. Cela s'apperoit aisément, lorsqu'avec l'eau on a mis un peu d'huile colorée; car dès que la boule vient à tourner, le

petit segment d'huile se déchire, pour ainsi dire, & se divise en un grand nombre de petits globules.

Le mouvement se communique donc ainsi de couche en couche jusqu'au centre, mais avec des vitesses qui ne sont point d'abord dans des rapports convenables pour faire mouvoir toute la masse à la manière d'une sphere solide; car 1.<sup>o</sup> comme le mouvement commence par la circonférence, les parties de chaque parallele qui en sont les plus prochaines, precedent d'abord les autres, & ce qui formoit le rayon  $KLM$  (*Fig. 5.<sup>me</sup>*) dans le fluide en repos, devient une ligne courbe  $kIM$  dès la première révolution. 2.<sup>o</sup> Le mouvement se communique à l'eau par le frottement de la surface solide du verre qui la renferme, mais les zones qui terminent tous les cercles de part & d'autre depuis l'équateur jusqu'aux poles, ne décroissent pas à beaucoup près autant que les quantités de matière sur lesquelles elles agissent; ainsi le mouvement se transmet plus vite aux parties qui avoisinent les poles, qu'à celles qui sont aux environs du centre de la sphere.

Par la même raison, si le verre & l'eau avoient acquis un mouvement uniforme qui les fist tourner sur leur axe commun comme un corps solide, il est certain que cette uniformité ne subsisteroit pas si l'on venoit à augmenter ou à diminuer la vitesse du Globe de verre; car celui-ci agiroit, par exemple, sur le cercle  $NO$ , (*Fig. 3.<sup>me</sup>*) par un frottement immédiat de sa surface qui est solide, pendant qu'il ne causeroit presque aucun changement à  $PQ$ , de même diametre, qui continueroit de se mouvoir dans un fluide qui a presque la même vitesse que lui.

Mais supposons le cas d'un mouvement uniforme dans toute la masse; c'est à la vérité supposer ce qui n'arrive pas ordinairement à la rigueur, car la sphere de verre ne tournant pas toujours sur ses vrais poles, & le fluide qu'elle contient, ayant une pesanteur qui concourt avec la moitié de sa révolution verticale, pendant qu'elle s'oppose à l'autre, il se fait des secousses presque inévitables, qui ne permettent

que rarement cet accord de vitesses qui peut seul faire tourner le verre & l'eau à la manière d'un solide ; ajoutés qu'il est assez difficile que le moteur imprime un mouvement égal assez long-temps pour le transmettre à tout le fluide ; mais ce qu'on ne peut exécuter rigoureusement, on l'a par approximation, & cela suffit. En supposant donc cette uniformité de mouvement, toutes les tranches ou cercles d'eau parallèles à l'équateur, auront des forces centrifuges particulières, d'où il résultera une force axifuge pour toute la masse.

L'expérience confirme ce raisonnement ; lorsqu'on se sert d'une eau qui contient quelques parcelles de matière plus légères qu'elle, ou lorsqu'on y mêle un peu d'huile de thé-rébentine colorée, que le mouvement divise bien-tôt en petits globules, tous ces corpuscules moins denses qu'un pareil volume d'eau, cédant à la force axifuge du fluide qui les emporte, s'approchent de l'axe de la révolution commune, & l'enveloppent dans toute sa longueur, en formant un corps dont le diamètre & la figure varient suivant la valeur relative de la force axifuge de l'eau, & les rapports qu'ont entr'elles les forces centrifuges particulières d'où ils résultent. Ordinairement c'est un cylindre, tantôt c'est un conoïde, quelquefois un fuseau, assez souvent c'est un corps plus enflé aux extrémités qu'au milieu, & jamais une sphere, pas même rien qui en approche.

On ne peut donc pas dire que la force axifuge du fluide se convertisse en force centrifuge commune à toute la masse ; car si cela étoit, il paroîtroit bien singulier que les petits corpuscules obligés de céder à cette force, ne prissent jamais entr'eux une figure telle qu'elle devoit résulter de son action & de sa direction, je veux dire, que jamais ils ne parussent sollicités à se rassembler de toutes parts vers le centre commun, comme on auroit lieu de le penser si l'on voyoit au moins quelquefois qu'ils prissent une forme sphérique, ou qui en approchât.

L'exemple qu'on pourroit citer d'une petite bulle d'air qui

paroît en certains cas chassée du pôle au centre du Globe, & que l'on y contient sous une figure sensiblement sphérique ; cet exemple, dis-je, ne répond point à mon objection, c'est un cas particulier qu'on opposeroit en vain à des expériences constantes, parce qu'il dépend d'un concours d'accidents, & qu'il n'est lui-même qu'une suite nécessaire des principes qu'elles prouvent, comme je me propose de le faire connoître par la suite de ce Mémoire. Examinons donc ce qu'il doit arriver à une bulle d'air qui se trouvera renfermée dans une sphère de verre pleine d'eau, que nous supposerons d'abord, pour plus de simplicité, se mouvoir toute ensemble, l'axe de la révolution étant horizontal.

La petite bulle en question se trouvera nécessairement dans le plan de l'équateur même, ou dans celui de quelqu'un de ses parallèles.

Si l'eau se meut assés rapidement pour l'emporter & pour l'obliger à circuler en même temps qu'elle, ou à peu-près, la petite bulle reçoit une force centrifuge qui diffère de celle du volume d'eau correspondant comme sa densité, c'est-à-dire, qu'elle en a beaucoup moins, & peu-à-peu elle est portée au centre du cercle, non par une force positive de sa part, mais parce qu'elle est obligée de céder la place qu'elle occupe successivement, à tous les petits volumes d'eau semblables qui sont entr'elle & le centre de la révolution, & qui, en raison de leur masse, ont une force centrifuge prévalente.

Mais la même raison qui fait que la force centrifuge de l'eau, à vitesses égales, est excessivement plus grande que celle de l'air, fait aussi que l'air tend fortement à s'élever au dessus de l'eau ; d'où il suit,

1.° Que quand la bulle d'air, en circulant, se trouve dans les rayons inférieurs à l'axe, sa légèreté respective concourt avec la force centrifuge de l'eau pour la porter au centre du cercle qu'elle décrit.

2.° Que quand au contraire elle se trouve dans les rayons supérieurs, cette même légèreté la défend contre les efforts

190 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de l'eau qui tend à la déplacer, en s'éloignant du centre, & retarde sa chute vers le centre.

Aussi l'expérience fait-elle voir que quand l'air circule avec l'eau, il arrive bien plus promptement à l'axe : deux causes alors concourent au même effet, la légèreté respective aidée par la force centrifuge de l'eau pendant la moitié de sa révolution, & l'augmentation de vitesse qui, quoiqu'égale pour les deux fluides, produit dans leurs forces une différence qui est à l'avantage du plus dense.

Une chose qu'on ne doit jamais perdre de vue ici, c'est que cette espèce de force qui amène la bulle d'air au centre du cercle, ne dépend nullement de la colonne *PR*, (*Figure 3.<sup>me</sup>*) qui est entre cette bulle & la paroi du verre : que cette colonne supérieure soit plus longue, qu'elle soit plus courte, pourvu qu'elle se meuve avec la même vitesse que le reste, comme nous le supposons, toute son action se porte dans une direction opposée à celle que doit suivre notre bulle d'air ; mais cette force réside toute entière dans la colonne inférieure *PS*, dont l'extrémité concourt pour la même place avec une particule de matière moins dense, & qui ne lui oppose pour toute résistance que son excès de légèreté, ou une force centrifuge toujours beaucoup moindre que la sienne.

C'est pour cette raison sans doute qu'une bulle d'air ou d'huile, quand elle est un peu grosse, paroît toujours aplatie par dessous.

Il suit de cette remarque ( & l'expérience le confirme ) que dans quelque parallèle que se trouve la bulle d'air, elle doit y rester si l'axe du Globe est bien horizontal, parce que tous les plans collatéraux ayant des forces centrifuges égales à pareilles distances de l'axe, & les deux espèces de résistance que l'air a à leur opposer, je veux dire la légèreté & la force centrifuge, s'il circule, étant également faibles dans un endroit comme dans l'autre, on ne voit aucune cause qui puisse déterminer la bulle d'air à passer d'un parallèle à l'autre ; aussi quand elle y passe, apperçoit-on aisément que cela vient



des secousses ou de la position du Globe, ou de l'inégalité du mouvement.

Il suit encore de la même observation que la forme du vaisseau est tout-à-fait indifférente, en supposant, comme nous faisons, le mouvement uniforme & constant ; la réaction de ses parois ne change rien à la force centrifuge de chaque cercle ; quelque figure qu'on leur donne, la force axifuge ne souffre aucune conversion. Quoique cette conséquence m'ait toujours paru fort évidente, j'ai cependant voulu m'en assurer encore par une expérience décisive.

Au lieu d'un Globe je me suis servi d'un Verre conique, représenté par la Figure 6<sup>me</sup>, je l'ai fait tourner sur son axe, tantôt avec de l'eau & de l'huile colorée, tantôt avec de l'eau & une petite bulle d'air ; si la force axifuge du fluide avoit dû recevoir quelque changement relatif à la figure du vaisseau, elle auroit dû se diriger vers la base, & les globules d'huile ou la petite bulle d'air me l'auroient indiqué, mais je n'ai rien apperçu que ce que je m'attendois d'y voir, les matières les plus légères se sont toujours rangées dans l'axe, & n'ont affecté aucune place de préférence.

Conduisons maintenant la bulle d'air dans un point de l'axe, & que ce point soit, par exemple, le centre de l'équateur. Si la bulle est fort petite, elle y paroît sensiblement sphérique, parce que les causes qui lui font prendre cette forme dans un fluide en repos, ne cedent que très-peu à celles qui lui feront changer visiblement de figure lorsqu'elle sera plus grosse. En effet, quand elle a plus de volume, elle paroît allongée comme une olive, parce qu'étant alors plus flexible, elle se conforme à la pression du fluide, dont les colonnes exercent sur elle une résistance perpendiculaire à son axe ; ce qui la rendroit parfaitement cylindrique, si son excès de légèreté, l'adhérence de ses parties, & une certaine pression qui vient de la plénitude du fluide ambiant, ne changeoient quelque chose aux effets de la cause principale. Voilà pour la figure.

Quant au déplacement, l'expérience apprend que la bulle

d'air demeure dans le point de l'axe où elle se trouve d'abord, tant qu'il est bien horifontal, & que le mouvement est bien uniforme; mais que si l'on élève un peu l'un des poles, elle ne manque point de se porter à l'endroit le plus élevé, & en voici la raison.

La bulle d'air étant dans un point de l'axe quelconque, est retenue par la force centrifuge, & selon la direction des rayons dont elle occupe le centre commun, de manière que n'ayant aucune force à leur opposer, puisqu'on suppose que sa légèreté est vaincue, elle ne peut pas s'élever dans le plan de son cercle, ni dans celui d'aucun autre parallele, s'il tourne avec la même vitesse; mais il n'en est pas de même des points de l'axe qui avoisinent celui dans lequel elle est, pour passer de l'un à l'autre l'air ne trouve d'autre résistance que le frottement, & ce frottement cede à sa légèreté, si l'axe est suffisamment incliné à l'horison.

L'expérience confirme encore cette raison, car si l'on substitue à cet air une goutte d'huile, ou quelque corps qui approche davantage de la densité de l'eau, cette légèreté à qui j'attribue le déplacement, se trouve trop foible à pareil degré d'inclinaison, ou elle ne produit rien, ou elle agit plus lentement. Ainsi notre bulle d'air dans l'axe incliné à l'horison, se meut à peu-près comme dans un tube plein d'eau, ou de quelqu'autre liquide en repos, & quand une fois elle est parvenue au pole, elle y reste constamment par la même cause qui l'y a fait aller, & autant de temps que les autres circonstances subsistent.

De-là il s'ensuit que si l'on mettoit dans l'axe incliné un corps plus pesant que l'eau, au lieu de se porter au pole le plus élevé comme le globule d'air, il suivroit une route toute opposée en obéissant à sa pesanteur; je me suis assuré de cette conséquence par un fait qui mérite d'être rapporté.

J'ai enfermé dans mon Globe plein d'eau une petite boule de cire, au centre de laquelle j'avois enfermé un grain de plomb qui la rendoit un peu plus pesante que l'eau; je l'ai amené peu-à-peu dans l'axe, en tournant plus lentement lorsqu'elle

lorsqu'elle étoit dans les rayons supérieurs, afin que sa pesanteur l'emportât sur la force centrifuge; lorsqu'elle fut parfaitement concentrique à l'un des cercles parallèles à l'équateur, elle tourna comme lui sur son axe, & quelque vitesse que j'imprimasse au fluide, ma boule de cire ne se déplaça point tant que l'axe du Globe fut bien horizontal. Et pourquoi se feroit-elle déplacée? la force centrifuge étoit en équilibre avec elle-même, puisque tous ses rayons étoient homogènes & de même longueur, & que tous les points de l'axe du Globe étoient indifférents pour la pesanteur; mais cette dernière circonstance venant à cesser par l'élévation d'un des poles, elle suivit bien-tôt cette inclinaison, & se porta vers l'endroit le plus bas sans quitter l'axe.

Jusqu'ici nous avons supposé que la sphere de verre & ce qu'elle contient, n'avoient qu'un mouvement commun, de manière que les révolutions périodiques de l'équateur & de ses parallèles se faisoient toutes en même temps; mais si l'on vient à ralentir le mouvement du fluide, en diminuant ou en arrêtant le Globe de verre, il est certain que les vitesses ne diminueront point également en temps égaux pour tous les parallèles, & que ceux qui sont les plus près de l'équateur continueront pendant quelques instants à se mouvoir sans un retardement sensible, pendant que ceux qui sont voisins des poles souffriront des accélérations ou des retards considérables, comme nous l'avons observé au commencement de ce Mémoire, & comme l'expérience le confirme. Car lorsqu'on a mis dans l'eau du Globe des parcelles de matière plus légère en suffisante quantité, & qu'on leur a fait prendre une forme cylindrique autour de l'axe, en donnant à tous les cercles une vitesse à peu-près égale, si l'on arrête ou qu'on ralentisse la sphere de verre, le cylindre ne manque point de se dilater par les deux bouts, ce qui prouve très-évidemment que la force centrifuge de l'eau qui resserroit ces particules dans un moindre espace, diminue comme la vitesse, qui est plutôt ralentie aux poles qu'ailleurs.

Par la même raison une bulle d'air ou tout autre corps

léger abandonne sa place en pareil cas, & s'éleve au dessus de l'axe, & si la figure du vaisseau ou quelque secoussé dans le fluide le détermine à prendre une ligne oblique, il se trouvera dans des paralleles d'un plus grand diametre, où la vîtesse, & par conséquent la force centrifuge, s'est mieux conservée, & alors il sera rabaissé vers l'axe & dans un point plus voisin du centre de la sphere.

Lorsqu'on a déplacé la bulle d'air, & qu'elle est au dessus de l'axe dans le voisinage du pole, si l'on rend au Globe de verre sa première vîtesse, cela seul peut faire aller cette parcelle d'air vers le centre de la sphere, car les vîtesses dans le fluide se rétablissent par où elles ont commencé à s'affoiblir, c'est-à-dire, que les cercles les plus près des poles sont plus commandés par la surface du verre; ainsi les forces centrifuges prennent des accroissements qui passent de cercle en cercle jusqu'au centre de la sphere, & qui sollicitent la bulle d'air à suivre la direction de leur progrès. Si la colonne *TV*, (*Figure 7.<sup>me</sup>*) a plus de force centrifuge en *X*, qu'elle n'en a en *Y*, il est évident que la bulle d'air qu'elle sollicite, tendra à l'axe par une ligne oblique qui l'approchera du centre de la sphere.

Enfin c'est une chose certaine que le fait dont il s'agit, n'arrive pas toujours, & qu'il n'arrive jamais quand le mouvement du fluide persévère uniformément; plusieurs circonstances peuvent le faire naître, la forme du vaisseau, les secousses dans le fluide, l'inégalité du mouvement, l'inclinaison de l'axe, &c. ainsi l'on peut dire que ce renvoi de la bulle d'air au centre de la sphere, n'est qu'un accident qui ne prouve nullement la conversion de la force axifuge ou force centrale.

En vain prétendrait-on que dans la pratique de ces expériences les résultats ne sont pas tout ce qu'ils pourroient être, à cause du poids de l'eau qui rappelle toujours la masse entière vers le centre de la terre qui est hors du Globe de verre, tandis que le mouvement de rotation donne aux parties une tendance qui a rapport au centre de ce même Globe qui

les renferme ; car il est aisé de prouver que quand on fait tourner sur son axe cette sphère de verre pleine d'eau, les parties du fluide sont en équilibre entr'elles, & que leur pesanteur ne change rien à leur mouvement de rotation : cette proposition est fondée sur les principes les plus connus de l'Hydrostatique, & l'expérience la confirme.

Soit (*Figure 9.<sup>me</sup>*) une coupe du Globe plein d'eau, selon le plan de son équateur, l'axe qui passe au centre *G* étant porté par les deux extrémités, il est évident que quand le Globe tourne, toute la circonférence solide *ABCD*, est aussi soutenue, & que toutes ses parties sont en équilibre si elle est par-tout d'une même nature & d'une égale épaisseur.

Si la lame circulaire terminée par cette circonférence étoit une matière solide, on pourroit dire la même chose de tous les cercles concentriques qu'on y pourroit concevoir, soit qu'ils fussent en repos, soit qu'ils tournassent sur leur centre commun.

Mais si cette lame est un fluide dont les parties soient semblables entr'elles, je dis que la fluidité de la matière contenue sous la circonférence solide *ABCD*, ne change rien à l'équilibre de ces parties, dans le cas du repos (tout le monde en convient) ni dans celui de la rotation, comme je vais le prouver.

Quand la circonférence solide *ABCD*, tourne sur son centre, & que le mouvement s'est uniformément distribué à tout le plan fluide qu'il renferme, si quelque chose pouvoit interrompre ou empêcher l'équilibre dont il s'agit, ce seroit sans doute la pesanteur dont la direction est alternativement favorable & contraire au mouvement d'un volume quelconque pris dans la masse, comme *F*, & considéré pendant une révolution entière ; mais il est aisé de voir que tout étant soutenu par la circonférence qui représente les parois du vaisseau, la pesanteur qu'on pourroit objecter, n'est plus qu'une pesanteur relative, dont les rapports sont toujours subsister l'équilibre, en quelqueendroit de son orbe qu'on imagine le volume *F*. Si, par exemple, il est en *e* ou en *h*,

B b ij

sa pesanteur le sollicite à descendre vers  $D$ , mais cet effort est vaincu par la résistance d'une colonne d'égale densité, & soutenue en  $D$ .

Quand le volume  $F$  décrit la moitié de son orbe  $eih$ , la pesanteur concourt avec son mouvement circulaire, & tend à l'accélérer, mais une pesanteur égale tend aussi à retarder l'autre demi-orbe  $hld$ , & comme l'orbe entier est composé de parties semblables à  $F$ , qui ne peuvent ni se pénétrer ni se comprimer, on ne voit pas que la pesanteur puisse rien changer à leur mouvement de rotation, ou les empêcher de circuler régulièrement; voilà ce que dit la théorie, voici maintenant ce que dit l'expérience.

Ce que je viens de dire du volume  $F$ , deviendrait sans doute d'une évidence parfaite, si on pouvoit le distinguer sensiblement de la masse dont il fait partie pendant sa rotation, & qu'on le vît se tenir constamment dans un cercle concentrique à la circonférence solide  $ABCD$ , car il est certain que pendant sa révolution, s'il obéissoit plus à sa pesanteur dans un temps que dans un autre, son orbe deviendrait excentrique à  $G$ , & ne seroit pas même parfaitement circulaire; mais que ce soit le volume  $F$  lui-même, ou bien un autre corps, pourvu que la pesanteur spécifique soit la même que celle de l'eau, les effets ne doivent-ils pas être semblables?

J'ai donc substitué à  $F$  une petite boule de cire colorée & préparée de façon qu'elle étoit en équilibre dans l'eau, & je lui ai vû décrire des cercles sensiblement concentriques à l'axe d'une sphere de verre remplie d'eau, dans laquelle je l'avois mise, & que je faisois tourner le plus uniformément qu'il m'étoit possible; on ne peut donc pas dire que la pesanteur absolue de l'eau soit un obstacle aux effets qui doivent résulter de sa force axifuge lorsqu'on la fait tourner dans un Globe de verre, tel que celui qui a été employé dans les expériences qui sont le principal objet de ce Mémoire.

Pendant que j'étois occupé à ces expériences, j'ai voulu m'assurer d'un fait que M. Bulfinger a supposé dans le

Mémoire que j'ai cité ci-dessus. Il paroît que ce Physicien, pour expliquer les phénomènes de la pesanteur, a voulu prendre un milieu entre le Tourbillon Cartésien qui lui paroïssoit insuffisant, & celui de M. Huyghens, à qui l'on reprochoit de n'être pas assez conforme à cette simplicité qui caractérise la Nature.

Après avoir imaginé dans le même fluide une double circulation autour de deux axes qui se couperoient à angles droits, il a pensé, comme Descartes, à rendre son idée plausible par une expérience; il se propose de faire tourner le Globe plein d'eau sur quatre poles, de manière que les deux rotations s'achèvent en même temps: l'effet qu'il en attend, est que les corpuscules plus légers que l'eau, au lieu de se ranger dans un axe, comme il arrive dans le cas d'un seul mouvement, se rassembleront au centre du Globe, & y formeront un noyau sphérique.

Descartes, en proposant son expérience, avoit laissé à d'autres le soin de l'exécuter: M. Bulfinger qui la fit le premier, reconnut par cet exemple, que les résultats ne sont pas toujours tels qu'on les avoit présupposés, & pour ne pas tomber dans la même faute en proposant la sienne, il se chargea lui-même de l'exécution; il s'assûra de la double rotation du Globe de verre par un modèle en petit, mais nous ne voyons pas qu'il ait été plus loin.

Le point le plus important n'étoit cependant pas de sçavoir si le Globe pourroit tourner en deux sens à la fois, il s'agissoit bien plutôt d'apprendre ce qui s'ensuivroit dans le fluide qu'il contenoit, si ce double mouvement se transféroit à l'eau, & si les corps légers seroient chassés au centre? M. Bulfinger l'a prétendu & supposé, mais j'avoue que les raisons sur lesquelles il s'appuie, n'ont pu dissiper les doutes que j'ai toujours eus sur le succès de cette expérience. Je l'ai faite enfin, en appliquant à ma machine de rotation un Globe de verre qui tournoit sur ses poles dans un grand cercle de cuivre, pendant que ce cercle lui-même tournoit sur celui de ses diamètres qui coupoit à angles droits

l'axe de la première rotation, comme il est représenté par la Figure 8.<sup>me</sup>, & à peu-près comme M. Bulfinger avoit projeté de le faire, avec cette différence cependant qu'ayant mis une double poulie à l'un des poles du Globe, je pouvois, en faisant passer la corde sur la plus petite ou sur la plus grande, varier les vîteses des deux rotations; voici les résultats.

1.<sup>o</sup> Quand les deux rotations se sont faites avec des vîteses égales, & que l'un des deux axes étoit horizontal, les corps légers qui étoient dans l'eau du Globe, se sont rangés sans différence sensible dans ce dernier axe, comme s'il n'y eût eu qu'un seul mouvement.

2.<sup>o</sup> La rotation de l'axe horizontal ayant la même vîtesse, & celle de l'autre étant augmentée d'un tiers, je n'ai apperçu aucun changement dans les effets.

3.<sup>o</sup> Dans l'un & dans l'autre cas, lorsque j'arrêtois le Globe de verre, & que les deux axes de rotation étoient dans une situation horizontale, il m'a paru que le cylindre formé par les corps légers quittoit sa situation pour se diriger à peu-près vers les 45 degrés.

4.<sup>o</sup> Quand j'élevois obliquement, ou même verticalement, celui des deux axes qui a coutume d'être dans le plan de l'horison, le cylindre formé par les corpuscules légers ne changeoit point de situation, mais il se convertissoit en cône renversé, ce qui est une suite de la légèreté respective.

5.<sup>o</sup> Enfin, de quelque manière que j'aye varié cette expérience, soit par le rapport des vîteses entre les deux mouvemens du Globe, soit par la situation des axes, je n'ai jamais apperçu aucun signe sensible d'une force qui dirigeât les corps légers au centre.

Je me borne ici au simple récit des faits, pour fixer seulement les idées sur une expérience qui a partagé les opinions, tant qu'elle n'a été que projetée, & je remets à examiner dans un autre Mémoire, ce que cette double rotation opérée, tant par rapport aux différens points de la sphere de verre, que sur les parties du fluide qu'elle renferme, & sur les corps légers qui lui cèdent.





Fig. 3.

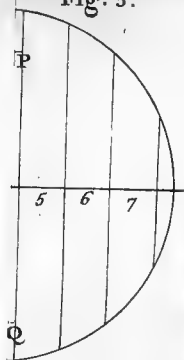


Fig. 4.

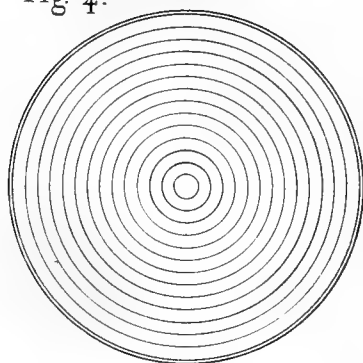


Fig. 2.

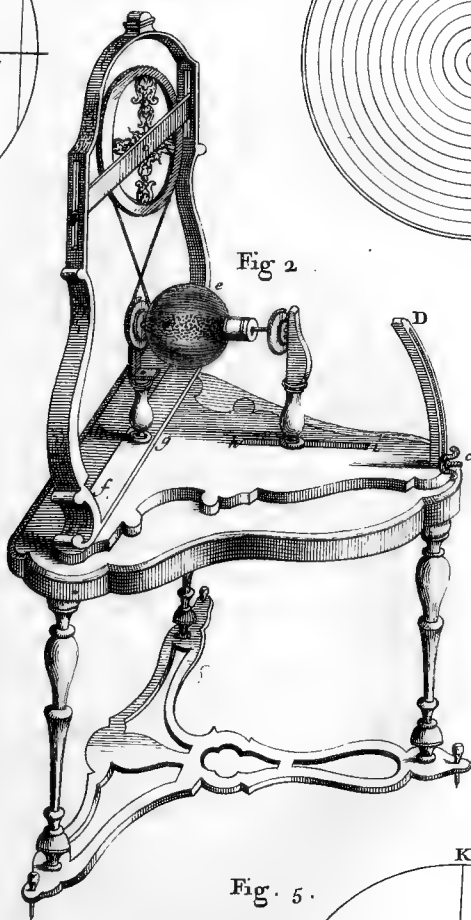


Fig. 1.

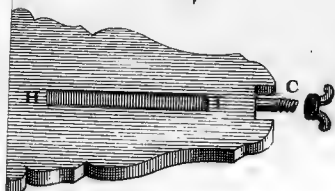
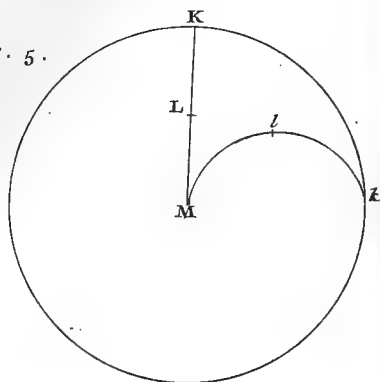


Fig. 5.



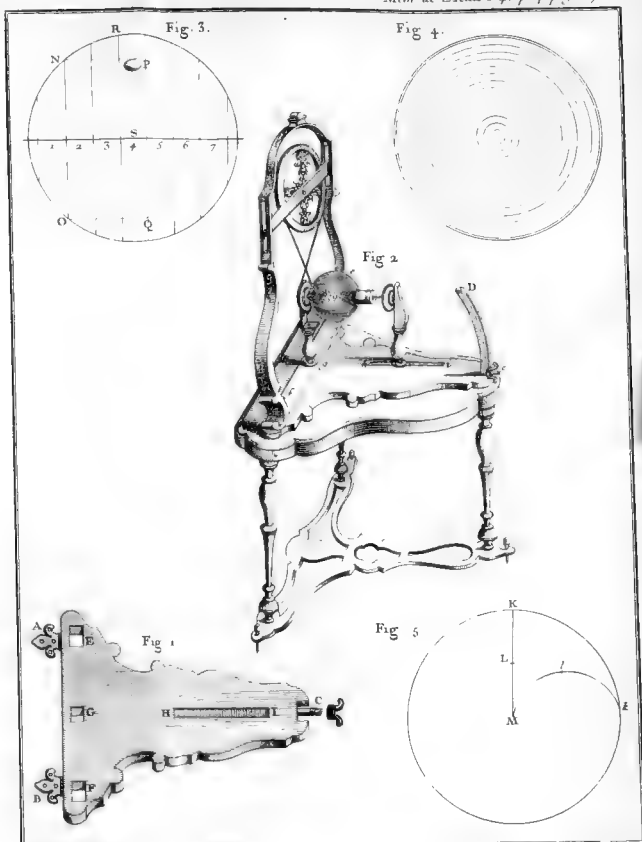


Fig. 7.

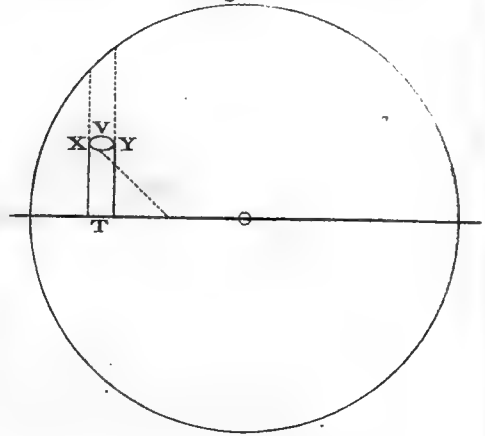
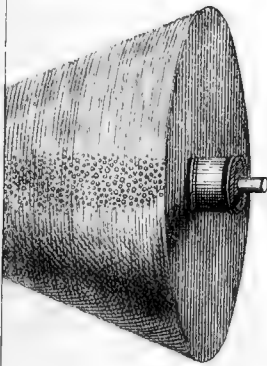


Fig. 9.

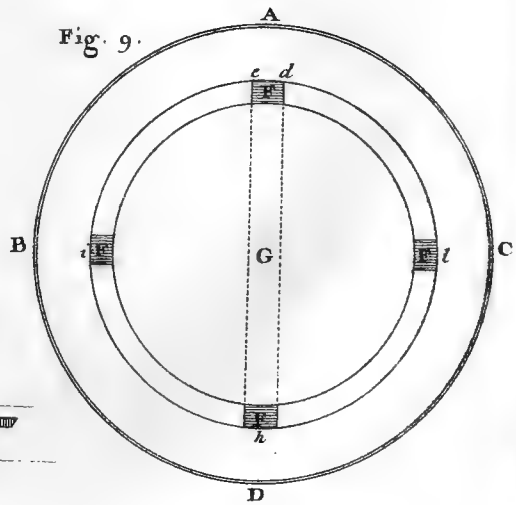
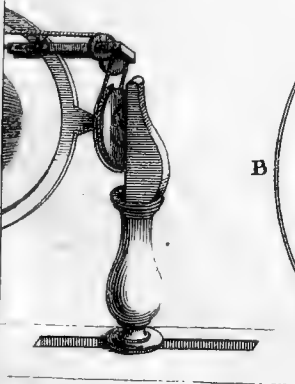


Fig 6

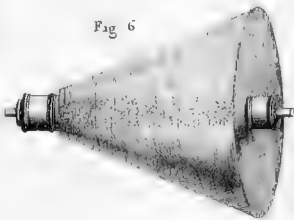


Fig 7

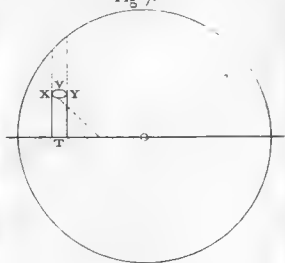


Fig 8

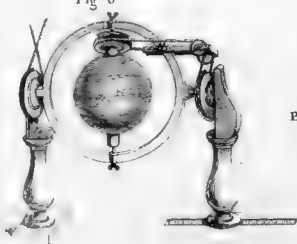
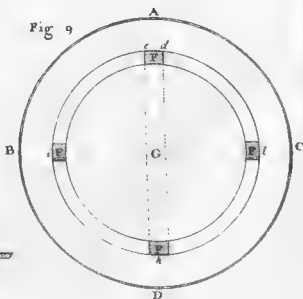


Fig 9



## OBSERVATIONS

*Par lesquelles on tâche de découvrir la partie du Cerveau où l'Ame exerce ses fonctions.\**

Par M. DE LA PEYRONIE.

**D**IFFÉRENTES observations que j'avois faites il y a long-temps sur des maladies du Cerveau (a) m'ont conduit insensiblement à découvrir l'usage de quelques parties de ce Viscere. Encouragé par ce succès j'ai espéré qu'une suite plus nombreuse d'observations de même genre confirmeroit mes premières idées; je me suis même flaté qu'il pourroit naître de là de nouvelles connoissances qu'on n'auroit pu acquérir que difficilement par d'autres voies. Je vais me servir aujourd'hui de toutes ces observations comme d'une espece de fil pour me guider jusqu'au lieu où l'Ame exerce immédiatement ses fonctions.

Cette substance immatérielle, qui, ne donnant aucune prise

\* L'Ame est unie au corps; par les loix de cette union l'ame agit sur le corps, & le corps agit sur l'ame. Quel est le point du corps où s'exécute immédiatement ce commerce réciproque! C'est ce point, ce lieu, ce foyer, cet instrument que je cherche dans ce Mémoire, & que j'appellerai *le siège de l'Ame*, à l'exemple de Fernel<sup>a</sup>, Vanhelmont<sup>b</sup>, Descartes, Bartholin<sup>c</sup>, Bohnius<sup>d</sup>, Diemerbroeck<sup>e</sup>, Blancard<sup>f</sup>, Bayle<sup>g</sup>, Bergerus<sup>h</sup>, Lancisi, &c.

(a) Je lus en 1709 à la Société Royale des Sciences de Montpellier,

un Mémoire contenant six observations sur des maladies de tête, dont la première m'avoit fait naître l'idée, qu'il ne seroit pas impossible de découvrir par la voie de l'observation le lieu du cerveau où l'ame exerce ses fonctions. On trouve l'extrait de ce Mémoire dans le Journal de Trévoux<sup>i</sup>; cet extrait donne clairement l'idée de mon projet, mais ce n'est qu'un extrait, & dans lequel on ne fait, pour ainsi dire, qu'indiquer mes observations; c'est ce qui m'engage à en donner ici le détail qui n'a point paru. Au reste avec ce peu d'observations je ne pouvois alors qu'ébaucher cette matière délicate & obscure. J'en ajoute dans ce Mémoire un grand nombre de nouvelles qui confirment les six premières, & qui ne seront pas bornées à cette seule utilité.

<sup>a</sup> Cap. 9. pag. 72. & seq.  
<sup>b</sup> Joan. Bapt. Vanhelmont, pag. 283.  
<sup>c</sup> Bartholin, Anatom. pag. 68.  
<sup>d</sup> Joan. Bohn. Circ. Anat. physiolog. p. 52.  
<sup>e</sup> Anat. du Corps hum. tome 2. pag. 234.  
<sup>f</sup> Steph. Blancardi opera, pag. 252.  
<sup>g</sup> Francisc. Bayle, Instit. Phys. sectio tertia, pag. 496. & seq.  
<sup>h</sup> Bergerus, Physiol. Med. pag. 332. & seq.

<sup>i</sup> Avril 1709. page 609.

à nos sens, anime cependant leurs ressorts les plus secrets, est, pour ainsi dire, couverte de voiles épais qui la rendent impénétrable. Plus on a travaillé à montrer l'ame à l'ame même, plus on a cru devoir la regarder comme inaccessible, & si elle a pu s'élever jusqu'aux objets qui l'environnent & qui lui sont étrangers, elle a trouvé des barrières qui ont arrêté ses efforts lorsqu'elle a tâché de se replier sur elle-même pour parvenir à se connoître.

La Nature auroit-elle voulu en effet nous interdire une connoissance si satisfaisante, & nous en priver pour toujours? Quoi qu'il en soit de cette conjecture, nous ne pouvons douter que l'ame & le corps ne soient unis par les liens les plus étroits, & qu'en conséquence des loix secretes de cette union les changements qui arrivent à l'une de ces substances ne fassent constamment impression sur l'autre.

Mais cette communication est elle-même incompréhensible: tout esprit semble devoir essentiellement se dérober aux atteintes des corps, & tout commerce réciproque entre des substances si différentes par leur nature paroît en quelque sorte contradictoire.

S'il n'est pas permis de pénétrer ces mysteres, c'est-à-dire, de percer jusqu'à la nature de l'ame, ni jusqu'aux loix de son union avec le corps, on peut au moins essayer de découvrir le siège ou le premier instrument de ses opérations. Les Philosophes de tous les siècles l'ont tenté, & il n'est personne qui ignore leurs différentes opinions sur ce sujet.

J'ai entrepris la même recherche avec cet esprit de doute que doit inspirer la vraie philosophie, & je n'ai d'abord trouvé dans les écrits de ces Auteurs aucun de ces faits qui mettent, pour ainsi dire, le sceau aux vérités physiques. J'avoue qu'on a déjà placé le siège de l'ame dans toutes les parties du corps, & même dans la masse du sang: Il n'y a en particulier dans le cerveau aucun recoin où on ne l'ait supposé, & il est par conséquent impossible que la partie du cerveau dans laquelle l'ame exerce immédiatement ses fonctions, ait échappé à ceux qui nous ont précédé; mais les preuves sur lesquelles on a jusqu'ici appuyé toutes ces opinions;

opinions, n'ont aucune force : ainsi ceux que le hazard a pu conduire au siège de l'ame ne l'ont point véritablement découvert, ils l'ont seulement deviné, & ils ne nous ont transmis sur ce sujet que de simples conjectures.

Il faut certainement suivre une route différente pour nous conduire avec quelque sûreté dans la recherche du siège de l'ame : c'est d'observations en observations que nous devons remonter jusqu'à ce premier organe ; ce n'est que par un enchaînement de faits puisés dans la Nature qu'on peut développer un pareil mystère.

Il seroit inutile de chercher les 1.<sup>ers</sup> organes des sensations & des mouvements dans d'autres parties que dans les nerfs.

Mais l'ame est-elle répandue dans tous ces tuyaux dont la structure nous est encore si cachée ? Ne sçait-on pas au contraire que ceux qui ont perdu quelque membre, soit par accident, soit par une opération chirurgique, croient sentir des douleurs dans les membres mêmes qui ne subsistent plus ? & ainsi n'est-on pas obligé de remonter au cerveau pour y chercher les premiers organes des fonctions de l'ame ?

D'un autre côté par quelle voie parvenir à déterminer plus précisément ces réduits secrets ? le sentiment ne nous apprend rien de leur situation : l'ame, comme nous l'avons dit, ne sçait en effet quel est le lieu où elle opère ; les instruments auxquels elle est attachée par des liens dont elle ne sçauroit par elle-même se dégager, lui sont entièrement inconnus ; elle ne peut les sentir, ni les voir, ni les connoître.

Voici le seul moyen que nous ayons pour cela. Supposons que toutes les parties du cerveau aient été détruites, & qu'il n'en soit resté qu'une seule : si après la destruction de ces parties la raison subsiste, si les facultés de l'ame ne sont nullement altérées, il est évident que le siège de l'ame n'étoit point dans ces parties détruites, & il faut nécessairement le placer dans la partie qui reste. Ce sera donc par la voie d'exclusion que nous commencerons à connoître cette partie qui est le premier instrument de la substance pensante, ou, ce qui est la même chose, le siège qu'elle occupe. Cette voie deviendra encore plus lumineuse, si, par des observations

constantes, nous sommes assurés que la partie qui reste après la destruction des autres n'est jamais altérée que les facultés de l'ame ne soient troublées ou abolies ; or c'est ce que nous prouverons par un grand nombre d'observations.

Il est certain d'abord que l'ame ne réside pas dans toute l'étendue de la substance du cerveau : nous allons entrer dans un détail de faits décisifs qui établiront cette vérité.

*Première  
Observation,  
nouvelle.*

Un payfan âgé de 18 ans reçut un coup de pierre sur le pariétal droit ; cet os fut fracturé ; les esquilles ouvrirent la dure-mere & blessèrent le cerveau ; le jeune homme, qui avoit été renversé par le coup, resta deux jours sans connoissance. En retirant les esquilles dans le premier pansement, & en remédiant en même temps au desordre des os, on ramassa, outre beaucoup de sang caillé, une très-grande cuillerée des débris de la propre substance du cerveau. Le malade fut secouru à propos, & il guérit sans qu'il lui restât aucun ressentiment de sa blessure.

*Seconde  
Observation,  
nouvelle.*

Un homme de 30 ans fit une chute sur le front ; la première table de l'os coronal fut simplement fêlée, mais la nature des accidents détermina à trépaner le malade. L'ouverture du crâne découvrit des esquilles de la seconde table, qui avoient ouvert la dure-mere & blessé le cerveau. Le second jour la portion de la substance du cerveau, qui répondoit à l'ouverture du crâne, se gonfla & s'échappa à travers le trou du trépan. Pendant dix jours le malade perdit à chaque pansement environ la grosseur d'une noisette de la substance du cerveau, ce qui fit en tout la quantité de près de deux cuillerées de cette substance. Le malade guérit sans qu'il lui restât aucun accident. Ces deux observations prouvent que les parties qui entrent dans la composition du cerveau ne sont pas toutes absolument nécessaires pour la vie, ni pour les fonctions de l'ame (b). Je n'en rapporterai pas dans le corps de ce Mémoire plusieurs autres que j'ai faites, ou que j'ai trouvées dans différents

(h) On peut tirer encore deux autres conséquences de ces deux premières observations ; 1.° que si la substance corticale est un amas de glandes qui filtrent les esprits, ainsi que plu-

sieurs le croient, & si les filets qui partent de ces glandes, conduisent les esprits dans la substance blanche de l'intérieur du cerveau, il faut que le reste de la substance grise ou corticale



Auteurs, & qui font voir que de très-grandes portions de la substance corticale, & même de la substance médullaire ayant été enlevées ou détruites, les malades ont souvent guéri, ou que ceux qui n'ont point guéri ont conservé jusqu'à la mort les fonctions des principales parties du corps & toutes celles de l'ame (c). Après avoir comparé toutes ces

& ses filets ou tuyaux excrétoires suppléent au défaut de ceux qui peuvent être détruits par des blessures, abcès, &c. & fournissent une quantité suffisante d'esprits pour toutes les fonctions de l'ame & du corps; ainsi qu'il arrive dans les maladies du foie; car, quoiqu'une grande partie de ce viscère ait été pourrie, détruite ou enlevée par des opérations chirurgiques, ou autrement, ce qui reste du foie fournit assés de récrement pour suppléer au défaut de ce qui manque.

2.<sup>o</sup> Que les filets nerveux qui partent des glandes ne sont pas destinés à porter directement & immédiatement dans toute l'étendue du corps les esprits nécessaires pour le mouvement ni pour le sentiment. Si cela étoit, les parties du corps qui étoient auparavant animées par les filets nerveux qui ont été enlevés dans les deux cas qu'on vient de rapporter auroient été privées de leurs fonctions: cependant elles ont subsisté telles qu'elles étoient avant que la substance du cerveau eût été altérée. On a enlevé une grande portion de cette substance, sans qu'il soit arrivé aucune paralysie; d'où il paroît qu'on pourroit conclurre que ces filets de nerfs, qu'on peut appeler *primitifs*, vont former le tissu compacte de la substance blanche de l'intérieur du cerveau, du cervelet, de la moëlle allongée & de celle de l'épine, & que ces parties sont les principes des nerfs secondaires, qui sont les vrais nerfs qui portent immédiatement le mouvement & le sentiment dans toutes les parties du corps.

(c) « Une Demoiselle... alloit dans une charrette, qui versa si mal- « heureusement pour elle, qu'une des « ridelles lui entra dans la tête du côté « droit, cassa en plusieurs pièces l'os « appelé *Breguia*, déchira la dure- « mère & la pie-mère, & causa un « épanchement de la propre substance « du cerveau. La Demoiselle, relevée « de dessous la charrette, marcha 15 « à 20 pas, après quoi elle tomba « en foiblesse & perdit connoissance « pendant quatre heures. L'épanche- « ment de la substance du cerveau « continua les six premiers jours, & « il se fit un très-grand écoulement de « sérosité; tout cela cessa le septième « jour, & il parut un *fungus* qui se « formoit entre les deux membranes, « & qui fut traité selon les règles ordi- « naires. Pendant les quinze premiers « jours la malade tomboit dans des « assoupissemens profonds & dans « des rêveries, & elle eut un flux de « ventre peu violent; la fièvre lui « dura quinze jours, & enfin elle a « été parfaitement guérie par les sieurs « Piat & Eufmont Chirurgiens de « Chartres ». <sup>a</sup> Elle a vécu sans que la privation de la substance épanchée du cerveau ait causé aucune lésion dans les fonctions de l'ame.

Une femme souffroit beaucoup & depuis long temps d'une migraine; elle meurt, on l'ouvre & on trouve le cerveau du côté droit corrompu & plein de sanie <sup>b</sup>. Il n'est pas dit

<sup>a</sup> Académie des Sciences, année 1706, p. 28.

<sup>b</sup> Saxonia præb. præf. pag. 1. cap. 1. Sepulch. Anat. Bonet. tom. 111. observ. 1. pag. 412.

observations, je crois qu'on sera convaincu que l'ame ne réside pas dans toute l'étendue de la substance du cerveau prise collectivement.

Elle ne réside pas non plus dans la glande pinéale ; on

que cette femme ait eu d'autres accidents qu'une douleur ou migraine au côté droit de la tête.

Un homme de 30 ans périt après avoir souffert de cruelles douleurs de tête ; on l'ouvrit, on trouva à l'endroit de ses douleurs une portion considérable du cerveau gangrénée<sup>c</sup>. L'observation ne parle d'aucune lésion dans les fonctions de l'ame.

Un homme est blessé à la tête, on le croit guéri, il sort ; le lendemain il meurt subitement dans une attaque d'épilepsie ; on trouva la moitié du cerveau sphacelé<sup>d</sup>. On le croyoit guéri lorsqu'il mourut ; donc il jouissoit pleinement des fonctions de l'ame. *Glandorpius* a vu un cerveau sphacelé<sup>e</sup>, & les seuls accidents dont il fait mention, ne sont que des accidents d'épilepsie.

Un homme est blessé à la tête, il reste neuf semaines à guérir des contusions qu'il y a reçues ; prêt à sortir de l'hôpital, il se couche, s'endort & meurt ; on l'ouvre, on trouve le cerveau pourri jusqu'à la hauteur des ventricules<sup>f</sup>. Il y a lieu de croire que dès que la pourriture approcha du corps calleux, l'homme mourut subitement.

Un Soldat est blessé d'un coup de lance ju'que dans la substance du cerveau ; au bout de sept semaines, se croyant guéri, il sert ses camarades ; quelques jours après il meurt subitement dans les convulsions ; on trouva

une portion du cerveau pourrie, corrompue & détruite. Il paroissoit jouir d'une très-bonne santé peu de temps avant que de mourir.

Un homme de 40 ans fit une chute, on le trépane, par ce secours on le guérit d'une attaque de phrénésie, & on calme divers autres accidents dont il étoit attaqué, au point que le quinziesme jour il a la tête entièrement libre, qu'il prend des nourritures, & que la fièvre paroît prête à cesser ; malgré cela le malade meurt presque subitement ; le lendemain on l'ouvre, on trouve le cerveau sphacelé jusqu'auprès des ventricules<sup>h</sup>.

Un noble Vénitien fut blessé à la tête, la plaie du cerveau étoit longue de deux travers de doigt, & profonde de trois, il eut de violents accidents ; cependant il guérit malgré la déperdition de la substance du cerveau<sup>i</sup>.

Un homme, nommé Alphonse de Bologne, reçut un coup à la tête par lequel il perdit une très-grande quantité de la substance du cerveau, & fut guéri sans qu'il lui restât le moindre accident<sup>j</sup>.

Un domestique du Marquis de Salces perdit par un coup de chandelier qu'il reçut à la tête une portion très-considérable de la substance du cerveau ; sa maladie fut accompagnée de très-grands accidents ; cependant il guérit.

<sup>c</sup> *Obs. Samuel. Costeri Med. Amstelodamensis in Miscell. curiosis. S. 6. pag. 330*

<sup>d</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 111. observ. 23. pag. 386.*

<sup>e</sup> *Schenckii obs. pag. 19. Nicol. Massa 1. 2. Epist. 11.*

<sup>f</sup> *Franc. Arceus lib. 1. cap. 6. de Cur. vuln.*

<sup>a</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. obs. 7. pag. 76. tom. 1.*

<sup>b</sup> *Philipp. Salmut. c. 3. observ. 22.*

<sup>c</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. obs. 23. pag. 283. 1. 1.*

<sup>d</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. 1. 111. observ. 4. S. 9.*

<sup>e</sup> *pag. 318. Joannes Georg. Grevinsius in Miscell. curiosis anni 1670.*

a souvent vû cette glande pétrifiée ou abcédée (*d*). On a ouvert des sujets où on ne l'a point trouvée (*e*). Je l'ai vû pourrie dans une femme de 28 ans : les *nates* & les *testes* étoient pourris de même ; cette femme jouissoit pourtant d'une assez bonne santé, à quelques étourdissements près & quelques étonnements de tête qui étoient de peu de durée, & qui dépendoient sans doute du séjour du sang, lequel ne circuloit pas librement dans le cerveau, parce que le *torcular Galeni* étoit un peu comprimé par la tumeur, sur-tout lorsqu'elle se gonflait plus qu'à l'ordinaire ; d'ailleurs la malade ne perdit qu'avec la vie l'usage de la raison & des sens. Cela nous fait voir qu'il faut chercher le siège des fonctions de l'ame ailleurs que dans la glande pinéale, dans les *nates* & dans les *testes* (*f*). Nous ne trouverons pas non plus l'instrument de ces fonctions dans les corps cannelés, quoiqu'un Anglois de grande réputation \* y ait placé le *sensorium commune*, peut-être à cause de la singularité de leurs

Troisième  
Observation,  
ancienne.

\* Willis.

(*d*) On a souvent trouvé cette glande abcédée ou pétrifiée. Dans le Théâtre de Bonet, tome II, p. 309, on lit ce qui suit : *Fredericus olim hanc glandulam pinealem petrificatam vidit, tres calculos in eadem reperit celeberrimus Ruyschius, in thesaur. anatom. quint.*

*Sed mirabilis est quod jam dudum nobis communicavit praeclarissimus Carolus Drelincurtius, tunc Lugduni in Batavijs Professor primarius, quodque observaverat in virgine circiter 20 annis, quæ postquam dira Cephalæa semestri discruciatâ fuisset, ac tandem occæcata, ac deinceps sensibus orbata, in medijs planctibus mortem obierat; ipsi scilicet pinealis glandula non tantum saxea fuit, sed etiam ad ovi gallinacei amplitudinem excreverat, quæ sua mole nervorum opticorum zhalamos, necnon reliquos tandem nervos lethificè compressit.*

Dans les deux premières observations il n'est point marqué que les

fonctions de l'ame eussent souffert aucune lésion, quoique la glande pinéale fût pétrifiée, & dans la troisième les sens se sont éteints, non par le vice de la glande pinéale, mais par le volume de la tumeur, qui, dans cet état, comprimoit nécessairement le corps calleux.

(*e*) Un enfant vécut quinze ans ; après sa mort on lui ouvrit le crâne, on ne trouva aucun vestige de glande pinéale, mais une pierre dans le ventricule droit du cerveau, & il y avoit dans ce viscere plusieurs autres vices auxquels on dû attribuer l'imbécillité & les autres accidents dans lesquels l'enfant mourut\*.

(*f*) Une fille de 12 ans fut tourmentée pendant 4 mois de douleurs très-vives dans la tête, qu'elle rapportoit à la suture coronale ; elle mourut sans d'autres accidents ; on ouvrit la tête, & l'on trouva un abcès situé sur les *nates* & sur l'*infundibulum*.

\* *Sepulch. Anat. observ. 5. pag. 257. tab. 12.*

206 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
structure; il auroit été détrompé s'il avoit été témoin des  
observations qui suivent.

*Quatrième  
Observation,  
ancienne.*

Un homme de 18 ans, qui fut sujet pendant quatre années à des mouvements d'épilepsie, en avoit eu trois attaques la première année; l'année suivante il en eut sept ou huit, & les deux dernières il en avoit jusqu'à deux ou trois par mois; il lui survint enfin une fièvre maligne dont il mourut. L'ouverture de sa tête nous fit voir les vaisseaux du cerveau dilatés & pleins de sang; j'apperçus plusieurs grains glanduleux qui avoient grossi, & qui tapissoient le dedans du sinus longitudinal; enfin je découvris une hydatide ou un grain lymphatique endurci & de la grosseur d'une fève fort applatie, qui occupoit presque le milieu du corps cannelé du côté droit; une partie de ce corps cannelé formée par l'entrelacement de la substance grise avec la blanche étoit effacée & avoit fait place au corps étranger. Aucune des fonctions de l'ame n'avoit été altérée, le malade n'ayant eu d'autres accidents que des mouvements épileptiques & un commencement de paralysie au côté gauche.

*Cinquième  
Observation,  
nouvelle.*

Un homme de 30 ans reçut un coup d'épée au grand coin de l'œil droit, & ce coup pénétra dans le cerveau; il perdit connoissance sur le champ, mais bien-tôt après la connoissance revint; il fut paralytique du côté gauche; il souffroit de temps en temps des douleurs de tête, tantôt plus vives, tantôt moins vives; il traîna deux mois avec la fièvre lente, & finit par le marasme; la maigreur ou plutôt le dessèchement fut plus grand du côté gauche que du droit; dans le cours de sa maladie il eut toujours la raison & l'usage des sens parfaitement libres.

L'ouverture de sa tête nous découvrit un abcès situé sur toute l'étendue du corps cannelé droit, & qui antécipoit sur la couche du nerf optique du même côté; près de la moitié de cette couche étoit détruite par l'abcès qui étoit descendu vers la base du crâne, au point que le corps cannelé & le reste de la couche du nerf optique, étoient extrêmement déprimés, & s'éloignoient considérablement de la voûte. Enfin l'abcès

s'étendoit encore quelques lignes au delà de la circonférence extérieure du corps cannelé, dans la substance blanche qui paroît en sortir (g). Si l'ame résidoit immédiatement dans les corps cannelés, ou dans les couches des nerfs optiques, ses fonctions n'auroient-elles pas été interrompues ou supprimées dans ces deux derniers cas? cependant elles étoient libres.

L'observation suivante va nous montrer que les fonctions de l'ame ne dépendent pas non plus du cervelet.

Un homme de 30 ans, qui passoit depuis dix ans pour mélancolique hypocondriaque, se plaignit par intervalles, pendant les trois derniers mois de sa vie, de pesanteurs & de douleurs de tête considérables, principalement vers le cervelet; les douleurs s'étendoient sur tout le col & un peu au delà des épaules; deux jours avant sa mort il eut des mouvements convulsifs dans tous les membres durant environ une demi-heure; au sortir de cet accident il se porta mieux qu'il n'avoit fait depuis long temps; le calme dura pendant deux jours, au bout desquels il périt dans de nouveaux mouvements convulsifs qui ne durèrent qu'un quart d'heure.

On trouva tous les vaisseaux sanguins du dedans de la tête pleins d'un sang plus noir & plus épais qu'il ne l'est ordinairement; le sinus longitudinal supérieur étoit tapissé en dedans & au dehors de petits grains glanduleux; le plexus choroïde qui flotte dans les ventricules antérieurs, étoit parsemé de grains de la même nature & de la même grosseur; ce plexus nageoit dans une lymphe grassé & abondante, qui

*Sixième  
Observation,  
ancienne.*

(g) Dans la tête d'un Officier dont le jugement fut sain jusqu'au dernier moment, « on a trouvé un abcès de » la longueur de trois pouces sur deux » de largeur, & du moins deux de » profondeur; le pus étoit dans le » *processus* externe, & étoit contenu » par la partie fibreuse ou médullaire » qui couvre les corps cannelés externes ou inférieurs, qui étoient tous » consumés »<sup>a</sup>.

« On a trouvé dans un homme qui

<sup>a</sup> M. Petit Médecin, dans ses *lettres d'un Médecin des hôpitaux du Roy.*

a conservé le sentiment, même du « côté droit dont il étoit paralytique, « & qui a eu le jugement sain pendant « toute sa maladie, la protubérance « antérieure qui contient les corps « cannelés internes & supérieurs, les « moyens & les externes ou inférieurs, « dissoute & réduite en une matière « de lie de vin »<sup>b</sup>. Il ne paroissoit pas que cette partie eût été gonflée, & qu'elle fût devenue plus grosse qu'elle l'étoit naturellement.

<sup>b</sup> M. Petit Médecin, dans les mêmes lettres.

avoit beaucoup dilaté ces deux ventricules, mais sur-tout les cavités ou enfoncements situés derrière les couches des nerfs optiques. La glande pinéale avoit le quadruple de son volume ordinaire, elle étoit livide & pleine d'un pus grisâtre; la glande pituitaire étoit fort gonflée, & pressoit les arteres carotides au point que ces arteres, au dessous de la compression, avoient un diametre triple de leur diametre naturel; on voyoit des distributions des vaisseaux sanguins très-considérables dans la substance blanche du cerveau; il n'y avoit aucun changement dans le reste de ce viscere.

Il n'en étoit pas de même du cervelet; le plexus choroïde du quatrième ventricule n'étoit qu'un amas de glandes fort gonflées & dures; il y en avoit quelques-unes au milieu desquelles on trouvoit un petit noyau de suppuration; elles étoient collées ensemble par leurs vaisseaux & par leurs membranes; la réunion de ces glandes formoit une tumeur dure, environ de la grosseur d'un œuf de poule, qui occupoit la place du cervelet, lequel n'étoit plus qu'une membrane glaireuse de l'épaisseur d'une ligne, & qui enveloppoit la tumeur; les péduncules étoient extrêmement applatis, & n'avoient presque point de consistance.

Le corps étranger, soit par sa figure, soit par sa situation, avoit pressé & beaucoup diminué le volume des *nates*, des *testes*, celui des cordons qui vont des *testes* au cervelet, & les cordons qui vont du cervelet à la moëlle de l'épine pour former la plume à écrire; enfin toute la portion de la moëlle allongée qui s'étend depuis l'anus & la vulve jusqu'à la moëlle de l'épine, étoit fort aplatie; les arteres vertébrales étoient pressées par cette tumeur, comme nous avons dit que les carotides l'étoient par la glande pituitaire, mais les golfes l'étoient bien davantage; aussi tous les sinus de la dure-mere qui vont s'y dégorger, étoient-ils fort distendus par le sang qui y séjournoit. Si le cervelet ou ses péduncules, la base de la moëlle allongée, la portion médullaire ou blanche, que nous avons trouvé altérée dans ce dernier cas, étoient le siège de l'ame, ses fonctions n'auroient-elles pas été interrompues? cependant elles ont toutes subsisté jusqu'au dernier moment de la vie dans un état

état parfait, le malade avoit même le sentiment très-vif.

Cette observation est confirmée par celle que rapporte M. Petit, Médecin \*, d'un Soldat qui reçut un coup de mousquet : « La balle avoit traversé la partie gauche du cer-  
velet, & pénétré jusque dans le lobe postérieur de l'hémi-  
sphère gauche du cerveau ; pendant les quarante-trois heures «  
que le Soldat vécut, son jugement étoit quelquefois bon ; il «  
répondoit pour lors avec connoissance à ce qu'on lui de- «  
mandoit ; le sentiment étoit si vif par tout le corps, que «  
lorsqu'on le touchoit en quelque partie, il la retiroit aussi-tôt. »  
Si le cervelet étoit le siège de l'ame & du sentiment, ce  
malade auroit-il eu quelquefois le jugement bon ? auroit-il  
répondu avec connoissance à ce qu'on lui demandoit, &  
auroit-il paru plus sensible qu'on ne l'est naturellement ? Il  
y a d'autres exemples qui confirment ceux-ci (h).

Il résulte des observations que nous venons de rapporter,  
que les fonctions de l'ame ne dépendent point du cervelet,  
de ses péduncules, de ses cordons, des *nates*, des *testes*, de  
la glande pinéale, des corps cannelés, des couches des nerfs  
optiques ; elles ne paroissent pas moins indépendantes des

\* Dans la 1.<sup>re</sup> de ses trois Lettres  
imprimées à Namur en 1710.

(h) « M. Lieutaud, Professeur  
» Royal de Médecine à Aix, a en-  
» voyé à M. du Hamel un corps  
» osseux d'environ un pouce de lon-  
» gueur sur un demi-pouce de largeur,  
» & de figure irrégulière, trouvé dans  
» le côté droit du cervelet d'un jeune  
» homme de 18 ans, épileptique,  
» mais qui ne l'étoit que depuis quel-  
» ques années ». L'observation ne dit  
pas qu'il y ait eu aucune lésion dans  
les fonctions de l'ame.

*Adolescens ab ingenti trabe ab alto  
cadente in capite percussus fuit cum  
fractura & depressione ossis parietalis  
Ablatis squamis & vulnere methodicè  
curato versus diem septimum ingens*

Académie Royale des Sciences, année 1737.  
page 57.

Mem. 1741.

*ferè totius corporis, potissimum verò  
capitis. & pectoris erysipelas super-  
venit. Die undecimo obiit. Notandum  
quòd nunquam febricitavit, neque de-  
liravit nisi paucis horis ante obitum.*

*Resecto post mortem cranio, in-  
flammatæ apparuerunt meninges, &  
cerebellum corruptum*<sup>b</sup>.

Un enfant de 8 ans mourut d'un  
hydrocéphale qu'il avoit depuis un an ;  
après qu'on l'eut ouvert, on trouva  
le cervelet endurci ; le côté droit l'étoit  
plus que l'autre, il pesoit 4 onces,  
& le gauche une once & demie ; le  
quatrième ventricule étoit oblitéré.  
On ne dit pas que cet enfant eût perdu  
l'usage de la raison, ni d'aucune des  
fonctions de l'ame.

<sup>b</sup> Boneti Sepulc. p. 561. obs. Fantoni obs. 9.

<sup>c</sup> Ephémér. d'Allemagne, D. 111. A. 1V.  
obs. 59. p. 147. & seq.

D d

Septième  
Observation,  
ancienne.

croutes, cordons ou filets de la substance médullaire qui environnent l'anús & la vulve, ni de la base de la moëlle allongée, ni enfin de la substance corticale du cerveau, puisque ces substances peuvent être altérées, détruites ou enlevées sans aucune lésion dans les fonctions de l'ame.

L'exclusion de toutes les parties du cerveau & du cervelet, que nous venons de citer, ne nous force-t-elle pas d'établir le siège de l'ame & de ses fonctions dans le corps calleux, qui est la seule partie de ce viscere à laquelle nous n'avons pas donné d'exclusion. Cette opinion, adoptée par des Auteurs d'une grande réputation, mais qui n'avoit été jusqu'ici appuyée que sur des soupçons & sur de simples conjectures, & dont nous venons au contraire de donner une espece de démonstration indirecte, peut encore être confirmée par des observations & des expériences directes, & qu'il seroit difficile de contester. En voici une de cette espece.

*Huitième  
Observation,  
ancienne.*

Un homme de 32 ans avoit commencé un an avant sa mort à avoir par intervalles des absences, & à *varier*; il étoit sujet à des pesanteurs de tête & à des étourdissements très-considérables, qui n'étoient pas continuels; il avoit des jours entiers de relâche; dans ses bons moments il conservoit toute sa mémoire, mais au bout de six mois il la perdit totalement; quelque temps après, ses absences & ses *variations* tournerent en assoupissements très-considérables, ses sens s'affoiblirent peu-à-peu, il en perdit entièrement l'usage, & tomba dans un assoupissement léthargique dans lequel il mourut.

Nous trouvames la partie supérieure du corps calleux presqu'entièrement détruite par une lympe épaissie & à demi-suppurée; la portion restante de ce corps étoit méconnoissable par le desordre & la confusion qui y regnoient (i);

(i) Un Payfan est blessé au coronal derrière la paupière supérieure de l'œil gauche; le septième jour la plaie paroît tout-à-fait cicatrisée; dans le temps qu'on le croit guéri, il tombe dans un grand assoupissement qui augmente pendant quelques jours, & qui lui ôte l'usage de la raison &

de tous les sens; il meurt, on trouve toute la substance du cerveau qui couvre les ventricules, entièrement tournée en pus\*. Il n'est pas possible que le corps calleux eût échappé à un pareil desordre.

\* *Sepulc. Anat. Bonet. obs. 38. p. 160. t. 2. Cr. Elertius, tom. 11. lib. 2. obs. 4.*



le reste du cerveau étoit comme à l'ordinaire, excepté que ses vaisseaux étoient plus pleins de sang qu'ils n'auroient dû l'être; nous en avons cependant trouvé de plus gonflés encore à des personnes qui n'ont pas eu le moindre des accidents qu'avoit l'homme qui fait le sujet de cette observation; il est donc raisonnable d'attribuer ces accidents au desordre qu'on a trouvé dans le corps calleux, & c'est ce qui va être encore confirmé par l'observation qui suit.

Un homme de 50 ans perdit la mémoire deux ans avant sa mort, & fut sujet alors à de légères pesanteurs de tête & à des étourdissements peu considérables; il avoit de temps en temps des douleurs de tête très-vives; dans la force de la douleur, il ne pouvoit raisonner, & lorsqu'il en sortoit, sensible uniquement aux objets présents, il ne pouvoit se rappeler ce qui lui étoit arrivé la veille ou le jour même, & il ne se ressouvenoit pas mieux de ce qui lui étoit arrivé dans sa jeunesse; peu-à-peu les pesanteurs de tête & les étourdissements tournèrent en assoupissements; quelques mois après, l'assoupissement augmenta, les sens s'affoiblirent, & enfin le malade en perdit entièrement l'usage. Durant le cours de ces accidents il avoit été sujet de temps en temps à des mouvements d'épilepsie qui duroient une heure entière; il étoit aussi plusieurs fois tombé dans le délire.

Après sa mort nous trouvâmes dans la portion de l'hémisphère droit du cerveau qui répondoit à la hauteur de l'union de la suture sagittale avec la coronale, un abcès formé par une suppuration crue, de la nature des matières froides; cet abcès plongeoit dans le corps calleux, une très-grande partie de cette substance médullaire n'étoit plus blanche ni ferme comme elle auroit dû l'être, elle étoit *blafarde* & sans consistance; le dérangement s'étendoit jusqu'à la croute médullaire qui va du corps calleux aux couches des nerfs optiques & derrière les corps cannelés; le côté droit du corps calleux étoit plus altéré que le gauche (*k*), mais il

*Nouvième  
Observation,  
ancienne.*

(*k*) Un Soldat, âgé de 30 ans, & sujet au vin, se blesse plusieurs fois de suite au sommet de la tête; il se plaint des douleurs qu'il sent dans cette partie, tombe dans l'imbécillité, & périt dans les convulsions;

n'y avoit point de paralysie. Le rapport qu'il y a entre les dérangements du cerveau dont nous avons parlé dans les deux dernières observations, & qui ont été suivis à peu-près des mêmes accidents, ne nous conduit-il pas à penser que c'est dans le corps calleux que l'ame exerce ses fonctions, & que ce corps est le siège du sentiment ? Mais voici une observation bien plus singulière, & qui confirme les deux précédentes.

*Dixième  
Observation,  
ancienne.*

Un jeune homme de 16 ans fut blessé d'un coup de pierre au haut & au devant du pariétal gauche ; l'os fut contus & ne parut point fêlé ; il ne survint point d'accidents jusqu'au vingt-cinquième jour, ce qui fit qu'on n'eut en vûe dans les pansements que de procurer l'exfoliation de l'os ; le malade commença alors à sentir que l'œil droit s'affoiblissoit, & qu'il étoit pesant & douloureux, sur-tout lorsqu'on le pressoit ; au bout de trois jours il perdit la vûe de cet œil seulement ; il perdit en même temps l'usage presque entier de tous les sens, & il tomba dans un assoupissement & un affaîsissement absolu de tout le corps. On fit des incisions, on découvrit une très-légère fêlure à la table extérieure ; on fit trois trépan ; la dure-mere fut débarrassée de quelques esquilles de la table interne qui la pressoient ; la durée des accidents, un peu de lividité & la grande mollesse de la dure-mere déterminèrent à l'ouvrir. Parmi environ 3 onces  $\frac{1}{2}$  de matière fort épaisse & de mauvaise qualité il sortit quelques flocons de la propre substance du cerveau. La quantité de matière que fournit l'abcès nous fit penser qu'il devoit avoir environ le volume d'un œuf de poule, & on jugea par la direction d'une sonde aplatie & arrondie par le bout en forme de champignon, qu'on nomme *Meningophylax*, aussi-bien que par la profondeur de l'endroit où cette sonde pénétoit, que, lorsqu'on l'abandonnoit légèrement, elle étoit soutenue par le corps calleux, à côté de la faux. Dès que le pus qui pesoit

on trouva dans sa tête, sous le côté gauche de la fontanelle, un abcès de la grosseur d'un œuf d'oie, & un autre de la grosseur d'un œuf de pigeon, qui fournirent un pus vert

très-puant \*. Ce pus ne pouvoit avoir séjourné sans avoir pressé le corps calleux, & l'avoir altéré.

\* *Ephémér. d'Allemagne, D. II. An. VI. observ. 74. page 163.*

sur le corps calleux fut vidé, l'assoupissement cessa, la vue & la liberté des sens revinrent ; les accidents recommençoient à mesure que la cavité se remplissoit d'une nouvelle suppuration, & ils disparoissoient à mesure que les matières sortoient ; l'injection produisoit le même effet que la présence des matières ; dès que j'en remplissois la cavité, le malade perdoit la raison & le sentiment, & je lui redonnois l'un & l'autre en pompant l'injection par le moyen d'une seringue. Je crus appercevoir plusieurs fois qu'en abandonnant sur le corps calleux le Meningophylax à son propre poids, les accidents se renouvelloient, & qu'ils disparoissoient dans l'instant que je le retirois. Au bout de deux mois le jeune homme fut parfaitement guéri, il eut la tête entièrement libre, & ne ressentit plus la moindre incommodité, quoiqu'il eût perdu une portion très-considérable de la substance du cerveau (1).

Cette observation confirme les précédentes, comme nous l'avions annoncé, & elle établit le siège du sentiment dans le corps calleux.

Mais peut-on rassembler trop de preuves pour porter la lumière dans la discussion d'une matière si obscure ? Voici encore une observation qui n'a pas été si heureuse pour le malade, mais qui ne prouve pas moins que le corps calleux est le siège des fonctions de l'ame.

Un enfant de 8 ans reçut par une chute un coup au pariétal droit, à côté de la fontanelle. L'os fut considérablement fracturé ; on eut recours au trépan, & quoique les esquilles qui pressoient la dure-mere eussent été enlevées par cette opération, l'enfant eut toujours les mêmes accidents que le jeune homme dont nous venons de parler ; la

*Onzième  
Observation,  
nouvelle.*

(1) Un homme fut blessé au sommet de la tête par un instrument de fer qui étoit pointu, & qui y étoit entré perpendiculairement, ce qui donna lieu à un abcès situé à la partie supérieure du cerveau ; la matière que cet abcès contenoit ne pouvant se vider, il arriva un accident d'épilepsie avec une roideur de membres, & il survint

ensuite un tremblement ; on tint quelque temps le malade suspendu par les pieds, la tête en bas, l'abcès se vuیدا, l'accident finit, la raison & l'usage des sens revinrent, & le malade guérit \*. Cette façon de vider le pus n'est pas si commode que celle de la seringue que j'ai employée.

\* *Sclenchii observ. 4. pag. 19.*

dure-mere ne parut que légèrement altérée; cependant l'assoupissement continuuel d'où on ne pouvoit tirer le malade qu'en le secouant rudement, & dans lequel il se replongeoit dans le moment, & la durée des accidents me déterminèrent à ouvrir la dure-mere, parce que je soupçonnois un épanchement dans le cerveau, tel que celui que j'avois trouvé dans le cas précédent; mais n'ayant apperçu aucun épanchement sous la dure-mere, & la surface du cerveau n'ayant paru altérée en aucune façon, je ne poussai pas plus loin mon opération. L'enfant mourut au bout de trois mois, ayant totalement perdu pendant le dernier mois l'usage de tous les sens & de la raison.

Après la mort je trouvai dans la substance du cerveau, à un demi-pouce de profondeur, sous l'incision que j'avois faite à la dure-mere, un abcès qui des deux côtés avoit altéré une assez grande étendue de la surface externe du corps calleux; le côté droit étoit plus altéré que le gauche. Je m'apperçus alors, mais trop tard, que si lorsque j'avois ouvert la dure-mere, j'avois plongé, comme j'en avois eu en effet le dessein, une lancette dans le lieu où j'avois soupçonné un abcès dans le cerveau, j'aurois peut-être sauvé la vie à cet enfant; ce qui fait voir que ces observations ne sont pas simplement curieuses, mais qu'elles peuvent être outre cela très-utiles.

Il résulte de ces observations que la perte du sentiment & de la raison doit être attribuée au vice du corps calleux; mais nous avons seulement prouvé que les vices de la partie supérieure ou extérieure de la substance calleuse étoient souvent la cause de ces dérangements: nous allons voir qu'une altération beaucoup plus légère ou une simple pression dans la face interne & antérieure de cette substance entraîne constamment & plus rapidement les mêmes desordres.

*Deuxième  
Observation,  
nouvelle.*

Un homme de 60 ans sentit vers l'intérieur du côté gauche de la tête une douleur vive & subite, dont il se plaignit par un grand cri; il perdit connoissance, elle lui revint bien-tôt après: à mesure que la connoissance revenoit, il s'appercevoit d'une foiblesse dans les membres du côté droit, à laquelle succéda une vraie paralysie, du même côté seulement; la

paralytie devint parfaite; le malade perdit ensuite peu-à-peu l'usage des sens internes; il traîna deux ou trois jours, au bout desquels il mourut. On lui fit dans ce court espace de temps plusieurs saignées, on lui donna l'émétique & les autres remèdes indiqués pour cette espèce de maladie. A l'ouverture du cerveau nous découvrîmes un caillot de sang gros comme un œuf de pigeon, situé dans le corps cannelé gauche; la base de ce caillot de sang étoit large; il s'élevoit de façon qu'une grande partie de la face interne, moyenne & antérieure du corps calleux en étoit comprimée. Dans ce cas le corps calleux étoit pressé dans sa surface interne ou inférieure, au lieu que dans les cas précédents il l'étoit dans sa partie supérieure ou extérieure.

Un homme de 25 ans se plaignit d'une douleur intérieure & vive, répondant au côté droit du devant de la tête, sur lequel il porta d'abord la main; la douleur ne fut vive qu'un instant; elle devint supportable, & dura une demi-heure; au bout de ce temps-là le malade perdit successivement l'usage de tous les sens; le sentiment s'émoussa au point qu'après une heure son corps fut réduit au seul mouvement du cœur & de la respiration; celui du cœur étoit fort foible, & celui de la respiration fort gêné; on n'eut le temps de saigner qu'une seule fois; les esprits ne purent être ébranlés par les remèdes les plus actifs qu'on puisse employer dans ces occasions, & le malade mourut au bout de trois heures.

*Treizième  
Observation,  
nouvelle.*

L'ouverture du cadavre nous découvrit un caillot de sang fort dur, de la grosseur & de la figure d'un œuf de poule, situé à la partie moyenne inférieure du lobe antérieur de l'hémisphère droit du cerveau, & qui répondoit à l'endroit où le malade avoit porté la main; la partie antérieure, inférieure & latérale droite du corps calleux étoit prodigieusement aplatie par la pression extraordinaire de ce corps étranger; il n'y avoit pas le moindre vice apparent dans le reste du cerveau.

Un homme de 40 ans se plaignit d'une douleur de tête vive & subite au côté droit, à peu-près au même endroit

*Quatorzième  
Observation,  
nouvelle.*

que nous avons indiqué dans l'observation précédente; il eut sur le champ une paralysie aux pieds, aux jambes & aux cuissés du côté gauche, qui l'empêcha de se soutenir; la paralysie s'étendit ensuite peu-à-peu jusqu'aux bras du même côté; il perdit la connoissance; on la lui redonnoit quelquefois en le secouant très-fort; il vécut quatre jours; le dernier jour la paralysie du côté gauche fut parfaite aussi-bien que l'abolition des sens; le corps cannelé droit parut beaucoup plus élevé que le gauche, sans qu'il fût extérieurement entamé: en l'ouvrant, on y trouva un caillot de sang plus dur & plus épais dans la partie antérieure que dans la postérieure. Il y a lieu de croire que la lésion du corps cannelé avoit donné lieu à la paralysie, & que l'élévation du caillot de sang, en pressant la face interne du corps calleux, avoit été cause de la perte des sens, dont l'usage subsiste malgré la destruction des corps cannelés, comme nous l'avons déjà démontré.

Je finirai par deux observations que j'ai faites à peu-près dans le même temps sur deux hommes âgés d'environ 40 ans, lesquels après avoir souffert pendant quelques jours d'une douleur gravative sur le devant de la tête, y sentirent subitement un élancement vif vers la partie latérale gauche, & qui répondoit au milieu de la suture qui joint l'os coronal avec le pariétal. Ils perdirent l'un & l'autre peu-à-peu la connoissance, & tombèrent dans un assoupissement léthargique; on leur fit de grandes saignées, ils furent purgés avec l'émétique, on leur donna des remèdes spiritueux; malgré ces secours, l'un d'eux mourut le 3.<sup>me</sup> jour sans être sorti de sa léthargie.

*Quinzième  
Observation,  
nouvelle.*

On trouva à celui-ci, entre le corps cannelé gauche & le corps calleux, un gros caillot de sang sec, dur & d'un rouge vif, qui pressoit la face interne latérale gauche du corps calleux; il n'y eut point de sérosité dans les ventricules du cerveau.

La connoissance commença à revenir au second au bout de trente-six heures de son accident, mais peu-à-peu, ainsi qu'il l'avoit perdue; cependant malgré la continuation des remèdes, & contre l'espérance de guérison qu'avoit donnée le

retour

retour de la connoissance, le malade mourut le 5.<sup>me</sup> jour.

On vit à ce dernier, entre le corps cannelé & le corps calleux, un caillot de sang plus petit que celui qu'on avoit trouvé à l'autre; les ventricules antérieurs du cerveau étoient pleins d'une liqueur semblable à celle que fournissent certaines saignées après lesquelles, les parties rouges du sang se rapprochant les unes des autres, & laissant échapper la sérosité, il se forme ainsi un caillot dont le volume est très-petit par rapport à la quantité de sang qui est sortie du vaisseau. Il y a lieu de croire que le caillot placé à l'endroit que nous avons dit, avoit fourni cette sérosité, & avoit à proportion diminué de volume. N'est-il pas outre cela vraisemblable que dans ces deux derniers cas la pression que le corps calleux souffroit par la présence des deux caillots de sang fut cause de la perte de la raison? Dans le premier cette faculté ne se rétablit point, parce que le caillot de sang s'étoit durci sans se fondre, & qu'ayant conservé son volume, il avoit continué de presser également le corps calleux jusqu'à la mort; au lieu que dans le second le caillot s'étant en partie fondu, & ayant diminué de volume au bout de trente-fix heures, il cessa de gêner le corps calleux, & ce fut sans doute la liberté de cet organe qui rendit la raison au malade, & qui la lui fit conserver jusqu'à la mort.

De toutes ces observations il paroît qu'on peut conclurre que le corps calleux est le siège des fonctions de l'Ame.

Cette opinion est encore appuyée d'un grand nombre d'autres faits répandus dans les écrits de divers Observateurs (m). Enfin je n'ai jamais vu ni lu dans aucun Auteur que, le

*Seizième  
Observation,  
nouvelle.*

(m) « Un homme avoit la substance du cerveau & du cervelet » molle & fort imbibée d'eau, beaucoup d'eau épaisse & sanguinolente, » ou du sang noir & caillé, répandus » dans tous les ventricules; de-là venoit » qu'il étoit comme hébété, & le plus souvent assoupi ». C'étoient apparem-

ment les caillots des ventricules antérieurs du cerveau, qui, en pressant la face interne du corps calleux, rendoient l'homme comme hébété, & le jetoient le plus souvent dans l'assoupissement.

On ouvrit un Baron Italien, qui étoit mort après avoir été hébété pendant long temps, & sans avoir donné aucune marque de raison dans ses

« Académie Royale des Sciences, année 1704. »  
page 26.

218 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
corps calleux étant lésé, les fonctions de l'Ame n'ayant été abolies & le sentiment éteint, ou au moins que ces fonctions n'ayant été plus ou moins altérées. Ce sont donc de nouveaux préjugés bien favorables, & peut-être même des preuves directes suffisantes pour établir le siège des fonctions de l'Ame dans le corps calleux.

actions; on trouva une tumeur dure dans le cerveau au dessus du corps calleux<sup>b</sup>.

Un Gentilhomme eut pendant deux ans l'esprit aliéné; il devint ensuite hébété; il ne demandoit point de nourriture, & il n'en prenoit point qu'il n'y fût forcé; il dormoit continuellement, & si on l'interrogeoit, il répondoit par des mots sans suite; il mourut au bout de 6 mois; on trouva, en séparant les deux hémisphères du cerveau, une tumeur ronde sur le corps calleux, de la grosseur d'une pomme médiocre, qui ressembloit à une glande schirreufe, charnue & fungueuse, &c.

Un Prêtre devint subitement imbécille, & mourut bien-tôt après d'apoplexie; on trouva au dessus du corps calleux quelques vessies rondes, blanchâtres, pleines d'une humeur pituiteuse<sup>d</sup>.

Un Maréchal reçut un coup de pied de cheval au bas du coronal; il tomba dans un grand assoupissement, & perdit presque entièrement la raison; il arrachoit l'appareil de sa plaie, il se levoit, il se blessoit, & enfin il

mourut; on lui ouvrit la tête; on trouva un abcès dans les ventricules, qui causoit sans doute l'assoupissement & la perte de la raison, & c'étoit apparemment par la pression du pus contre l'intérieur du corps calleux<sup>e</sup>.

Un enfant de 6 ans reçut un coup de pistolet à la tête; il vécut 18 jours pendant lesquels il perdit par la plaie une prodigieuse quantité de la substance du cerveau; il continua néanmoins à avoir comme auparavant l'usage du sentiment & de la raison; quelques heures avant sa mort il tomba en léthargie sans perdre entièrement la connoissance, & sans cesser de répondre aux questions qu'on lui faisoit. On l'ouvrit; la portion de cerveau qu'on trouva, n'étoit que de la grosseur d'un petit œuf. L'auteur de l'observation<sup>f</sup> remarque qu'on peut conclure de-là « que toute la substance du cerveau n'est pas aussi importante qu'on le croit, & que l'ame, qui doit résider dans la partie la plus solide de ce viscere, ne reçoit point d'atteinte » du dérangement de toutes les parties « qui étoient sorties ». *D. Billotius in Zodiaco Medic. Gall. pag. 181. anno 1676. D. Billotius 3 Janv. 1676.*

<sup>b</sup> Observ. 29. pag. 163. *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1. Vid. Histo. integr. Tit. de mentis lesione.*

<sup>c</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1. obs. 4. p. 256. Platerus observationum lib. 1. pag. 13.*

<sup>d</sup> *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1. obs. 12. p. 259. Dom. Pancerolus, part. 2. observ. 17.*

<sup>e</sup> *Manger, Biblioth. Chirurg. Com. Sculp. Vander-Wiel.*

<sup>f</sup> *M. Billot Chirurgien-Juré de Bordeaux.*





## F O R M U L E

S U R

## LES ECHELLES ARITHMETIQUES.

Par M. DE BUFFON.

**T**OUT nombre dans une Echelle donnée, peut être exprimé par une suite

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} +, \&c.$$

$x$  représente la Racine de l'Echelle arithmétique,  $n$  la plus haute puissance de cette Racine, ou, ce qui est la même chose, le nombre des places moins 1.  $a, b, c, d$ , sont les coefficients, ou les signes de la quotité. Par exemple, 1738 dans l'Echelle décimale donnera  $x=10$ ,  $n=4-1=3$ ,  $a=1$ ,  $b=7$ ,  $c=3$ ,  $d=8$ ; en sorte que

$$\begin{aligned} ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3} \text{ sera} \\ 1.10^3 + 7.10^2 + 3.10^1 + 8.10^0 = \\ 1000 + 700 + 30 + 8 = 1738. \end{aligned}$$

L'expression de ce même nombre dans une autre Echelle arithmétique sera

$$\begin{aligned} n(x \pm y)^v + p(x \pm y)^{v-1} + q(x \pm y)^{v-2} \\ + r(x \pm y)^{v-3} \&c. \end{aligned}$$

$y$  représente la différence de la Racine de l'Echelle proposée, & de la Racine de l'Echelle demandée;  $y$  est donc donnée, aussi-bien que  $x$ . On déterminera  $v$ , en faisant le nombre proposé  $ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3} \&c.$  égal  $(x \pm y)^v$  ou  $A=B^v$ ; car en passant aux logarithmes, on aura  $v = \frac{1}{1} \frac{A}{B}$ . Pour déterminer les coefficients  $m, p, q, r$ ,

Ee ij

il n'y aura qu'à diviser le nombre proposé  $A$  par  $(x \pm y)^v$ , & faire  $m$  égal au quotient en nombres entiers; ensuite diviser le reste par  $(x \pm y)^{v-1}$ , & faire  $p$  égal au quotient en nombres entiers; & de même diviser le reste par  $(x \pm y)^{v-2}$ , & faire  $q$  égal au quotient en nombres entiers, & ainsi de suite jusqu'au dernier terme.

Par exemple, on demande l'expression dans l'Echelle arithmétique quinaire du nombre 1738 de l'Echelle dénaire  $a=10$ ,  $y=5$ ,  $A=1738$ ,  $B=5$ , donc

$$v = \frac{\text{Log. } 1738}{\text{Log. } 5} = \frac{3.2400498}{0.6989700} = 4 \text{ en nombres entiers.}$$

Je divise 1738 par  $5^4$ , ou 625, le quotient en nombres entiers est  $2=m$ , ensuite je divise le reste 488 par  $5^3$ , ou 125, le quotient en nombres entiers est  $3=p$ , & de même je divise le reste 113 par  $5^2$ , ou 25, le quotient en nombres entiers est  $4=q$ , & divisant encore le reste, 13 par  $5^1$ , le quotient est  $2=r$ , & enfin divisant le dernier reste 3 par  $5^0=1$ , le quotient est  $3=s$ ; ainsi le nombre 1738 de l'Echelle dénaire sera 23423 dans l'Echelle arithmétique quinaire.

On demande l'expression du même nombre 1738 de l'Echelle dénaire dans l'Echelle arithmétique duodénaire

$$a=10, y=2, A=1738, B=12, \text{ donc } v = \frac{\text{Log. } 1738}{\text{Log. } 12} = \frac{3.2400498}{1.0791812} = 3 \text{ en nombres entiers.}$$

Je divise 1738 par  $12^3$ , ou 1728, le quotient en nombres entiers est  $1=m$ ; ensuite je divise le reste 10 par  $12^2$ , le quotient en nombres entiers est  $0=p$ , & de même je divise ce reste 10 par  $12^1$ , le quotient en nombres entiers est encore  $0=q$ , & enfin je divise encore ce reste 10 par  $12^0$ , le quotient est  $10=r$ ; le nombre 1738 de l'Echelle dénaire fera donc 100k dans l'Echelle duodénaire, en supposant que le caractère  $k$  exprime 10.

Si l'on veut avoir l'expression de ce nombre 1738 dans l'Echelle arithmétique binaire, on aura  $y=8$ ,  $B=2$ ,

$$v = \frac{\text{Log. } 1738}{\text{Log. } 2} = \frac{3.2400498}{0.3010300} = 10 \text{ en nombres entiers.}$$

Je divise 1738 par  $2^{10}$ , ou 1024, le quotient  $1=m$ , puis je divise le reste 714 par  $2^9$ , ou 512, le quotient  $1=p$ ; de même je divise le reste 202 par  $2^8$ , ou 256, le quotient  $0=q$ ; je divise encore ce reste 202 par  $2^7$ , ou 128, le quotient  $1=r$ ; de même le reste 74 divisé par  $2^6$ , ou 64, donne  $1=s$ , & le reste 10 divisé par  $2^5$ , ou 32, donne  $0=t$ , & ce même reste 10 divisé par  $2^4$ , ou 16, donne encore  $0=u$ ; mais ce même reste 10 divisé par  $2^3$ , ou 8, donne  $v=1$ , & le reste 2 divisé par  $2^2$ , ou 4, donne  $w=0$ ; mais ce même reste 2 divisé par  $2^1$ , donne  $u=1$ , & le reste 0 divisé par  $2^0$ , ou 1, donne le quotient  $z=0$ . Donc le nombre 1738 de l'Echelle dénaire sera 11011001010 dans l'Echelle binaire; il en sera de même de toutes les autres Echelles arithmétiques.



O B S E R V A T I O N S  
SUR LA RE'UNION  
DES FRACTURES DES OS.

*Second Mémoire.*

Par M. DU HAMEL.

**D**EPUIS la lecture du Mémoire où j'examinois comment se faisoit la réunion des os rompus dans les animaux vivants, ou, ce qui est la même chose, comment se formoit le cal qui opere cette réunion, j'ai eu occasion de faire quelques expériences qui ont rapport aux différentes propositions que j'ai établies dans ce Mémoire.

La plûpart de ces observations ne serviront à la vérité qu'à faire voir que les accidents qui accompagnent les fractures, s'expliquent souvent très-naturellement par les principes que j'ai établis dans mon premier Mémoire. Il faut avouer que des preuves de ce genre auroient bien peu de force si elles étoient seules, mais elles en acquièrent quand on ne les emploie que pour en étayer d'autres qui, exactement parlant, pourroient s'en passer. Ce ne sont cependant pas des preuves surabondantes, car en Physique on en a rarement autant qu'on desireroit.

Je dis dans le Mémoire que je viens de citer, que le périoste se tuméfoit sur les fractures, & pour faire sentir que cette observation n'avoit rien d'opposé à ce qui arrive le plus communément, je fis remarquer que les parties membraneuses qui sont de la nature des aponévroses & des tendons, se tuméfoient ordinairement lorsqu'elles avoient souffert quelque irritation, & je rapportai l'exemple des bosses qui viennent à la tête ou à l'os des jambes lorsqu'on s'y est heurté.

J'ai depuis remarqué des personnes qui avoient des grosseurs ou des bosses au front ou aux jambes, & plusieurs m'ont

assuré que c'étoit les restes de quelques coups violents qu'elles avoient reçus dans leur jeunesse.

J'ai manié ces bosses, qu'on auroit prises pour des loupes naissantes, & il m'a paru qu'elles ne résidoient pas seulement dans les parties molles, mais qu'il y avoit en ces endroits une éminence à l'os du front ou au *tibia*.

J'en ai parlé à plusieurs Anatomistes qui m'ont assuré qu'il n'étoit pas rare de trouver de ces éminences sur les os que je viens de nommer.

On sçait donc que les coups de tête qui sont assez violents pour produire une contusion au périoste, mais qui ne le paroissent pas assez pour endommager l'os, sont toujours suivis d'une tumeur, que quelquefois cette tumeur ne se dissipe pas entièrement, & qu'il reste sur l'os contus une éminence osseuse.

N'est-il pas naturel de penser, après ce qui a été dit dans mon précédent Mémoire, que le périoste s'étant tuméfié à l'occasion d'un coup, il y a quelques lames qui se sont ossifiées comme il s'en ossifie sur les fractures, & que ce sont ces lames qui produisent les éminences osseuses dont je parle?

Quand un enfant s'est violemment frappé à la tête, on a coutume d'envelopper un morceau de plomb dans un linge, & de l'appuyer fortement sur la contusion par le moyen d'un bandage.

Si l'on prend cette précaution avant que la bosse soit bien formée, on en arrête le progrès.

Cette précaution que les Nourrices ont accoutumé de prendre, me fournit l'occasion de rapporter une observation singulière qui a été faite pendant que j'étois à Rochefort, par M. de la Haye Chirurgien Aide-major de la Marine, & Démonstrateur d'Anatomie dans ce Port.

Dans la vûe de vérifier ce que j'avois dit sur la réunion des fractures, M. de la Haye cassa la jambe à plusieurs Pigeonneaux, & en fit la réduction, mais il y en eut un dont il assujettit le membre rompu avec deux atelles qu'il avoit creusées avant que de faire la rupture, de façon qu'elles

comprimoient exactement & dans toutes les parties le membre atfligé; huit jours après la rupture il tua ce Pigeonneau pour examiner en quel état étoit la jambe, j'assistai à la dissection qu'il en fit, & nous fumes surpris de ne trouver aucunes tumeurs au périoste, ni aucune disposition à la réunion, tout étoit dans le même état que si le membre avoit été rompu dans l'instant.

Il est naturel de penser que c'est l'exacte compression qui avoit empêché le périoste de se tuméfier, & qui avoit en même temps retardé la formation du cal, & cette idée est d'autant plus vraisemblable que nous examinâmes sur le champ d'autres Pigeonneaux auxquels M. de la Haye avoit rompu les os dans le même temps, & auxquels on avoit fait la réduction sans la précaution que je viens de rapporter, & nous trouvâmes le périoste tuméfié sur le lieu de la fracture, & le cal qui commençoit à se former, précisément comme je l'ai rapporté dans mon premier Mémoire.

Une forte compression qui peut être employée utilement pour remédier aux bosses qui viennent à la tête, lorsqu'on s'y est frappé, est donc capable pour la même raison d'empêcher la tuméfaction du périoste, & de retarder la formation du cal, c'est un fait qu'il est bon de ne pas ignorer.

J'avoue néanmoins que je n'avance ceci qu'après une seule expérience, que je n'ai pas encore été à portée de répéter.

J'avois déjà remarqué dans mon premier Mémoire, qu'on couroit risque de faire tomber le membre rompu en gangrene quand on seroit trop l'appareil; & ce que je viens de dire peut faire craindre qu'une compression trop forte n'empêche la formation du cal.

On convient qu'on n'applique les bandages sur les fractures, que pour assujettir le membre dans la situation où on l'a mis par la réduction.

Les fractures du crâne qui se réunissent sans le secours d'aucun bandage, en font une preuve. Voici quelques observations connues de M.<sup>rs</sup> Dupuis, Médecins de la Marine à Rochefort, & de tous les Chirurgiens de ce département,  
qui

qui prouvent que des fractures considérables se peuvent réunir sans le secours d'aucun bandage.

## PREMIÈRE OBSERVATION.

Nicolas Mulot, Matelot de Caen, embarqué sur le Bateau *la Providence*, commandé par Jean Guillebert, fut apporté à l'Hôpital. Il avoit une fracture complète au tibia & au péronée de la jambe droite; le lieu de la fracture étoit à la partie inférieure proche la partie moyenne, elle avoit été occasionnée par un grapin qui en échappant, lui avoit donné contre la jambe : il est aisé de juger qu'il y avoit contusion & gonflement.

M. de la Haye fit la réduction avec une machine de son invention, qui fait l'extension & la contr'extension, & qui restant attachée au membre malade, le tient dans une extension modérée jusqu'à ce que la réunion soit parfaite.

Lorsque la réduction fut faite, M. de la Haye mit pour tout appareil une compresse simplement assujettie, sans être serrée par une bande qui avoit tout au plus deux aunes de longueur. Il diminua alors l'extension, qu'il conserva seulement assés forte pour contrebalancer l'effort des muscles. Le malade ne souffrant pas trop, on ne leva l'appareil qu'au bout de douze jours; le Chirurgien-major qui y étoit présent, trouva tout en si bon état, qu'il doutoit que les os eussent été fracturés.

Le 30.<sup>me</sup> jour M. de la Haye ôta la machine, & tout étoit dans l'état naturel, excepté à la face postérieure du tibia où il y avoit une grosseur, qu'on dissipa par une petite compresse, épaisse néanmoins, qu'on assujettit un peu fortement sur la tumeur.

Il commença à marcher au bout de quarante jours, néanmoins il ne sortit de l'Hôpital que le 22 Mai, n'ayant pas trouvé d'occasion de le renvoyer chés lui.

## SECONDE OBSERVATION.

Un Matelot fut apporté à l'Hôpital de Rochefort avec

*Mem. 1741.*

F f

une fracture au bras, accompagnée d'une contusion considérable faite par un auban, qui en échappant du haut du mât lui tomba sur le bras.

On mit après la réduction un appareil convenable à la partie malade, ayant eu attention que le bandage ne fût pas trop serré; mais le gonflement ayant augmenté, & s'étant étendu à tout l'avant-bras jusqu'au bout des doigts, on lâcha encore plus le bandage; le lendemain le gonflement étoit encore augmenté, & il paroissoit des flictaines livides; pour lors M. de la Haye se détermina à ôter tout-à-fait le bandage pour mettre sur la partie un cataplasme résolutif arrosé d'eau-de-vie camphrée. Il est bon de remarquer que toutes les fois qu'on le pansoit, on étoit obligé de lever le bras, mais ensuite on le couchoit sur un oreiller bien étendu, le malade avoit toute l'attention qu'il falloit pour ne point changer la situation de son bras, aussi a-t-il guéri parfaitement.

### TROISIÈME OBSERVATION.

J'ai vû quelque chose de plus singulier, quoique le même fait soit arrivé plusieurs fois, c'est une Chienne qui se rompit la cuisse en tombant d'un premier étage par une fenêtre, elle a pendant plusieurs jours traîné sa jambe derrière elle; plusieurs fois même en descendant le degré, la jambe malade tomboit de marche en marche, comme si c'eût été un morceau de linge; au bout de quelques jours les muscles reprirent leur action, & au lieu de laisser traîner sa jambe, elle la trouffoit, & marchoit à trois pattes.

Malgré ces accidents & sans le secours d'aucun bandage sa cuisse s'est guérie, & je l'ai fait voir à M. Ferrein, se tenant sur ses jambes de derrière presque aussi bien qu'elle le faisoit auparavant, & le cal est si petit qu'on a peine à distinguer la jambe qui a été rompue.

Je n'allegue pas les faits que je viens de rapporter, dans la vûe de prétendre qu'il ne faut point assujettir les membres rompus par aucun bandage, loin de cela, je crois que les bandages bien faits sont presque toujours les seuls moyens.



qu'on puisse employer pour assujettir les membres rompus dans la situation où on les a mis par la réduction, attention qui est beaucoup plus importante pour l'Homme & pour les autres animaux qui croissent lentement, que pour ceux qui, comme les Chiens, ont acquis toute leur crûe en moins d'un an; car sûrement la régénération des os se fait plus promptement dans ceux-ci que dans les autres. Mais je pense qu'on doit éviter autant qu'on le peut, de trop comprimer l'endroit de la fracture, jusqu'à ce que la tumeur du périoste se soit bien formée; car quand cette tumeur commence à s'ossifier, & qu'elle diminue de grosseur, alors on peut comprimer un peu plus le lieu de la fracture, car il m'a paru que le cal en devenoit plus uni & moins gros.

De bons Praticiens recommandent à la vérité de ne pas trop serrer l'appareil, & n'emploient que des atelles de carton au lieu des atelles de bois qu'on employoit autrefois; leur intention est de ne point interrompre la circulation par une compression trop forte, ce qui feroit tomber le membre en sphacel; ainsi c'est toute la longueur du membre affligé qu'ils recommandent de ne point trop comprimer: ils ont bien raison, mais si une trop forte compression empêche la formation du cal, il faut de plus faire son possible pour que le lieu de la fracture soit le moins comprimé qu'il est possible; la Machine de M. de la Haye est bien propre à remplir cette intention pour les fractures de la jambe & de la cuisse, & on en imaginera pour les autres parties quand on sera bien persuadé de son utilité.

En m'entretenant sur cette matière avec M. Hunauld, il me fit remarquer qu'Hippocrate recommande de ne pas beaucoup serrer l'appareil immédiatement après la réduction, mais de le serrer davantage quelques jours après. Il est probable que ce grand Médecin ne sçavoit pas ce que la compression pouvoit produire à l'égard du périoste, mais cet excellent Observateur avoit sûrement remarqué que cette précaution étoit avantageuse.

La Motte recommande de ne point trop serrer le bandage

*Traité complet  
de Chirurgie de  
la Motte, t. 3.  
p. 298.*

pour éviter les douleurs, & que le membre ne tombe en mortification; mais il dit que si l'appareil est trop lâche, la matière du calus s'éleveroit trop au dessus de la fracture. Après ce que j'ai dit, on voit bien qu'on prévient cet inconvénient, en serrant l'appareil lorsque le périoste sera tuméfié & avant qu'il soit endurci.

Je reviens au Pigeonneau de M. de la Haye, il ne s'étoit donc point formé de tumeur sur la fracture, mais il y en avoit une considérable à l'articulation qui étoit au dessus de la fracture. Etoit-elle occasionnée par la compression du membre rompu, ou par un tiraillement que le ligament capsulaire avoit souffert lors de la rupture, ou dans le temps de la réduction, ou enfin quand on a appliqué l'appareil? c'est ce que je n'oserois décider, mais il m'est arrivé plusieurs fois en distéquant mes Pigeonneaux d'expériences, de trouver de semblables tumeurs aux articles; & ce qui me fait croire que ces tumeurs venoient d'un tiraillement que j'avois fait sans dessein au ligament ou à la membrane capsulaire, c'est qu'on sçait que quand une luxation a été accompagnée d'une forte contusion, quoiqu'on l'ait réduite promptement & avec facilité, il y survient une anquilose, à moins qu'on n'en ait un soin tout particulier\*.

\* M. Petit,  
*maladie des Os,*  
t. 1. p. 345.

J'ai vû à la campagne plusieurs de ces tumeurs que des Bailleurs avoient essayé inutilement de résoudre avec du beurre frais & de l'eau-de-vie, qui se sont entièrement dissipées par les décoctions émollientes, les douches domestiques & un exercice modéré; assurément si l'on négligeoit ces sortes de luxations, il s'y formeroit des anquiloses, car quand le périoste est tuméfié, il tend toujours à l'ossification: peut-être pourroit-on dire la même chose des autres membranes, on a vû ossifiées les cellules médullaires & quelques productions de la dure-mere dans les anfractuosités du cerveau, on a vû ossifiées des portions de la faux, de la pleure, du péricarde, des vaisseaux sanguins, des tendons, & je crois qu'il y a quelque lieu de soupçonner que ces ossifications ont été précédées de quelque gonflement analogue à celui qui

arrive au périoste dans les cas dont nous venons de parler.

J'ai dit dans le Mémoire déjà cité, & tout le monde en convient, que quand on cassoit la jambe à un jeune animal, la réunion se faisoit bien plus promptement & bien plus intimement que quand c'étoit la jambe d'un vieil animal qui avoit été rompue : en parlant alors des jeunes animaux, j'avançai qu'à l'endroit de la fracture, quand la réduction avoit été bien faite, il se formoit souvent une masse d'os dans laquelle on ne pouvoit plus reconnoître les bouts de l'os rompu, que le périoste interne s'ossifioit quelquefois, & que l'os qui n'avoit pas acquis toute sa dureté, mais qui étoit dans un état moyen entre l'os & le cartilage, se greffoit, pour ainsi dire, avec l'os du cal ou avec les nouvelles couches osseuses qui viennent de l'ossification du périoste, & que le tout ne formoit qu'une masse ; enfin je fis remarquer que l'os étant mince, le périoste interne & le périoste externe qui se tuméfioient dans l'endroit de la fracture, & qui se prolongeoient entre les bouts d'os rompus, pouvoient se joindre & se coller l'un à l'autre. On peut rechercher dans mon Mémoire ce que j'ai dit de plus à ce sujet, car je ne rapporterai que ces généralités qui suffisoient pour m'expliquer sur l'expérience que j'ai à rapporter : la voici.

Je pris un Agneau âgé d'un mois ou de six semaines, je voulus lui casser la jambe, mais elle plioit, & quoique j'eusse eu la précaution de la faire porter à faux sur l'angle un peu obtus d'un morceau de bois, je fus obligé de la forcer en différents sens pour parvenir à la rompre ; elle rompit enfin, & quand elle fut rompue, je la pliai encore de côté & d'autre pour tirer le périoste, & cela dans la vûe de le faire tuméfier davantage, sur le champ je fis la réduction que j'assujettis par un bandage.

Je fis tuer cet Agneau au bout de deux mois, & je trouvai sur la fracture un cal très-uni & peu éminent, ce qui ne me surprit point, parce que tout étoit conforme avec ce que j'avois déjà observé sur d'autres Agneaux, mais je sciai l'os rompu en long pour retrouver les bouts du vieil os qui

avoit été rompu, & il ne me fut pas possible de le distinguer de ce qui avoit été formé depuis la fracture; le canal de la moëlle étoit même rempli, seulement vis-à-vis le lieu de la fracture, par une masse d'os; ceci à la vérité s'accordoit avec ce que j'ai avancé dans mon premier Mémoire.

L'os de mon Agneau avoit plié; donc il étoit encore mol, & de là pouvoit venir l'union du cal avec l'os rompu.

Les tiraillements que j'avois faits au périoste, avoient occasionné une tumeur considérable, ce qui avoit pu donner lieu à l'ossification du périoste interne, & produire l'oblitération du canal de la moëlle.

Mais enfin l'os qui étoit endurci dans le temps de la fracture, me paroissoit devoir se distinguer de celui qui s'étoit formé depuis, & néanmoins je ne pouvois le reconnoître.

Dans l'embarras où j'étois, voici le raisonnement que je fis: assurément l'os qui s'est formé depuis la fracture, ne doit pas être aussi dur que celui qui l'étoit auparavant; d'un autre côté il semble qu'un os qui est moins endurci se doit dissoudre plus aisément par les lessives que celui qui aura acquis presque la parfaite dureté: voilà donc un moyen de retrouver le vieil os que je cherchois; il ne s'agissoit que de faire bouillir l'os de mon Agneau dans une lessive un peu forte, & de le retirer de temps en temps pour ne dissoudre que le cal; j'exécutai cette expérience avec la moitié de l'os de mon Agneau, & je vins à bout de détacher peu à peu tout le cal qui s'en alloit par grains, & l'os se sépara précisément à l'endroit de la fracture, ce qui me fit distinguer assez bien les extrémités qui avoient été rompues, & que je cherchois.

L'autre moitié du même os étant restée à l'air pendant un an, on a aussi distingué, à la vérité assez obscurément, le vieil os d'avec celui qui s'étoit formé depuis la fracture, parce que celui-ci s'étoit un peu plus retiré en se desséchant que celui qui avoit été formé auparavant.

On ordonne quelquefois la douche pour dissiper des grossièurs qui restent sur des fractures, ce remède a souvent réussi, mais quand on l'a donnée sans ménagement, il est

quelquefois arrivé que le cal s'est tellement amolli que l'os réuni s'est séparé de lui-même dans l'endroit de la fracture: voilà l'eau de la douche qui produit à peu-près sur le cal le même effet que la lessive que j'ai employée.

Il me reste à rendre compte d'une observation qui m'a été communiquée par M. de la Peyronnie, la voici.

Un homme qui travailloit à abattre des arbres dans les avenues de Versailles, eut le malheur d'être culbuté par un de ces arbres qui lui cassa le fémur précisément à l'endroit où le col de cet os se joint au corps; un Chirurgien en fit la réduction le mieux qu'il put, M. de la Peyronnie alla visiter ce pauvre homme, & trouva les choses aussi bien disposées qu'elles pouvoient l'être: cet homme vécut quelques mois dans son lit, & mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à sa blessure.

Le Chirurgien qui avoit fait la réduction, détacha la partie du fémur qui avoit été rompue, & la porta à M. de la Peyronnie qui me la remit quelque temps après. Voici ce que M. de la Peyronnie me fit remarquer sur cet os qui étoit presque sec.

1.<sup>o</sup> On voyoit que les deux parties de cet os avoient été remises très-exactement l'une vis-à-vis de l'autre, mais que le Chirurgien n'avoit pas pu les faire toucher l'une à l'autre, il s'en falloit environ deux lignes.

2.<sup>o</sup> On sçait que le fémur est spongieux vers son extrémité supérieure, & que la substance cellulaire est recouverte par une lame osseuse assés mince; or on voyoit à la partie extérieure & au bord de la fracture un bourrelet osseux assés inégal qui formoit des especes de plis, & qui paroissoit être une suite de l'ossification du périoste.

3.<sup>o</sup> On appercevoit des endroits où l'os étoit lisse, uni, & où n'étoit point le bourrelet dont je viens de parler.

Je crois que ces endroits sont ceux où le périoste s'étoit détaché de l'os; d'où il suit que l'organe qui doit, suivant moi, former l'os, étant enlevé, il ne s'y étoit formé aucune concrétion osseuse, & l'os étoit resté tel qu'il étoit après la fracture.

4.<sup>o</sup> De la partie cellulaire de l'os il s'élevoit des productions osseuses qui partoient des plaques qui forment la substance cellulaire, & les productions dont je parle, s'étendant à peu-près également des deux bouts de l'os rompu, se joignoient l'une & l'autre en quelques endroits, & y formoient une réunion, à la vérité très-peu solide, & qui probablement n'auroit jamais pu affermir assés bien cet os pour que l'homme affligé eût pu être en état de se servir de sa jambe.

Je crois que les productions osseuses qui faisoient cette espece de réunion, venoient du périoste qui revêt les lames osseuses du tissu cellulaire.

Je ne rapporte pas cet exemple pour confirmer ce que j'ai avancé sur les fractures, mais j'ai cru qu'il n'étoit pas inutile de faire remarquer que toutes les circonstances de cette fracture singulière se peuvent expliquer naturellement par les principes que j'ai établis dans mon premier Mémoire.

Plusieurs habiles Anatomistes que j'ai cités dans mes Mémoires, m'ont fait part d'un grand nombre de faits pareils qui s'expliquent au mieux dans mes principes, & qui par conséquent pourroient être employés pour confirmer ce que j'ai avancé sur la formation du cal : je ne les rapporterai point, dans l'appréhension de devenir ennuyeux ; mais comme mon unique objet est de chercher la vérité, je ne dois pas dissimuler qu'il y a quelques faits de Chirurgie qui m'ont été proposés par des gens fort habiles dans cet Art, & qui semblent indiquer que quand le périoste manqueroit sur une portion d'os, la Nature auroit encore d'autres ressources pour la réparer : voici quels sont ces faits.

1.<sup>o</sup> Quand une portion d'os est cariée, les Chirurgiens, dans la vûe de faciliter l'exfoliation, perforent l'os en plusieurs endroits, c'est-à-dire, qu'ils font en différents endroits de la carie, des trous avec un trépan perforatif ; on dit qu'on voit bourgeonner par ces trous des houppes charnues, que la carie se détache plus promptement, & que quand les feuilletts cariés se sont détachés, la plaie se ferme & se guérit.

2.<sup>o</sup> On

2.° On prétend que quand un pariétal a été blessé, si on le découvre du cuir chevelu, des muscles, des aponevroses, & qu'on rugine l'os, ce qui doit enlever le périoste, on voit qu'il se forme au bord de la plaie des bourrelets qui gagnent peu à peu & recouvrent l'os, mais on apperçoit aussi des points charnus qui sortent du corps même de l'os.

Mon état ne me mettant point à portée de voir des malades, je n'ai pu suivre de pareilles plaies, & je m'en rapporterai volontiers aux Maîtres de l'art, pourvu qu'ils se tiennent en garde contre leurs préjugés, & qu'ils veuillent examiner la chose avec toute l'attention & le discernement dont ils sont capables; néanmoins je les prie d'observer:

1.° Que si l'on perfore l'os entièrement, la membrane médullaire doit produire sous la carie la régénération de l'os.

2.° Que si la carie est vers les extrémités où les lames osseuses sont très-minces, il est presque impossible que ces lames ne soient percées en entier.

3.° Que la même chose arrivera si l'on perfore un os qui ait un diploë.

4.° Qu'il faut que ces observations soient faites sur des animaux âgés, parce que, comme nous l'avons dit, les os des jeunes sujets tiennent encore de la nature du périoste qui leur a donné naissance, ce que je prouverai encore dans d'autres Mémoires.

5.° Comme les extrémités des os des adultes sont de la même nature que la partie moyenne des os des enfants, ce que je prouverai ailleurs, la même chose leur arrivera.

6.° Il faut observer si sous la carie qui se détache, il se forme un nouvel os; car s'il ne se formoit que des chairs, cela ne feroit rien au sujet que je traite.

7.° Supposé qu'il se forme de nouvelles lames osseuses sous la carie, il faut examiner si elles ne partent pas des bords de la plaie; car alors ce pourroit être le périoste qui se seroit allongé sous la carie à mesure que l'exfoliation se fait.

8.° Il faut prêter attention aux mêmes circonstances pour ce qui regarde le second fait, car le pariétal a un diploë, la

lame supérieure est quelquefois très-mince, même dans des sujets avancés en âge ; outre cela il faut être bien certain qu'on a enlevé tout le périoste, & même les lames osseuses nouvellement formées & qui sont encore tendres : cet article est important, je vais essayer de le faire sentir en rapportant une expérience fort singulière que j'ai faite sur des arbres.

On sçait que si l'on enleve sur le tronc d'un arbre un morceau d'écorce, cette plaie ne se referme que par l'allongement de l'écorce qui se fait par les bords de la plaie : néanmoins dans le temps de la sève j'ai enlevé tout autour de plusieurs jeunes arbres un anneau d'écorce qui avoit environ trois pouces de largeur ; j'ai sur le champ passé le tronc de ces jeunes arbres dans des tuyaux de verre que j'ai bien mâtiqués au dessus & au dessous du cylindre ligneux qui étoit dépouillé d'écorce ; j'ai encore couvert le tuyau de verre d'un morceau de toile qui empêchoit que le Soleil ne desséchât la plaie, & j'ai vu une nouvelle écorce bourgeonner principalement de la partie supérieure de la plaie ; la nouvelle écorce se formoit aussi sur plusieurs endroits du cylindre ligneux qui étoit découvert. Cette observation ressemble beaucoup à celle du pariétal dont je viens de parler ; & quoiqu'on voie sortir une nouvelle écorce des fibres ligneuses, on ne laisse pas d'être très-fermement persuadé que c'est l'écorce des arbres qui sert principalement à la réparation de leurs plaies. J'ai fait sur cette même matière beaucoup d'observations, mais que je suis obligé de réserver pour un autre Mémoire, dans lequel j'essaierai de faire appercevoir dans quelles circonstances le corps ligneux peut produire une nouvelle écorce.

9.° Je ne dois pas négliger de faire remarquer que j'ai toujours parlé dans mes Mémoires de ce qui arrivoit à des os qui étoient naturellement sains, & qui n'avoient à se guérir que de maladies d'accident ; car si par l'effet de quelque maladie les os perdoient leur dureté, s'ils devenoient mols, comme on l'observe quelquefois, je ne sçais pas alors ce qui leur arriveroit.



Je crois appercevoir des moyens d'éclaircir les doutes que je viens de proposer, & j'informerai l'Académie de ce que m'auront appris mes expériences, mais dès à présent je puis promettre de donner dans peu un Mémoire qui jettera un grand jour sur la question dont il s'agit.

Depuis la lecture du Mémoire précédent, j'ai eu connoissance d'un Livre intitulé: *Anatome Mytuli, Authore Antonio de Heide, Amstelod. 1684.* qui rapporte les observations suivantes sur la formation du cal qui réunit les os rompus.

*Ad calli materiam & generationis modum illustrandum sequentia experimenta à me in Ranis instituta sunt, quæ ut facilius percipiantur, structuram Ranini cruris in quo occupatus fui, his Figuris ob oculos ponere visum est.* Observat. 55.

*Hæc Figura extremum posterioris cruris binis partibus constans repræsentat (Figura I) AB enim media pars est inter extremum pedem Bc, & partem corporis trunco relictam. In parte (Fig. II) AB, sub cute occurrunt musculi A, B, C, D, E. Tres priores cuti sunt contigui, duo verò reliqui ossi FG cohærent. Hoc os inflat fistulæ concavum est, medullâ refertum, circa medium foramine stylum HI continente pertusum.*

*In hac Figura III occurrit prædictum os tribus exterioribus musculis denudatum, sed duobus reliquis tectum, brevi postquam fractum est. Extrema fracta musculis abbreviatis extra communem lineam tracta sunt, adeò ut os solito brevius sit. Circa musculos ferè nihil evasati sanguinis conspicitur.*

*Figura IV repræsentat prædictum os in alia Rana 24 horas post fracturam, cute non item musculis spoliatum. A, B, C, D, E, F, G, est lamina evasati & concreti sanguinis extensa multis laciniis ferè per totum articulum, musculos, fracturamque obtegens, & huic connexa: hujusmodi lamina à me observata est in omnibus cruribus Raninis fractis, dummodò aliquot horæ essent præterlapsæ; in omnibus tamen non est ejusdem formæ, quia evasatus sanguis usquedum fluidus est, variam figuram assumere potest. Hoc tamen ferè observatur semper quod extremis ossis fracti adhæreat. Hinc circa calli generationem mutationi hujus cruentæ laminæ maximè attendendum putabam. Tertio die hæc*

*lamina erat parum mutata ; quinto die sese minorem & firmiorem ostendebat , habens in quadam Rana formam & magnitudinem Figur. V, A, B, C. Deinceps septimo , duodecimo & decimosexto diebus , examinata sensim durior & pallidior evadebat , ut vigesimo septimo die cartilaginea esset. Elapsis quatuor mensibus , fracti ossis , extrema tam duro callo in quem lamina cruenta mutata videtur , conglutinata erant , ut primo intuitu in majorem molem extensa viderentur ; accuratiore tamen investigatione calli materiam ossis superficiei adnatam esse patebat , quod facilius ex Figura VI percipitur.*

*Hic habes viri os femoris A, B, C, casu fractum eo modo ut fracturæ extremum alterum cutem pertunderet ; aegro post aliquot menses mortuo , Chirurgi os carne spoliatum theatro anatomico concredidere , quod elapsis quibusdam annis hoc modo constitutum inveni.*

*Fracturæ extrema DE non in eadem linea , sed sibi invicem parallela ferè jacent , adeò ut os debito brevius sit. Spatium extrema inter necnon ea latè ambiens , occupatur callo AFLEPHD, qui duritie , albedine & poris ab osse haud differt , medulle destinata cavitas in utroque extremo patula est. Præter innumera minuta foramina , majora KLR conspicua sunt. Porro multa tubercula & sinus in superficie occurrunt. Quamvis initio callus ossi adeò arctè connexus videretur , ut aliquis eum pro tumefacto osse salutaret , diligentiori tamen curâ ab osse abradi potuit sine ossis læsione. VXYZ est fragmentum ossis e vulnere aegro vivente extractum.*

*Ex his experimentis forsan probatur callum generari e sanguine evasato , cujus fluidis particulis sensim exhalantibus reliquum ossis formam assumit , quod promoveri potest ab halitu ex ossis fracti extremis deciduo.*

Ce que Verduc dit dans sa Pathologie chirurgicale est si semblable à ce que je viens de rapporter de Heide, qu'il y a tout lieu de croire que Verduc n'a fait que traduire Heide.

Assûrément je ne suis point d'accord avec les Auteurs que je viens de citer, sur l'origine de la membrane qui est

destinée à former le cal ; mais l'existence de cette membrane est bien établie par leurs observations, de même que le progrès de son endurcissement, & ils s'efforcent l'un & l'autre de prouver que les extrémités d'un os rompu sont assujetties par une virole osseuse. Ainsi les observations de Heide, de même que celles que rapporte Verduc, s'accordent avec les miennes sur un article important.

La Figure VII représente la tête du fémur rompu, dont il est parlé dans le précédent Mémoire : on y peut remarquer

*a*, le corps de l'os.

*bb*, le lieu de la fracture.

*ccc*, des productions osseuses qui viennent du périoste.

*dd*, des endroits où l'os étoit lisse, & où l'on n'apercevoit pas les productions osseuses dont je viens de parler.

*ee*, productions du tissu spongieux.



*CALCUL DES DIFFERENCES*  
*DANS LA*  
*TRIGONOMETRIE SPHERIQUE.*

Par M. l'Abbé DE LA CAILLE.

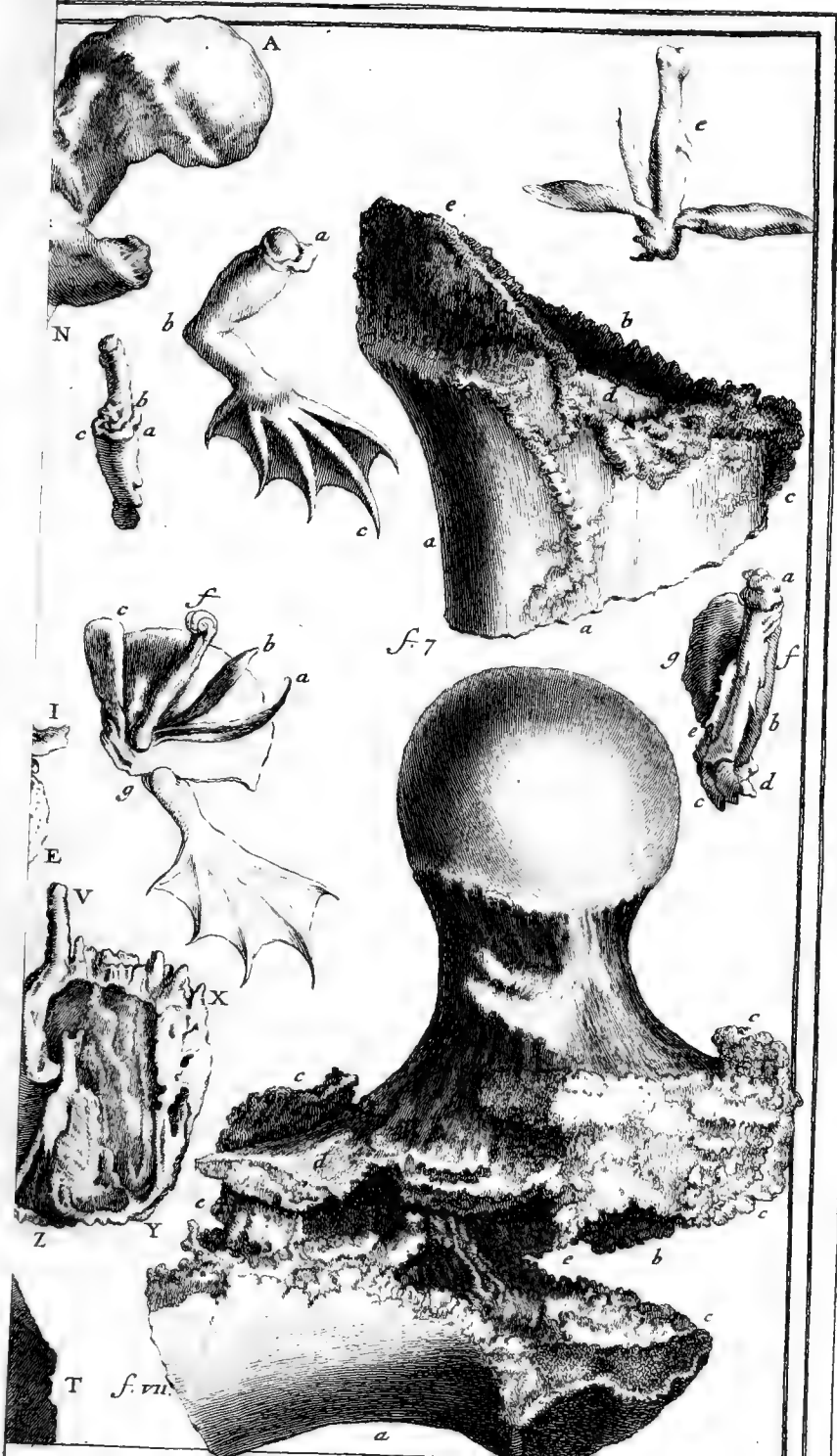
**J**E ne prétends pas dans ce Mémoire substituer les Formules du calcul différentiel aux calculs Astronomiques ordinaires, auxquels l'invention des Logarithmes a apporté une facilité & une simplicité peut-être aussi grandes que celles que la nouvelle analyse a apportées dans la Géométrie; car quoique le calcul de l'Infini soit sans comparaison plus commode que celui de l'ancienne Algebre, il ne laisse pas cependant d'être quelquefois trop subtil pour être à la portée du commun des Calculateurs, ou trop compliqué de signes, de puissances & de radicaux, &c. Mon dessein est seulement

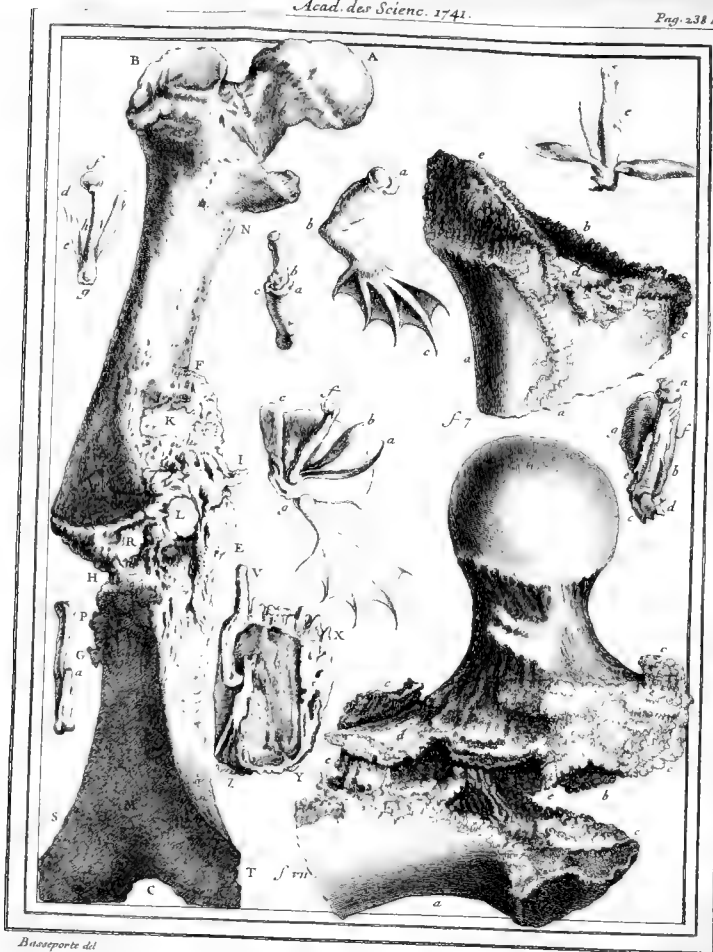
- 1.<sup>o</sup> de faire voir par des exemples, qu'il y a une manière très-simple qui a déjà été comme proposée depuis long temps, mais qui est trop peu connue, ou trop peu pratiquée, d'employer les méthodes de l'analyse des Infiniment petits pour calculer les petites Equations qu'on est presque à tout moment obligé de faire, tantôt pour les appliquer aux observations ordinaires, tantôt pour réduire les mouvements célestes apparents aux mouvements vrais, & réciproquement, tantôt pour distribuer les petites inégalités causées par quelque mouvement dans la position des Cercles de la Sphere, &c.

- 2.<sup>o</sup> De montrer que faute de se servir de ces règles, la plupart des Astronomes sont obligés de chercher les petites Equations dont j'ai parlé, par des voies indirectes, & par conséquent trop embarrassées.

- 3.<sup>o</sup> De donner les formules générales & les plus simples de ce calcul, avec leur usage.

- 4.<sup>o</sup> De marquer les précautions qu'il faut prendre lors-





qu'on s'en sert, & de faire voir jusqu'à quel point on peut supposer que des quantités sensibles sont infiniment petites.

On peut dire que la plupart de ceux qui sont versés dans le calcul astronomique, sont précisément dans le même cas où étoient les anciens Géomètres avant l'invention de l'analyse de l'Infini. Chaque problème coûtoit beaucoup de peine, paroissoit même souvent insoluble, & si à force d'habileté on en venoit à bout, la solution étoit ordinairement très-limitée, & le changement d'une des conditions obligeoit quelquefois à recommencer tout le travail. S'agit-il, par exemple, de trouver la différence que cause le mouvement du Soleil en déclinaison entre le midi vrai & le midi conclu par l'observation des hauteurs correspondantes du Soleil? quelques-uns calculent deux fois l'heure que chaque hauteur donne, en faisant entrer dans le second calcul la différence du mouvement en déclinaison, & prennent pour l'Equation cherchée, la moitié de la différence entre ces heures. Cette méthode est exacte & assez simple, mais elle est indirecte, en ce qu'elle ne fait pas connoître d'où dépend l'Equation. M. Picard, M. Roëmer & M. de la Hire avoient inventé chacun des échelles ou figures particulières pour trouver graphiquement cette correction. On trouve aussi dans les deux dernières éditions des Tables astronomiques de M. de la Hire, une méthode assez compliquée pour calculer cette Equation, dont l'Editeur a donné une Table fort ample, mais qui n'est pas exacte, sur-tout vers les Equinoxes & le cercle de deux heures, où on trouve des erreurs qui, quoiqu'assez petites en elles-mêmes, sont trop considérables, eu égard à la subtilité avec laquelle elle paroît calculée, puisque les tierces y sont marquées, & à l'importance qu'il y a de sçavoir précisément l'heure vraie par la méthode la plus générale & la plus directe qui soit praticable en Astronomie; c'est néanmoins sur cette Table que la plupart des Observateurs ont corrigé jusqu'à présent leurs observations, dans les occasions où l'extrême précision étoit nécessaire.

Il est bien constant cependant qu'il y a une certaine

méthode, la plus directe de toutes, pour trouver cette Equation, & il ne faut pas être grand Géometre pour voir que ce petit mouvement du Soleil en déclinaison influant sur son mouvement en ascension droite suivant un rapport déterminable, la méthode la plus naturelle de toutes consiste à faire entrer immédiatement ce rapport dans le calcul.

Ayant travaillé quelque temps à chercher une méthode générale pour trouver tout d'un coup ces sortes d'Equations par la voie la plus simple & la plus directe, je suis tombé sur un excellent livre de M. Cotes, intitulé *Harmonia mensurarum*, dans lequel on trouve un Traité qui a pour titre: *Æstimatione errorum in mixtâ Mathefi*. Le but de l'Auteur est de déterminer les limites des erreurs inévitables dans la pratique de la Géométrie & de l'Astronomie, en les regardant comme des différences infiniment petites; comme, si un Instrument ne donne la hauteur d'un Astre qu'à une minute près, il marque le rapport qu'aura cette minute d'erreur avec l'incertitude de l'heure déduite de l'observation, par un calcul dont il suppose tous les autres éléments exacts.

Après avoir lû avec plaisir ce Traité, il me fut facile d'en appliquer les règles aux méthodes que je cherchois; car en regardant les Parallaxes, les Réfractions, la Précession des Equinoxes, les Aberrations & tous les petits mouvements, comme des erreurs d'observations, j'en ai déduit des méthodes de calcul si simples, que j'ai cru devoir en rapporter quelques-unes, afin qu'elles servent d'exemples pour trouver les autres dans le besoin.

Comme le livre de M. Cotes est assez rare en ce pays-ci, & que d'ailleurs ses règles sont conçues en dix-huit Théorèmes d'une manière fort générale, je les ai réduites en vingt-quatre formules ou analogies, comme on les voit ici, après y avoir fait plusieurs additions considérables pour simplifier ou pour diversifier les rapports, afin que l'on puisse choisir parmi les quantités que l'on compare aux différentielles, celles qui sont déjà connues, & que par ce moyen on épargne le calcul; car quoique ces rapports soient un peu composés, il arrive



il arrive souvent qu'ils deviennent beaucoup plus simples dans certains cas, comme je le ferai voir dans les exemples que je rapporterai.

Ces formules ont cet avantage de donner presque toujours sans calcul le *maximum* & le *minimum* de chaque Équation, ce qui est d'une utilité merveilleuse pour déterminer les circonstances où il faut faire l'observation, afin que les erreurs inévitables n'y influent que le moins qu'il est possible.

Je ne rapporterai pas ici les démonstrations de ces règles qui sont exposées très-clairement dans le livre de M. Cotes, je vais faire voir seulement de quelle manière elles y sont démontrées. Pour cela soit dans le Triangle sphérique ABC, l'angle A constant, aussi-bien que son côté adjacent AC. Que le côté AB devienne AD par le moyen de la différentielle BD. Par l'angle C, menés CD, & décrivés le petit arc BE, en sorte que  $CB = CE$ ; il est clair que ED est la différentielle de BC, & qu'à cause du Triangle BED, rectangle en E, BD est à DE, comme le rayon au sinus de l'angle DBE, complément de l'angle ABC, à cause de l'angle droit CBE, & c'est là la première formule.

Fig. 1.

Il est évident aussi que si on prolonge CB en F, en sorte que CF soit de 90 degrés; FG, mesure de la différentielle de l'angle BCA, est à BE, comme le rayon au sinus de BC; mais BE est à DE, comme la tangente de l'angle BDE ou CBA est au rayon; donc  $FG \times S.BC = BE \times Ray.$   $= T.B \times DE$ ; donc  $FG : DE :: T.B : S.BC$ , c'est-à-dire, la différentielle de C est à la différentielle de BC, comme la tangente de l'angle B au sinus du côté BC, & c'est la cinquième formule; il en est ainsi des autres.

Supposant donc dans un Triangle sphérique quelconque ABC, que deux de ses parties à volonté sont constantes, on trouvera dans la Table qui est à la fin de ce Mémoire, le rapport de la différentielle d'une de chaque variable avec les côtés ou les angles de ce Triangle.

*Usages de ces Formules.*

**Fig. 2.** I.<sup>er</sup> EXEMPLE. *Pour trouver la méthode de calculer l'E'quation des hauteurs correspondantes*, je considère que dans le Triangle sphérique ZPS où Z est le Zénith, P le Pole du Monde, SZ le complément de la hauteur du Soleil observée, SP la distance du Soleil au Pole, & ZPS l'angle qui sert à connoître l'heure de l'observation, les côtés ZS & ZP sont constants, & qu'il n'y a que la différentielle de SP qui fasse varier l'angle au Pole. Je trouve donc par la 16.<sup>e</sup> formule, que cette différentielle SP est à celle de l'angle SPZ comme le sinus de ZP à la tangente de complément de l'angle ZSP; d'où je conclus que la méthode cherchée consiste à calculer d'abord l'angle au Soleil compris entre le vertical & le cercle de déclinaison, pour faire ensuite cette analogie:

*Comme le sinus de complément de la déclinaison du Soleil,  
A la tangente de complément de l'angle du vertical & du  
cercle de déclinaison;*

*Ainsi le mouvement du Soleil en déclinaison dans la moitié de  
l'intervalle du temps entre chaque observation correspondante,  
A la différence de distance du Soleil au Méridien.*

Cette différence réduite en temps est l'E'quation cherchée, additive quand la hauteur du Pole étant boréale, le Soleil est dans l'E'crevisse, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & soustractive dans les autres Signes\*, ce sera le contraire si la hauteur du Pole est australe.

---

\* M. Euler a donné dans les Mém. de l'Académie de S.<sup>t</sup> Pétersbourg, tome 8, page 48 & suiv. (qui n'a paru qu'en 1742) une formule où il fait  $dP = \frac{\text{arc } 2 ZPS \times 8 dPS}{180} \left( \frac{\text{Co-t. } ZP}{S. ZPS} - \frac{\text{Co-t. } PS}{T. ZPS} \right)$ . Il prétend qu'elle est beaucoup plus simple que celle de M. de la Hire; on peut la calculer en cette manière qui est un peu plus commode que celle qu'il a apportée pour exemple.

1.<sup>o</sup> Réduits en degrés le demi-intervalle de temps entre deux observations correspondantes, ajoutés le logarithme de cet arc en degrés & minutes au logarithme des secondes du mouvement en déclinaison pendant le demi-intervalle,

Ce qu'il y a de singulier, c'est que M. de la Hire propose cette même méthode dans ses Tables, & que ni lui ni son Editeur ne paroissent en avoir fait aucun usage.

C'est sur ce principe que j'ai calculé très-exactement des Tables de ces sortes d'Equations, que j'ai mises sous deux formes différentes entr'elles, & différentes de celles qu'on a coutume de leur donner; car il est bon de remarquer que lorsqu'on veut avoir cette correction dans la rigueur, il ne faut pas supposer, comme on le fait ordinairement, qu'elle est la même lorsque le Soleil est dans le même parallele, ce qui seroit vrai si l'Apogée étoit dans le Colure des Solstices, & quoique la plus grande différence monte à peine à  $\frac{1}{5}$  de seconde de temps, elle ne laisse pas d'empêcher que ces Tables ne soient parfaitement exactes, ce qui ne coûte qu'un peu plus de peine au calculateur, & contente tout le monde. La vraie forme qu'on leur doit donner, est de mettre dans la colonne verticale à gauche les signes & les degrés de la longitude vraië du Soleil, & dans la colonne horizontale supérieure les intervalles des temps comme à l'ordinaire.

Une autre forme qui n'est pas si scrupuleusement exacte, mais dont l'erreur ne peut monter à  $\frac{1}{5}$  de seconde, est de mettre dans la colonne verticale, au lieu de la longitude du Soleil, tous les degrés de sa hauteur apparente depuis 8 degrés jusqu'à 56; elle a cet avantage sur la précédente, qu'il n'est pas nécessaire d'avoir en main des Tables pour connoître le vrai lieu du Soleil. Je compte insérer ces Tables dans l'introduction aux nouvelles Ephémérides pour dix années, que je fais imprimer actuellement.

& de la somme de ces logarithmes ôtés le logarithme constant 2.82930, le reste sera un logarithme A.

2.° Du logarithme de la tangente de la hauteur du Pole, ôtés celui du sinus du demi-intervalle, & cherchés en décimales la valeur du reste.

3.° Du logarithme de la tangente de la déclinaison du Soleil, ôtés celui de la tangente du demi-intervalle, & cherchés en décimales la valeur du reste.

4.° Ôtés le second reste du premier, & ajoutés le logarithme de la différence au logarithme A, le reste sera le logarithme des tierces de l'Equation cherchée, & réduite en temps.

H h ij

II.<sup>me</sup> EXEMPLE. *Trouver la manière de réduire les distances apparentes des Etoiles à la Lune, à leurs distances véritables, & réciproquement.*

Il y a deux choses qui empêchent d'observer immédiatement les arcs de distance vraie des Etoiles à la Lune, sçavoir, la Réfraction qui rapprochant du Zénith tous les objets célestes, paroît les rapprocher les uns des autres, & par conséquent diminuer leurs distances; & la Parallaxe de la Lune qui par un effet contraire rapprochant cet Astre de l'horison, le fait voir plus écarté des Etoiles qu'il n'est réellement lorsqu'elles sont plus élevées que la Lune, & le fait paroître plus proche des Etoiles lorsqu'elles sont plus basses, ou à la même hauteur que la Lune.

Fig. 3. Soient deux Etoiles E, S, placées sur les verticaux ZH, ZR. Soient EL, SL leurs distances apparentes à la Lune L, placée sur le vertical ZK. Soit pris sur ce vertical l'arc LI égal à la Parallaxe de la Lune moins la Réfraction, qui conviennent à la hauteur apparente LK sur l'horison HKR, les arcs EI, SI seront les vraies distances de la Lune aux lieux apparents des Etoiles; considérant donc d'abord que le Triangle ZEL a le côté EZ & l'angle EZL constants, parce que la Réfraction ni la Parallaxe n'alterent point les azimuths, je cherche la différence que LI produit sur l'arc EI, & je trouve par la première formule, que  $dZL : dEI :: \text{Rayon} : \text{Co-sinus } ZLE$ . D'où il suit que cette différence dépend de l'angle à la Lune compris entre le vertical ZK & l'arc de distance LE, & qu'il faut employer la méthode suivante.

Il faut 1.<sup>o</sup> observer la hauteur apparente de la Lune & des Etoiles dans le même instant où on observe leurs distances, ou la déduire des observations faites immédiatement avant & après, ou enfin du calcul.

2.<sup>o</sup> Il faut tirer des Tables Astronomiques la Parallaxe de la Lune qui convient à sa hauteur apparente LK; on la trouvera calculée de deux jours en deux jours dans mes Ephémérides.

3.<sup>o</sup> Il faut calculer l'angle ZLE à la Lune entre le Zénith & le lieu apparent des Etoiles, ce qui est facile, parce qu'on connoît par observation les trois côtés LE, distance observée de la Lune à l'Etoile, EZ, distance de l'Etoile au Zénith, LZ, distance apparente de la Lune au Zénith ; ensuite on fera cette analogie :

*Comme le rayon*

*Au co-sinus de l'angle ZLE ;*

*Ainsi la Parallaxe moins la Réfraction*

*A la différence entre la distance apparente de l'Etoile à la Lune, & la distance vraie de la Lune au lieu apparent de l'Etoile.*

Il est clair qu'il faut faire la même opération pour réduire la distance apparente SL à la distance vraie Sl, & que cette différence ainsi trouvée, est soustractive dans le premier cas, parce que l'Etoile E est plus haute que la Lune, & additive dans le second, parce que l'Etoile S est plus proche de l'horison.

Ces distances ainsi corrigées ne sont pas encore les vraies, parce qu'on n'a pu avoir égard à l'effet de la réfraction des Etoiles S, E ; pour cela il faut prendre sur le vertical ZH, par exemple, l'arc Ee égal à la réfraction qui convient à la hauteur EH, & ayant mené el, qui est la vraie distance cherchée, il faut calculer sa différence avec EL, par la même formule que la précédente ; c'est pourquoi ayant trouvé l'angle LEZ entre l'arc EZ du vertical, & l'arc EL de la distance à la Lune, il faut faire cette analogie :

*Comme le rayon*

*Au co-sinus de l'angle LEZ ;*

*Ainsi la Réfraction de l'Etoile E*

*A la différence entre EI & el.*

C'est ainsi qu'il faut réduire toutes les observations de Tycho, d'Hevelius & de Flamsteed, qui ont été faites avec des Sextants, & qui sont publiées dans leurs Histoires Célestes.

III.<sup>me</sup> EXEMPLE. *Trouver le mouvement des Étoiles, causé par la précession des Équinoxes.*

Le mouvement apparent & uniforme que la précession des Équinoxes fait appercevoir dans les Étoiles, ne se faisant qu'en longitude, fait varier inégalement leurs ascensions droites & leurs déclinaisons. On a soin de marquer dans les Catalogues ces variations, qui se trouvent ordinairement en calculant l'ascension droite & la déclinaison de chaque Étoile, tant pour la longitude & la latitude de l'époque, que pour un degré de plus en longitude. Voici par nos formules la voie directe de les calculer.

Fig. 4.

Dans le Triangle  $PpE$  où  $P$  est le pôle de l'Équateur,  $p$  celui de l'Écliptique,  $E$  le lieu d'une Étoile, dont la longitude prise depuis le colure des Solstices, est mesurée par le complément de l'angle  $EpP$ , cet angle étant variable de  $50''$  par an, tandis que  $pP$  &  $Ep$  sont constants, on trouvera la différentielle de l'angle  $pPE$  de l'ascension droite par la 13.<sup>me</sup> formule,

$$dp : dP :: S. pE \times R : S. pE \times \text{Co-f. } E :: S. p \times R : S. P \times \text{Co-f. } E :: S. pE \times T. E : S. P \times S. pP.$$

& la différentielle de la déclinaison par la 15.<sup>me</sup> analogie,

$$dp : dPE :: R \times R : S. pE \times S. E :: R \times R : S. pP \times S. P.$$

D'où il suit que pour faire ces calculs, ou tout au moins celui de la première formule, il faut d'abord chercher l'angle  $pEP$  à l'Étoile entre les cercles de latitude & de déclinaison, & faire les analogies suivantes:

*Comme le produit du rayon par le co-sinus de la déclinaison de l'Étoile,*

*Au produit du co-sinus de sa latitude par le co-sinus de l'angle à l'Étoile;*

Ou bien,

*Comme le produit du rayon par le sinus de la longitude prise depuis le colure des Solstices,*

*Au produit du sinus de l'ascension droite prise de même, par le co-sinus de l'angle à l'Etoile ;*

Ou enfin, si on ne connoît que l'ascension droite & la déclinaison de l'Etoile :

*Comme le produit du co-sinus de la déclinaison par la tangente de l'angle à l'Etoile ,*

*Au produit du sinus de l'ascension droite, prise depuis le colure des Solstices , par le sinus de l'obliquité de l'Ecliptique ;*

*Ainsi la précession des E'quinoxes ,*

*Au mouvement de l'Etoile en ascension droite.*

Il est clair que quand l'Etoile sera dans l'Ecliptique ou dans les colures, cette analogie deviendra beaucoup plus simple.

*Comme le quarré du rayon*

*Au produit du co-sinus de la latitude de l'Etoile par le sinus de l'angle à l'Etoile ;*

Ou bien , ce qui est plus commode :

*Comme le quarré du rayon*

*Au produit du sinus de l'obliquité de l'Ecliptique par le sinus de l'ascension droite prise depuis le colure des Solstices ;*

*Ainsi la précession des E'quinoxes ,*

*Au mouvement de l'Etoile en déclinaison.*

Par ce dernier mouvement l'Etoile étant dans le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau & les Gémeaux, augmente sa déclinaison Boréale, & diminue sa déclinaison Australe; au contraire, dans les autres Signes elle diminue sa déclinaison Boréale, & augmente sa déclinaison Australe.

Je dois faire remarquer ici, 1.<sup>o</sup> que si j'avois suivi seulement les règles de M. Cotes, il m'auroit fallu employer l'angle à l'Etoile dans cette seconde analogie, ce qui est un calcul de plus à faire. 2.<sup>o</sup> Que si on suppose l'obliquité moyenne de l'Ecliptique de  $23^{\circ} 28' 40''$ , & la précession

248 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
des Equinoxes de  $50'' 0'''$  par an, on aura un logarithme  
constant 3.077433, auquel il ne faudra qu'ajouter le lo-  
garithme du sinus de l'ascension droite de l'Etoile prise de-  
puis les Solstices, & la somme (en ayant ôté le rayon) sera  
le logarithme des secondes & tierces du mouvement annuel  
en déclinaison.

Cette règle nous apprend trois choses; 1.° que ce mou-  
vement est toujours le même dans le même cercle de dé-  
clinaison, ou que toute Etoile qui a même ascension droite,  
a le même mouvement en déclinaison; 2.° que le plus grand  
effet de la précession des Equinoxes sur la déclinaison des  
Etoiles, est toujours sur le colure des Equinoxes; 3.° qu'il  
ne peut surpasser  $19'' 55'''$  par an\*.

IV.<sup>me</sup> EXEMPLE. *Calculer l'effet de la variation de  
l'obliquité de l'Ecliptique sur les ascensions droites & les décli-  
naisons, les longitudes & les latitudes.*

Presque tous les Astronomes, depuis 1680 jusque vers  
1730, ont supposé l'obliquité de l'Ecliptique constante de  
 $23^{\circ} 29' 0''$ , & en conséquence ils ont publié leurs obser-  
vations, & les longitudes & latitudes des Astres, calculées  
d'après cette hypothèse; mais depuis qu'on y a trouvé une  
variation incontestable, il est certain que tous ces calculs  
ont besoin d'une correction, soit qu'on suppose que cette  
obliquité ne fasse que diminuer, soit qu'on lui donne une  
variation dépendante de la position du nœud de la Lune,  
ou autrement. Connoissant donc la différence entre la vraie  
obliquité au temps de l'observation & l'obliquité supposée  
dans le calcul, on trouvera la correction de cette manière.  
Dans le même Triangle PpE, le côté PE & l'angle Epp

Fig. 4.

---

\* C'est sur ce principe que j'ai construit en une demi-page une Table du  
mouvement des Etoiles en déclinaison, causé par la précession des Equinoxes,  
& cette Table est beaucoup plus exacte, plus commode, & dans un certain sens  
beaucoup plus ample que celles que M. Sharp s'est donné la peine de calculer  
indirectement de 5 en 5 degrés de longitude & de latitude, & qui occupent  
quatre pages in-folio dans le 3.<sup>me</sup> tome de l'Histoire Céleste de M. Flamsteed :  
cet Astronome ne sçavoit pas que ce mouvement dépend uniquement de l'as-  
cension droite.

étant



étant constants, parce que l'observation des ascensions droites & des déclinaisons est indépendante de l'obliquité de l'Ecliptique, on aura par la seconde formule,

*Comme la co-tangente de la latitude de l'Astre,  
Au sinus de sa longitude prise depuis le colure des Solstices ;  
Ainsi la différence d'obliquité de l'E'cliptique,  
A la différence des longitudes.*

L'obliquité vraie étant plus petite que la supposée, il faut ôter cette différence de la longitude calculée, l'Astre étant dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & l'ajouter dans les autres Signes ; il faut faire le contraire, si l'obliquité vraie est plus grande que la supposée.

Et par la première formule on aura,

*Comme le rayon  
Au co-sinus de la longitude de l'Astre, prise depuis  
le colure des Solstices ;  
Ainsi la différence d'obliquité  
A la différence de latitude.*

Cette différence est additive, lorsque l'obliquité supposée est plus grande que la vraie, & que l'Astre est dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge, avec une latitude Boréale, ou dans les autres Signes, avec une latitude Australe ; & elle est soustractive dans la même hypothese, lorsque l'Astre est dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge, avec une latitude Australe, ou dans les autres Signes, avec une latitude Boréale. Ce sera tout le contraire si l'obliquité supposée est plus petite que la véritable.

Ces deux analogies sont extrêmement commodes, en ce qu'elles n'exigent d'autres données que la longitude même & la latitude de l'Astre ; ce qui fait qu'on pourra aisément corriger toutes les longitudes & les latitudes qui

250 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
ont été publiées, & dont on a supprimé les observations des  
ascensions droites & des déclinaisons.

Il est clair que par les mêmes formules on peut calculer  
l'effet de cette variation sur l'ascension droite & sur la dé-  
clinaison d'un Astre, calculées d'après sa longitude & sa la-  
titude qui auroit été connue indépendamment, & qu'il ne  
faut que substituer les termes de longitude & de latitude, à  
ceux d'ascension droite & de déclinaison.

Ces analogies peuvent encore servir pour calculer les  
différences qu'il y a entre les ascensions droites & les dé-  
clinaisons, les longitudes & les latitudes, dont on a inséré  
des Tables fort amples dans la dernière édition de l'Histoire  
Céleste de M. Flamsteed, & qui ont été construites en sup-  
posant l'obliquité de l'Ecliptique de  $23^{\circ} 29'$ , & celles qu'on  
doit trouver en la supposant plus petite ou plus grande d'une  
quantité donnée.

Un autre usage très-considérable, & qui a quelque rapport  
au Calcul Intégral, est de trouver les éléments mêmes des  
Equations ou des angles & des arcs sphériques, par le moyen  
des différences données ou observées, je vais éclaircir ceci  
par quelques exemples.

Puisque l'Equation des hauteurs correspondantes dépend  
de l'angle au Soleil entre le vertical & le cercle de déclinaison,  
si j'observe combien de temps le Soleil emploie à  
monter ou à descendre d'une certaine quantité, comme de  
40 ou 50', ou seulement d'une quantité égale à son dia-  
mètre, alors dans le Triangle ZPS, les côtés ZP & PS  
étant constants, & les différentielles de ZS & de P étant  
connues, on trouvera, en renversant la 15.<sup>me</sup> analogie, la  
valeur de l'angle ZSP avec une précision plus que suffisante:  
on dira,

Fig. 2.

*Comme le temps (réduit en degrés, que le Soleil a employé à  
monter ou à descendre de 40 ou 50', ou de son diamètre)  
multiplié par le sinus de complément de sa déclinaison,*

*Est au quarré du rayon;*

*Ainsi ces 40 ou 50', ou bien le diametre du Soleil,  
Au sinus de l'angle du vertical & du cercle de déclinaison.*

Il faudra faire ensuite comme ci-dessus :

*Comme le sinus de complément de la déclinaison du Soleil*

*A la tangente de complément de cet angle ;*

*Ainsi le mouvement en déclinaison*

*A la différence de distance au Méridien.*

Cette méthode est universelle & fort commode, en ce qu'elle ne suppose presque rien de donné, c'est-à-dire, ni la hauteur du Pole, ni la distance du Soleil au Méridien à l'heure de l'observation, ni même la hauteur du Soleil, éléments nécessaires pour calculer cette E'quation dans toutes les autres méthodes.

J'ai vérifié sa précision par un très-grand nombre d'observations faites en différents endroits du Royaume, & calculées en deux manières, & j'ai trouvé à peine une demi-seconde de différence, ce qui vient de ce que la distance du Soleil au Pole n'étant jamais plus petite que de 66 degrés  $\frac{1}{2}$ , l'arc PS est toujours approchant de 90 degrés, condition nécessaire pour la précision de la première de ces deux analogies, ainsi qu'il est marqué dans les formules.

Lorsqu'on compare une Comete ou un autre Astre à quelque petite E'toile voisine inconnue, & dont on n'a ni le temps ni la commodité de déterminer la position, il ne suffit pas de prendre des alignements à des E'toiles voisines, à moins qu'elles n'en soient fort proches ; car il arrive souvent (quand on est obligé de remettre à une autre saison la détermination du lieu de l'E'toile) qu'à cause qu'elles changent de position par rapport au vertical auquel on les rapporte naturellement, on est dans la suite incertain si on ne confond pas une E'toile avec une autre. Pour prévenir cet inconvénient, si on a un Quart-de-cercle en main, & une Horloge bien réglée au temps vrai, il faut prendre deux hauteurs de cette E'toile, qui ne different entr'elles que de 40 à 50',

252 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 & marquer les instants auxquels ces hauteurs auront été prises;  
 on fera ensuite le calcul suivant par la même formule,

*Comme le produit de l'intervalle du temps (écoulé entre les  
 deux hauteurs, & réduit en degrés) par le co-sinus  
 de la hauteur du Pole du lieu,*

*Est au quarré du rayon;*

*Ainsi la différence des hauteurs observées,*

*Est au sinus de l'azimuth de l'Etoile pour l'instant moyen  
 entre ceux des observations des hauteurs.*

On aura donc l'azimuth de l'Etoile & sa hauteur à un instant donné, ce qui servira à trouver à très-peu près son ascension droite & sa déclinaison, comme savent les Astronomes.

Enfin, pour ne me pas étendre davantage sur des choses trop aisées, il est clair que par ces formules on peut trouver non seulement les *maximum* & les *minimum* des Equations ou des erreurs, comme je l'ai fait voir dans les exemples que j'ai rapportés, mais même les cas où ces Equations sont aux plus grandes ou aux plus petites dans un rapport donné.

Je suppose, par exemple, qu'on veuille sçavoir dans quel degré d'ascension droite le mouvement des Etoiles en déclinaison, causé par la précession des Equinoxes, est à cette précession en longitude dans le rapport de 1 à  $q$ ; il est clair d'abord que puisque le plus grand mouvement annuel en déclinaison est de  $19'' 55'''$ , la valeur de  $q$  ne doit pas surpasser  $2\frac{1}{2}$ , afin que le problème soit possible. Substituant donc  $q$  & 1 à  $dp$  & à  $dPE$  dans la 15.<sup>me</sup> formule, on

aura  $R \times R : S. Pp \times S. P :: q : 1$ . Donc  $S. P = \frac{R \times R}{q \times S. Pp}$ ;

ainsi si on veut sçavoir à quel degré d'ascension droite le mouvement annuel en déclinaison est de  $12''$ , il faut ôter le logarithme de  $12''$  de celui de  $50''$ , restent 0.61979, qui expriment le rapport donné, ajouter ce reste au logarithme 9.60031 du sinus de l'obliquité moyenne de l'Ecliptique,

& ôter la somme 10.22010 de 20.00000, double du logarithme du rayon, le reste 9.77990 est le logarithme du sinus de  $37^{\circ} 3'$ , distance prise sur l'E'quateur depuis le Cercle de déclinaison de l'Etoile jusqu'au plus proche colure des Solstices; ce qui fait voir que toute Etoile qui a  $52^{\circ} 57'$ ,  $127^{\circ} 3'$ ,  $232^{\circ} 57'$ ,  $307^{\circ} 3'$  d'ascension droite, a  $12''$  de mouvement annuel en déclinaison.

Je suppose que pour déterminer immédiatement les Réfractions en observant les hauteurs apparentes d'une Etoile dont la déclinaison soit connue, je veuille sçavoir dans quel cas l'erreur de  $2''$  de temps, par exemple, n'en cause que  $7'' \frac{1}{2}$  de degré sur la hauteur calculée d'après l'observation; par un même raisonnement je trouverai qu'il faut que cette Etoile ait  $22^{\circ} 19'$  d'azimuth, quelle que soit sa hauteur ou sa déclinaison.

Ou bien si je veux sçavoir de quelle Etoile il faudroit se servir, afin que l'erreur de  $2''$  de temps n'en causât qu'une de  $10''$  de degré dans la Réfraction pour une hauteur donnée, comme de 18 degrés, je trouve par un calcul à peu-près semblable, que cette Etoile doit avoir  $48^{\circ} 43'$  de déclinaison, telle qu'est à peu-près celle de la Claire de Persée.

A l'égard de la précision des calculs faits sur ces analogies, il est clair qu'elle sera d'autant plus grande que les différences approcheront plus de l'infiniment petit. C'est pourquoi il seroit peut-être bon d'ajouter à chacune une formule qui donnât les limites des erreurs résultantes de chaque supposition, qui déterminât, par exemple, quelle doit être la grandeur de la différentielle AB, pour avoir la différentielle BC à une seconde près; mais ces formules seroient trop compliquées pour en faire facilement l'application, c'est pourquoi à leur place je marquerai tous les cas extrêmes, c'est-à-dire, ceux où les différentielles seront dans une proportion exacte, & où par conséquent un prolongement d'un côté ou un aggrandissement quelconque d'un angle donnera, par l'analogie de la formule, la différence précise qu'il aura causée sur les autres côtés ou angles du Triangle, & les

cas où une différentielle quelconque donnera avec le moins d'exactitude la variation qu'elle aura causée. Voici comment j'ai déterminé tout cela.

Fig. 5. Soit, pour la première analogie, le Triangle  $ABC$ , dans lequel le prolongement  $BD$  du côté  $AB$ , cause dans le côté  $BC$  une variation qu'on cherche.

1.<sup>o</sup> Il est évident que si  $BC$  est un arc de  $90^\circ$ , l'arc perpendiculaire  $Be$  coupera  $CD$ , de sorte que  $Ce$  sera aussi de  $90^\circ$ , & que  $eD$  sera exactement la variation demandée, quelque grand que soit  $BD$ ; & qu'enfin dans le Triangle rectangle  $BeD$ , on aura cette analogie exacte, le rayon est au sinus du prolongement  $BD$ , comme le sinus de  $DBe$ , complément de l'angle  $ABC$ , est au sinus de la variation  $De$ .

D'où on conclut que dans la 1.<sup>re</sup> formule, quelque finie ou quelque grande que soit la variation de  $AB$ , elle donnera exactement celle de  $BC$ , lorsque cet arc sera de  $90^\circ$ , quel que soit l'angle  $ABC$ .

2.<sup>o</sup> Mais si l'arc  $BC$  étant moindre que de  $90^\circ$ , l'angle  $ABC$  est droit, cette 1.<sup>re</sup> formule fait voir que  $BC$  est constant, quoique cela ne soit vrai que lorsque  $BD$  est réellement infiniment petit; car si  $BD$  est une quantité sensible, il est clair qu'ayant mené l'arc  $CD$ , & pris dessus  $Ce = CB$ , cette quantité différera sensiblement de  $CD$ , & que la différence  $De$  sera à la différence  $BD$ , comme le sinus de l'angle  $DBe$  au sinus de l'angle  $BeD$ , c'est-à-dire, comme le co-sinus de l'angle sur la base d'un Triangle isoscele  $B Ce$ , (dont les côtés égaux sont  $CB$ ,  $Ce$ , & dont l'angle au sommet est égal à la variation de l'angle  $ACB$ , causée par le prolongement  $BD$ , & trouvée par la 5.<sup>me</sup> formule) est à son sinus; ou, ce qui revient au même, la différentielle de  $AB$  est à la différentielle de  $BC$ , comme la tangente de l'angle sur la base de ce Triangle isoscele, est au rayon. Or l'angle sur la base d'un Triangle isoscele sphérique, dont l'angle au sommet est constant, est d'autant plus petit que les côtés égaux de ce Triangle sont petits; donc dans la 1.<sup>re</sup> formule l'angle  $ABC$  étant droit, la différence de  $BC$

fera d'autant plus grande, que BC sera un plus petit arc.

Fig. 5.

3.<sup>o</sup> Si le côté BC & l'angle ABC sont moindres que de  $90^{\circ}$ , alors la variation trouvée par la 1.<sup>re</sup> formule sera DE, qui est la partie d'un arc DP, menée du pôle P de l'extrémité B de l'arc BC, & déterminée par l'arc perpendiculaire BE, dont le pôle est aussi en P, au lieu que la véritable variation est  $De$ , partie de l'arc CD, déterminée par l'arc de grand Cercle  $Be$  qui forme le Triangle isoscele CBe. La variation trouvée est donc plus petite que la véritable, dans le rapport de DE à  $De$ . Or il est très-difficile de déterminer ce rapport en termes simples, parce que dans le changement du Triangle BED au Triangle  $BeD$ , il n'y a de constant que BD.

Cependant si à cause que DP est fort proche de DC, on suppose que la différence entre DE &  $De$  soit  $ed$ , & que le Triangle  $Dde$  soit rectangle en  $d$ , alors la seconde différence  $ed$  croîtra comme le sinus de l'angle  $eBd$  par rapport à  $Be$  pris pour rayon, c'est-à-dire, elle croîtra en même raison que le co-sinus de l'angle sur la base  $Be$  du Triangle isoscele CBe, comme je viens de le faire voir. Or le complément d'un angle sur la base d'un Triangle isoscele est d'autant plus grand, que les côtés de ce Triangle sont plus petits, l'angle au sommet étant constant; donc dans la 1.<sup>re</sup> formule le côté BC & l'angle ABC étant plus petits que de  $90^{\circ}$ , l'erreur de la variation de BC est d'autant plus grande que le côté BC est un plus petit arc, & que l'angle ABC approche plus d'être droit.

Voici donc ce qu'il faut faire pour construire une Table. Il faut chercher la plus grande Équation par les formules différentielles, calculer ensuite cette Équation par la Trigonométrie, & comparer les deux résultats pour en avoir la différence, qu'on pourra négliger si elle est insensible, & qui montrera qu'il faut suivre les voies indirectes ordinaires si elle est considérable.

Par exemple, voulant calculer la Table des Équations des hauteurs correspondantes, je trouve que le plus prompt

mouvement du Soleil en déclinaison est lorsqu'il est dans l'Équinoxe du Printemps, & qu'alors le plus grand angle du vertical & du cercle de déclinaison est dans le cercle de six heures. Suivant les Tables du Soleil, son mouvement en déclinaison depuis midi jusqu'à six heures du soir, est de  $5^{\circ} 55' 29''$ , & l'angle du vertical & du cercle de déclinaison est à Paris de  $41^{\circ} 9'$ ; j'en conclus par la 16.<sup>me</sup> formule, que l'Equation est de  $27^{\circ} 7''$ . Pour le vérifier, je résous un Triangle sphérique dont les trois côtés sont la distance du Pole au Zénith  $41^{\circ} 9' 0''$ , la distance du Soleil au Zénith  $90^{\circ} 0' 0''$ , & la distance du Soleil au Pole  $90^{\circ} 5' 55' 29''$ , & je trouve l'angle au Pole de  $89^{\circ} 53' 13'' 10''$ ; d'où je tire l'Equation de  $27^{\circ} 7'' \frac{1}{3}$ , précisément comme par l'autre manière.

## F O R M U L E S.

L'Angle A & son côté adjacent AC étant constants:

I.  $dAB : dBC :: R : Co-f. B :: T. B : S. B.$

*Remarques.* L'arc BC étant de 90 degrés, l'analogie est toujours exacte, quelque grandes que soient les différentielles de AB & de BC, pourvu qu'alors on fasse  $S. dAB : S. dBC :: R : Co-f. B$ .

Plus l'arc BC sera petit & l'angle ABC approchant du droit, moins l'analogie sera exacte.

Mais quand B sera droit, on aura exactement  $R : Co-f. BC :: Co-f. dAB : Co-f. CD$ .

Si le Triangle est rectangle en A, on pourra ainsi représenter la formule  $dAB : dBC :: R : Co-f. B :: Co-t. AB : Co-t. BC :: T. BC : T. AB$ .

II.  $dAB : dB :: T. BC : S. B :: T. BC \times S. BC : S. AC \times S. A.$

*Rem.* Plus l'angle B sera petit & l'arc BC approchant du droit, moins l'analogie sera exacte.

III.  $dAB : dC :: S. BC : S. B :: S.^2 BC : S. A \times S. AC$   
 $:: S. A \times S. AC : S.^2 B.$

*Rem.* Cette formule ne sera exacte que dans les mêmes circonstances de la première.

Quand l'angle B sera droit, on aura exactement  $R : S. BC :: Co-t. dAB : Co-t. dC$ , quelque grandes que soient les différentielles.

IV.



IV.  $dBC : dB :: T.BC : T.B :: Co-t.B : Co-t.BC.$ 

*Rem.* Cette formule sera toujours assés exacte, excepté dans le cas où B approchera d'être droit; & lorsqu'il le sera, pour avoir un rapport exact, il faudra faire  $S.(BC + dB C) : S.BC :: R : S.(B + dB).$

V.  $dBC : dC :: S.BC : T.B :: S.A \times S.AC : T.B \times S.B.$ 

*Rem.* Cette formule ne sera exacte que dans les conditions de la première, parce que son rapport en est composé.

Quand BC sera de 90 degrés, on aura exactement  $T.dBC : S.dC :: R : Co-t.B$ , quelque grandes que soient les différentielles BC ou C, & quel que soit l'angle B.

VI.  $dB : dC :: Co-f.BC : R :: S.BC : T.BC.$ 

*Rem.* L'angle B étant de 90 degrés, l'analogie est exacte, quelque grande que soit dC, pourvû qu'on fasse  $S.dB : S.dC :: Co-f.BC : R.$

Plus l'angle B sera petit & l'arc BC approchant du droit, moins le rapport sera exact.

L'angle A étant droit, la formule peut être exprimée de la sorte,  $dB : dC :: Co-f.BC : R :: Co-t.C : Tang.B :: Co-t.B : T.C.$

L'Angle A & son côté opposé BC étant constants.

VII.  $dAB : dAC :: Co-f.C : Co-f.B :: Co-f.AB \times S.AB$   
 $— Co-f.AC \times Co-f.BC \times S.AB : Co-f.AC \times S.AC$   
 $— Co-f.AB \times Co-f.BC \times S.AC.$

*Rem.* Cette formule sera d'autant plus exacte que BC sera plus grand; que les angles B, C, seront d'autant plus éloignés d'être droits que BC sera plus petit, à moins que AB n'approche fort d'être égal à AC.

VIII.  $dAB : dB :: R \times S.AB : T.C \times Co-f.AC :: T.AC$   
 $\times Co-f.C : R \times S.B :: T.AC \times Co-f.BC — S.AC$   
 $\times Co-f.AB : S.B \times S.AC \times S.AB :: T.AC$   
 $\times S.AB : T.C \times S.AC.$

*Rem.* Cette formule est d'autant moins exacte que la différentielle est plus grande, à cause de la complication des termes.

IX.  $dAB : dC :: T.AB : T.C :: Co-t.C : Co-t.AB.$ 

*Rem.* Plus AB & C approcheront de 90 degrés, plus il faudra que BC en approche, afin que la formule soit exacte.

*Mem.* 1741.

Kk

Quand B sera de 90 degr. on aura exactement  $Co-t. dAB : Co-t. dC$   
 $:: R : S. CB.$

Si le Triangle est rectangle en A, la formule deviendra  $dAB : dC$   
 $:: S. AC : R.$

$$X. dAC : dB :: T. AC : T. B :: Co-t. B : Co-t. AC.$$

*Rem.* Plus AC & B approcheront de 90 degrés, moins la formule sera exacte, à moins que AB n'approche aussi de 90 degrés.

Quand C sera de 90 deg. on aura exactement  $Co-t. dAC : Co-t. dB$   
 $:: R : S. AB.$

Le Triangle étant rectangle en A, la formule devient  $dAC : dB$   
 $:: S. AB : R.$

$$XI. dAC : dC :: R \times S. AC : T. B \times Co-f. AB :: T. AB \\ \times Co-f. B : R \times S. C.$$

*Rem.* La composition de ces termes ne rend les différentielles exactes qu'autant qu'elles sont petites.

$$XII. dB : dC :: Co-f. AC : Co-f. AB :: Co-f. B \times T. AB \\ \times S. BC + Co-f. BC : R.$$

*Rem.* Cette formule sera d'autant plus exacte que B sera plus grand, que les côtés BC & AB seront d'autant plus éloignés de 90 degrés que B sera plus petit, à moins que B n'approche fort d'être égal à C.

Les deux côtés AB, AC, étant constants.

$$XIII. dA : dB :: S. BC \times R : S. AC \times Co-f. C :: R \\ \times S. A : S. B \times Co-f. C :: S. BC \times T. C : S. AC \\ \times S. C :: T. C \times S. A : S. B \times S. C :: S. BC \times T. C \\ : S. B \times S. AB :: S. BC \times Sec. C : S. AC \times R \\ :: S.^2 BC : Co-f. AB - Co-f. AC \times Co-f. BC.$$

*Rem.* Dans cette analogie le rapport sera d'autant plus exact que AC & BC approcheront de 90 degrés.

$$XIV. dA : dC :: S. BC \times R : S. AB \times Co-f. B :: R \\ \times S. A : S. C \times Co-f. B :: S. BC \times T. B : S. AB \\ \times S. B :: T. B \times S. BC : S. AC \times S. C :: T. B$$

$$\times S. A : S. C \times S. B :: S.^2 BC : Co-f. AC \\ - Co-f. AB \times Co-f. BC.$$

*Rem.* Cette analogie sera d'autant plus exacte que AB & BC approcheront plus de 90 degrés.

$$XV. dA : dBC :: R \times R : S. AC \times S. C :: R \times R \\ : S. AB \times S. B :: Co-fec. C : S. AC.$$

Plus AC & BC approcheront de 90 deg. plus cette analogie sera exacte.

$$XVI. dB : dBC :: Co-t. C : S. BC :: R \times Co-f. C : S. A \\ \times S. AB :: R \times R : T. C \times S. BC :: Co-t. C \times S. B \\ : S. A \times S. AC :: Arc ABC \left( \frac{Co-t. AB}{S. ABC} - \frac{Co-t. BC}{T. ABC} \right) \\ : Arc 45^\circ 0'.$$

Plus AC & BC approcheront de 90 deg. plus cette analogie sera exacte.

$$XVII. dB : dC :: T. B : T. C :: Co-t. C : Co-t. B.$$

Cette analogie sera toujours assés exacte.

$$XVIII. dBC : dC :: S. BC : Co-t. B :: S. A \times S. AC \\ : Co-f. B \times R :: S. BC \times T. B : R \times R :: S. A \\ \times S. AB : Co-t. B \times S. C :: Arc ACB \left( \frac{Co-t. AC}{S. ACB} \right. \\ \left. - \frac{Co-t. BC}{T. ACB} \right) : Arc 45^\circ 0'.$$

Plus AB & BC approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

Deux Angles A, B, étant constants.

$$XIX. dAB : dAC :: R \times S. C : S. B \times Co-f. BC :: R \\ \times S. AB : S. AC \times Co-f. BC.$$

*Rem.* Plus B & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

$$XX. dAB : dBC :: R \times S. C : S. A \times Co-f. AC :: R \\ \times S. AB : S. BC \times Co-f. AC.$$

Plus A & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

Quand A sera droit, on aura  $dAB : dBC :: S. C : Co-f. AC.$

$$\text{XXI. } dAB : dC :: R \times R : S. B \times S. BC :: R \times R \\ : S. A \times S. AC :: Co\text{-}sec. BC : S. B :: Co\text{-}sec. AC : S. A.$$

*Rem.* Plus A & C approcheront de 90 deg. plus l'analogie sera exacte.  
A étant droit, on aura  $dAB : dC :: R : S. AC.$

$$\text{XXII. } dAC : dBC :: T. AC : T. BC :: Co\text{-}t. BC : Co\text{-}t. AC.$$

*Rem.* Cette analogie sera toujours exacte, tant que  $dAC, dBC$  pourront être supposées des lignes droites.

Quand le Triangle sera rectangle en A, on aura  $dAC : dBC :: Co\text{-}f. C : R.$

$$\text{XXIII. } dAC : dC :: Co\text{-}t. BC : S. C :: R \times Co\text{-}f. BC \\ : S. AB \times S. A.$$

Plus B & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

$$\text{XXIV. } dBC : dC :: Co\text{-}t. AC : S. C :: R \times Co\text{-}f. AC \\ : S. AB \times S. B.$$

Plus A & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.



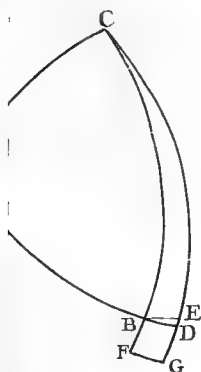


Fig. 2.

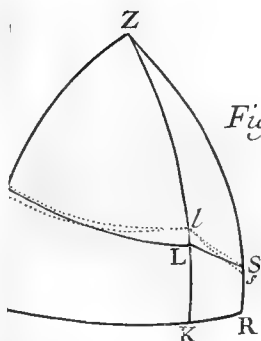
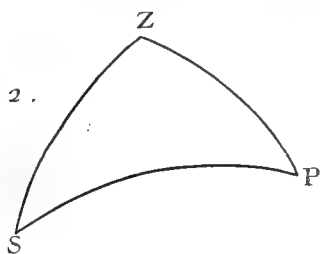


Fig. 3.

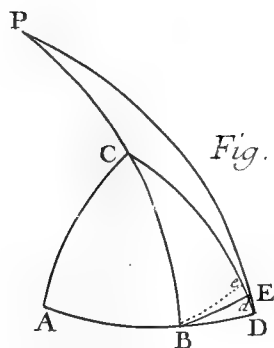


Fig. 5.

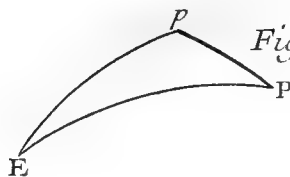
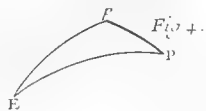
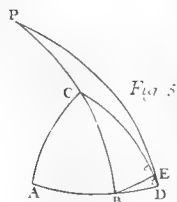
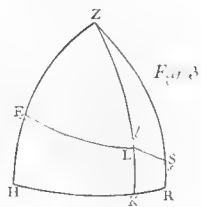
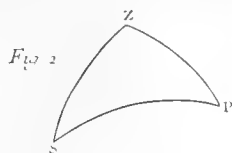
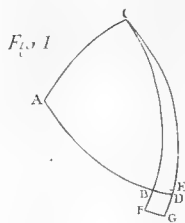


Fig. 4.



## SUR DES PIERRES DE FIEL SINGULIÈRES.

Par M. MORAND.

**I**L est très-ordinaire de trouver dans la Vésicule du Fiel des concrétions bilieuses en forme de Pierres, dont les variétés, quant au nombre, à la figure, à la couleur & au volume, ont été observées par les Anatomistes; mais il en est une espèce qui n'a, ce me semble, été décrite par personne, & qui m'a paru mériter de l'être.

Pour établir en quoi cette espèce particulière diffère des autres, il faut se rappeler qu'en général les pierres de Fiel sont faites d'une bile épaissie, durcie peu à peu, & appliquée par couches concentriques autour d'un noyau très-petit qui est fait de la même matière, avec cette différence que ce n'est qu'un assemblage de plusieurs grains diversement figurés.

Ce noyau environné de bile s'incruste insensiblement dans la Vésicule du Fiel, comme la plupart des Pierres urinaires dans la Vessie, & cette composition est démontrée par la coupe de ces deux sortes de pierres, chaque portion coupée donnant la facilité de compter les couches plus ou moins épaissies dont ces pierres sont formées, de la circonférence au centre occupé par le noyau. (*Voy. Planche 3. Fig. 6.*)

Les pierres urinaires ne sont pas toutes de même, plusieurs n'étant faites que de sables ammoncelés irrégulièrement, mais il paroît que les pierres de Fiel connues jusqu'à présent, gardent en général cette uniformité dans leur composition; celles que je vais décrire, & qui sont l'objet de ce Mémoire, sont différentes de l'espèce connue, & différentes même entr'elles. M. Geoffroy en a fait voir une à l'Académie, & j'en ai présenté une autre.

M. Geoffroy apporta dans une de nos Assemblées la moitié d'une pierre de Fiel coupée en deux, & qui, à en juger par la forme du morceau, étoit ronde & un peu oblongue; ce morceau (*Fig. 8.*) qui a onze lignes de diametre, donne la coupe intérieure de la pierre, & l'on voit qu'elle est faite de deux substances différentes; l'extérieure ou l'écorce, épaisse de deux lignes & demie, est composée de petits grains jaunâtres dont il y a deux couches distinctes, le centre ou noyau qui est fort petit, est fait de la même matière, mais entre le noyau & l'écorce est une autre substance d'une couleur de blanc-fale, luisante & arrangée par côtes posées debout, de façon que la surface large ou le dos de ces côtes regarde l'écorce, & que la partie mince ou le tranchant regarde le noyau.

A l'aspect de cette pierre je me ressouvins qu'en faisant l'ouverture d'un Cadavre, j'en avois trouvé une qui m'avoit surpris par son brillant, & dont toute la surface extérieure avoit la même couleur que celle de M. Geoffroy en dedans. Je l'avois conservé entière avec soin, je fus curieux de voir si la composition intérieure ne seroit pas la même que celle qui avoit été observée dans la substance luisante de la pierre que je viens de décrire, & je la coupai en deux.

Ma conjecture étoit juste, ma pierre (*Fig. 7.*) se trouva faite entièrement de cette substance arrangée par côtes depuis la circonférence jusqu'au centre, où elle est un peu obscurcie par quelques rayons de couleur brune; sans quoi, cette pierre qui est transparente à l'écorce, le seroit presque dans toute son épaisseur: elle est ronde, un peu applatie sur deux faces, & a 9 lignes  $\frac{1}{2}$  de diametre dans son grand axe.

L'observation que je donne, établit donc trois especes de pierres de Fiel différentes par leur composition; sçavoir, celles qui sont faites par couches à l'ordinaire (*Fig. 6.*) celles que j'appelle faites par côtes (*Fig. 7.*) & celles qui tiennent des deux premières, & où l'on distingue séparément des couches & des côtes (*Fig. 8.*)



Nous reconnoissons que ces trois espèces sont du même genre, c'est-à-dire, que ces trois sortes de pierres sont toutes faites de bile, & que comme telles elles sont susceptibles des expériences connues qui en établissent le caractère principal.

Mais si l'on veut expliquer la cause de la différence observée dans leur structure, on sera obligé de supposer que les parties qui entrent dans la composition de la bile, se décomposent quelquefois ; alors on en conclura assés naturellement que du différent assemblage des parties décomposées il doit résulter des concrétions différentes.

Les pierres de Fiel qui sont faites par côtes sont vraisemblablement les plus rares, & elles sont reconnoissables au brillant de leur surface, à leur transparence & à une sorte de ressemblance avec un morceau de blanc de Baleine un peu terne.

Il paroît au moins qu'on doit examiner de plus près celles qui se trouveront avoir ces marques, pour en découvrir la structure intérieure ; il faut aussi observer que le luisant de ces pierres diminue peu à peu, & peut-être se perd-il tout-à-fait avec le temps.

Ces pierres ayant un caractère extérieur qui les distingue, il semble qu'elles n'ont pas dû échapper aux Anatomistes, n'y ayant rien de si commun que de trouver des pierres de Fiel.

*Felix Platerus* en a apperçu, mais il a dit simplement qu'il avoit trouvé dans le Corps humain & dans les Animaux des pierres de Fiel brillantes, de couleur d'argent, & d'autres de couleur d'or : *In vesicula Fellis non solum in humano corpore, sed & in animalibus apprehendi calculos, nunc argenteo, nunc aureo colore splendentes.* *Observat. p. 894.*

Si l'on saisit l'idée naturelle qui se présente, en disant que la bile peut se vitrifier, on seroit disposé à croire que ceux qui l'ont dit, ont été frappés par le luisant, ou même le transparent qu'ils ont pu appercevoir dans quelques pierres de Fiel ; mais cela ne suffit pas pour établir l'espèce singulière

264 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
que j'ai décrite, & il me semble que l'analogie de la vitrification avec la formation de ces pierres n'est pas soutenable.

Si je n'entreprends point de l'expliquer, j'espère au moins que mon observation engagera les Anatomistes à couper toutes les pierres de Fiel qu'ils rencontreront, la plupart se contentant ordinairement de les garder entières comme des curiosités d'Histoire Naturelle.

Il y a même un grand nombre de variétés dans les pierres de l'espece commune, ou à noyau, qui n'ont pas été remarquées, & que je rassemble actuellement.

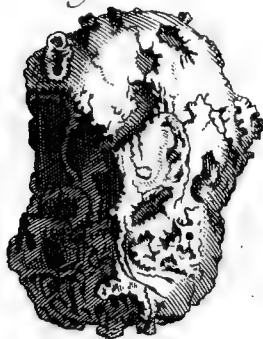


*EXTRAIT*

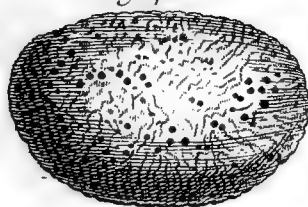
*Fig. 1.*



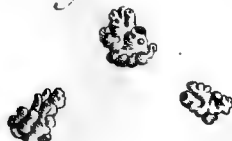
*Fig. 3.*



*Fig. 4.*



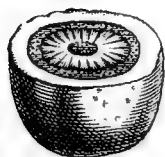
*Fig. 5.*



*Fig. 7.*



*Fig. 8.*



*Fig 1*



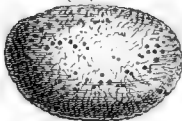
*Fig 2*



*Fig 3*



*Fig 4*



*Fig 5*



*Fig 6*



*Fig 7*



*Fig 8*



# EXTRAIT DES OBSERVATIONS ET OPERATIONS

*Qui ont été faites dans le bas Languedoc, pendant  
les mois de Mai & Juin de l'année 1740.*

Par M. PITOT.

DANS le bas Languedoc, entre Beaucaire, Aigues-mortes & Maugnio, il y a environ 30 mille arpents de marais qu'une Compagnie se propose de dessécher, & de faire des Canaux de Navigation depuis Beaucaire jusqu'à Aigues-mortes, & d'Aigues-mortes aux Salins de Pécais & à l'Étang de Maugnio.

24 Mars  
1741.

Le desséchement de ces marais paroît depuis long temps un objet si considérable, que depuis près de 300 ans il s'est présenté en différents temps & différentes époques, des Particuliers qui ont voulu l'entreprendre, mais ils ont été arrêtés par des obstacles & des inconvénients qu'il seroit trop long de rapporter ici.

La Compagnie qui se propose aujourd'hui de dessécher ces marais, trouve aussi de grands obstacles, tant par rapport à la sûreté des salins de Pécais où il y a actuellement un fonds de 52 millions de Sel pour les Fermes du Roi, que par rapport aux oppositions de l'Ordre de Malthe & d'un grand nombre de Seigneurs, de Villes & Communautés voisines de ces marais : cette affaire étant très-importante & très-considérable dans le Languedoc, il fut arrêté par une délibération des États de cette Province, du 12.<sup>me</sup> Janvier 1740, qu'il seroit fait une vérification, tant sur la possibilité dudit desséchement & des Canaux de Navigation proposés, que sur les risques pour les salins de Pécais, les oppositions & les craintes des Communautés, &c.

En conséquence de cette délibération, M. l'Archevêque

*Mem. 1741.*

LI

de Narbonne, comme Président-né des États de Languedoc, ayant bien voulu jeter les yeux sur moi, & me demander pour assister à cette vérification, je partis de Paris le 18 Avril 1740, pour me rendre à Montpellier, & de-là à Aigues-mortes.

Je ne rapporte ici que les principales remarques & observations que j'ai faites pendant le cours de la vérification.

Toute la côte de la Mer du bas Languedoc, principalement du côté d'Aigues-mortes, est un pays plat & bas, dont une grande partie est encore en étang, une autre partie en marais, & le reste en terres labourables ou terres cultes, très-basses, & par cette raison fort sujettes aux inondations. A la première inspection de ce pays, il m'a paru que ces terres labourables & ces marais n'ont été formés que par les dépôts des sables, des limons & créments des rivières du Rhône, du Vistre, du Vidourle, &c. Les dépôts presque continuels de ces rivières ont comblé & reculé les bords de la Mer. Tout le monde sçait que le Roi S.<sup>t</sup> Louis s'embarqua à Aigues-mortes pour la Terre-Sainte, l'an 1269; ce qui a fait penser que depuis ce temps la Mer s'étoit retirée & avoit baissé. Mais il est aisé de reconnoître & de voir évidemment que les sables & les limons entraînés par les rivières ont formé une nouvelle plage, distante de celle du temps de S.<sup>t</sup> Louis, de 3 à 4 mille toises; à cette nouvelle plage les vagues & l'agitation des hautes Mers ont amoncelé les sables & ont formé des dunes: on voit encore près d'Aigues-mortes les dunes de l'ancienne plage.

Presque tout l'espace que la Mer a laissé entre l'ancienne & la nouvelle plage, est resté d'abord en étang, tels sont les étangs d'Aigues-mortes, de Maignio, &c. les dépôts de sable & de limon des rivières, dans le temps de leurs grandes eaux, diminuent continuellement ces étangs, tant en étendue qu'en profondeur: les étangs d'Aigues-mortes n'ont guère qu'environ 3 pieds de profondeur, & l'étang de Maignio 3 ou 4 pieds.

Les parties comblées de ces étangs sont changées d'abord

en marais, & ces marais deviennent dans la suite des terres labourables ou des prairies. On ne trouve pas dans toutes ces terres la moindre petite pierre, ce qui est encore une preuve que ces terres ne sont que les limons & créments des rivières.

Il est très-important d'empêcher que ces limons & créments n'achevent de combler & d'atterrir les étangs d'Aigues-mortes, parce que les salins de Pécais situés au milieu de ces étangs, tirent, pour ainsi dire, toute leur nourriture pour les saunaisons ou formation des Sels, des eaux de ces étangs. On les distingue en plusieurs étangs particuliers, tels sont l'étang du Repausset, celui du Repos, de la Ville, du Roy, du Commun, des Planes, des Caïtives, de la Marette, &c. Il y a encore le Rhône mort de la Ville, & le Rhône mort de Saint-Roman, qui sont comme de grands & larges Canaux; il me paroît que ces Rhône morts sont deux anciennes embouchûres & brassières du Rhône, qu'on a nommées *Rhône morts*, parce que le Rhône a autrefois cessé de couler par ces endroits-là, les atterrissements ayant entièrement comblé leurs issues & communications avec la Mer. En effet, la plupart des fleuves & des rivières charient presque continuellement des sables & des terres, prolongent & combleront leurs embouchûres dans la Mer; leurs eaux trouvant ensuite plus de pente d'un autre côté, changent de lit & forment une nouvelle embouchûre. Tous ces étangs d'Aigues-mortes ne communiquent plus avec la Mer que par une ouverture de 25 toises de large, faite à la plage qu'on nomme le *Grau du Roi*, excepté les temps des plus hautes Mers, que les vents de Mer qui viennent du côté du Sud, qu'on nomme *vents marins*, soufflent avec violence; car dans ces temps orageux la Mer passe entre les dunes & en plusieurs endroits de la plage, & vient submerger, pour ainsi dire, les étangs qui sont hors des digues de l'enceinte & enclos de Pécais.

Comme la Mer Méditerranée n'a presque point de flux & reflux, on prétend que la plus grande hauteur où elle est élevée aux côtes du bas Languedoc par les vents marins,

n'est que de 3 pieds à 3 pieds  $\frac{1}{2}$ , ce que nous n'avons pas été à portée d'observer nous-mêmes.

L'enclos des salins de Pécais a environ 10 mille toises de circonférence, sçavoir, 9 mille toises de digues & environ mille toises de dunes qui servent de remparts & de digues; les digues ont depuis 5 jusqu'à 7 pieds de hauteur, & depuis 10 jusqu'à 15 pieds de couronnement, leur talus est à peu près égal à la hauteur.

Cet enclos renferme trois étangs, des Planes, du Roy & du Commun, avec tous les salins, excepté celui de Saint-Jean qui appartient à l'Ordre de Malthe.

Les eaux de ces étangs intérieurs servent aux saunaisons, & comme elles ne suffisent pas, l'on en tire des étangs extérieurs par des martelières, qui sont des ouvertures que l'on ouvre & ferme par des portes à coulisses.

Pour les saunaisons on fait passer une partie des eaux des étangs sur des partenemens ou terrain uni & aplani, où elles s'évaporent en partie, s'y préparent à l'ardeur du Soleil, & lorsqu'elles y sont devenues rougeâtres, ce qu'on appelle être en *rame*, on les élève par de petits puits à roue sur les tables des salins, l'évaporation s'acheve sur ces tables, le Sel s'y congele & s'y crystallise; on ramasse ce Sel pour le porter sur les entrepôts, & le mettre, comme on dit, en *camcle*, qui sont de grandes masses ou piles en forme de prisme triangulaire; on laisse le Sel ainsi en pile ou masse pendant six ou sept ans avant que d'y toucher pour le transporter dans les Greniers du Roy. On prétend que le Sel nouveau est trop piquant & trop âcre, & qu'il faut le laisser pendant tout ce temps en masse, où il perd cette trop grande âcreté.

Les Entrepôts de Sel, qu'on nomme aussi *Entrepôts de vente*, doivent être élevés d'une certaine hauteur au dessus des eaux des plus grandes inondations. On nous a assuré que ces hauteurs étoient déterminées par des Réglements & Ordonnances du Roy, elles sont cependant bien différentes les unes des autres. Nous en avons trouvé qui étoient élevés de 5 pieds ou environ au dessus du niveau des eaux des



étangs, & d'autres d'environ 2 pieds & demi seulement.

Dès que je vis en général la situation des étangs d'Aigues-mortes & de Pécais, leur communication des uns aux autres & avec la Mer, je jugeai que leurs niveaux devoient être à peu-près les mêmes que le niveau ordinaire de la Mer, ce que je vérifiai par des coups de niveau que je donnai de la surface de la Mer à celle des étangs, & de la surface des étangs des uns aux autres. En effet, les eaux de tous ces étangs se tiennent, pour ainsi dire, en équilibre entr'elles & avec celles de la Mer.

Cet équilibre ou ce niveau est souvent interrompu par les vents de terre ou de mer, par les eaux plus ou moins abondantes que la grande robine d'Aigues-mortes amène dans ces étangs, & par leurs communications étroites aux pêcheries & aux martelières.

Les eaux de la grande robine d'Aigues-mortes viennent ordinairement en partie de la rivière du Vidourle, par le canal de la Radelle, des eaux de la rivière du Vistre, & de celles du canal du Bourgidou ; c'est aussi par la grande robine que les eaux d'une partie des marais s'écoulent dans les étangs & à la Mer.

Comme il n'y a presque point de pente, les eaux de la grande robine coulent d'ordinaire fort lentement du côté de la Mer, elles sont quelquefois dormantes, & alors leur niveau est le même que le niveau de la Mer ; mais lorsque la Mer est élevée par les vents marins, la grande robine coule en sens contraire, les eaux de la Mer viennent à Aigues-mortes, d'où elles vont se répandre & inonder une grande partie des marais jusqu'à environ 15 mille toises de la Mer. Il y a un repaire contre une assise du pont d'Artois à Aigues-mortes, par le moyen duquel on voit à tout moment la hauteur des eaux au dessus du niveau ordinaire de la Mer.

Les différents marais qu'on se propose de dessécher, sont nommés marais supérieurs, marais inférieurs, marais de la Souterane, du Courtet, de Saint-Laurent, du Cailar, de Laloüa, de Lunel, &c. Les marais supérieurs commencent

à environ 5 mille toises au dessous de Beaucaire, & à 22 mille toises de la Mer; leur longueur est à peu-près de 6 mille 5 cens toises, leur largeur est fort inégale depuis 5 cens jusqu'à 3 mille toises.

Les marais inférieurs ont environ 6 mille toises de longueur, & 2 mille de largeur moyenne, la Souterane a près de 9 mille toises de long, & 7 à 8 cens de large.

C'est dans ces marais inférieurs qu'il y a de ces terres tremblantes qu'on nomme *Trantalieres* & *Levrans*, dans lesquelles on enfonce sans peine des perches de 15 à 20 pieds de long, & où l'on dit qu'il s'enfonce quelquefois des Bœufs qui disparoissent entièrement.

Ces marais ne produisent actuellement que des herbes palustres, des roseaux, des joncs, du bois tamarin & autres Plantes marécageuses; on y voit cependant quantité de Chevaux & de Bœufs qui s'y élèvent & nourrissent pendant toute l'année, Hiver & Été. Ces animaux errent par troupes çà & là dans les marais; les Bœufs sur-tout n'entrent jamais dans des étables, ils ont presque continuellement les pieds dans l'eau, & résistent à la piquûre des grosses Mouches & autres Insectes, dont la quantité est prodigieuse en Été. Ces Bœufs sont d'une espece particulière, noirs & sauvages; & quoiqu'il soit dangereux de les approcher, les fermiers & paysans ont cependant l'adresse de les ramener & assujettir à la charrie.

Nous avons nivelé la hauteur de la surface des eaux de ces marais au dessus du niveau ordinaire de la Mer, & la pente des rivières, avec un bon niveau de M. Huguens. Quoique ce niveau soit à double lunette, pour donner en même temps les coups de niveau de l'avant & de l'arrière, nous avons préféré de ne nous servir que d'une seule lunette, en renversant le niveau à chaque station. On ne peut se servir de deux lunettes qu'avec des attentions extrêmement pénibles & délicates, au lieu qu'avec une seule lunette on ne risque rien en prenant certaines précautions. La principale de ces précautions est de donner les coups de niveau de l'avant & de l'arrière à

distances parfaitement égales, car par ce moyen on sauve les erreurs causées par les réfractions, & on n'a pas besoin de corriger & réduire le niveau apparent au vrai niveau. Il y a plus, en mettant les points de mire, de l'arrière & de l'avant à des distances parfaitement égales, on sauve même l'erreur de l'instrument, supposé que l'axe prolongé de la lunette ne soit pas parfaitement dans la direction du niveau apparent; car la lunette restant dans sa même suspension, si son axe hausse ou baisse d'un côté, il haussera ou baissera de la même quantité de l'autre côté, à distance parfaitement égale. Nous avons donné, autant qu'il nous a été possible, chaque coup de niveau de 150 ou 200 toises de chaque côté, ainsi chaque station du niveau étoit de 3 ou de 400 toises.

Comme il n'y a pas de niveau plus parfait que celui de l'eau tranquille & dormante, je souhaitois de trouver les marais pleins d'eau, afin d'abréger considérablement les opérations du nivellement, en marquant des points ou repaires autour des bords de l'eau des marais. Heureusement une grande pluie presque continuelle depuis le 25 jusqu'au 28 Mai, causa une inondation; le 29 au matin je me rendis à la Tour Carbonnière à une demi-lieue d'Aigues-mortes, pour voir l'effet des eaux, leur cours ou chûte dans les marais: je vis que les eaux débordées de la rivière du Vidourle, venant des brèches du côté de Tamaniguière & de la Gaze du Roi, couloient sur les marais de Saint-Laurent; que la vitesse avec laquelle ces eaux passaient sous les 48 arches de la chaussée de Saint-Laurent, étoit de 3 à 4 pieds par seconde; après quoi ces mêmes eaux rencontrant celles de la rivière du Vistre, faisoient, pour ainsi dire, rebrousser chemin aux eaux du Vistre, en les refoulant avec elles dans les marais de la Souterrane, & se répandre sur une étendue de marais de plus de 4 lieues de longueur, tant que la vûe pouvoit porter, ce que j'observai encore l'après-midi du haut de la Tour de Constance à Aigues-mortes avec une bonne lunette.

Le lendemain 30 Mai les eaux avoient cessé de couler, elles étoient tranquilles & dormantes: dans cet état je jugeai

qu'elles étoient parfaitement de niveau, mais pour nous en convaincre, nous nivelames l'intervalle entre les eaux au pont d'Artois à Aigues-mortes, & celles des marais à la Tour Carbonnière; cet intervalle est de 1620 toises. Nous ne trouvames qu'une ligne de différence que les eaux du Bourgidou au pont d'Artois étoient au dessus de celles des marais à la Tour Carbonnière; en effet, les eaux ne coulant d'aucun côté, étoient ce jour-là dans une espece d'équilibre, & une ligne de différence n'est point sensible sur une si grande distance: or au moyen de notre repaire du pont d'Artois, qui marque la hauteur du niveau ordinaire de la Mer, nous reconnumes qu'au moment de notre nivellement les eaux étoient à ce Pont à 26 pouces au dessus du niveau de la Mer; donc le niveau des eaux des marais à la Tour Carbonnière étoit le même jour à 26 pouces au dessus du niveau ordinaire de la Mer.

La hauteur du niveau des eaux des marais au dessus de celui de la Mer étant ainsi connue; je partis le 31 Mai avec M. Dasté Ingénieur, & M. Daidé Conseiller à la Cour des Aides de Montpellier & Syndic des Propriétaires des Salins de Pécais, pour aller marquer des repaires autour des marais à Villard, Saint-Sebastien, Franquevaux, Espairan, &c.

Voici un autre moyen dont je me servis pour abréger les nivellements. Depuis l'écluse de Silveréal jusqu'à Aigues-mortes il y a plus de 10 mille toises de canaux, ou plutôt deux canaux qui communiquent ensemble, sçavoir, le canal de Silveréal & celui du Bourgidou. Je demandai de tenir l'écluse fermée un certain temps, pour rendre les eaux de ces canaux dormantes, & par conséquent de niveau, ce qui donnoit tout d'un coup le nivellement de plus de 10 mille toises d'intervalle; mais je n'ai fait aucun usage de ce nivellement, parce que les portes d'écluses laissoient échapper un peu d'eau; je n'en parle ici que comme d'un moyen dont on peut se servir utilement dans quelques autres occasions.

De tous nos nivellements, dont je n'expose ici qu'un petit abrégé, & des points de sonde des hauteurs ou profondeurs  
des

des eaux d'une grande partie des marais, nous avons trouvé le fond de ces marais différemment élevé au dessus du niveau ordinaire de la Mer; à quelques-uns cette hauteur au dessus du niveau de la Mer est de 6 ou 7 pieds, à d'autres de 2 ou 3 pieds, & à d'autres de quelques pouces seulement.

L'un des principaux objets de notre vérification a été celui de la rivière du Vidourle, tant par rapport à la sûreté des salins de Pécais, que par rapport à la possibilité du dessèchement des marais & aux risques d'inonder les terres des Communautés voisines de cette rivière, par l'exécution des ouvrages qu'on propose d'y faire. Cette rivière descend des montagnes des Cévennes du côté de Saint-Hippolyte, ses eaux se répandent dans les marais & les étangs. Dans le temps des grandes pluies elle amène un si grand volume d'eau, & avec tant de rapidité, qu'en sept ou huit heures de temps ces eaux s'élèvent quelquefois au pont de Lunel & au dessous jusqu'à Saint-Laurent, à plus de 20 pieds de hauteur au dessus du niveau de ses basses eaux ordinaires; & quoiqu'elle soit retenue dans son lit par des digues de 20 à 25 pieds de hauteur, elle inonde souvent les terroirs des Communautés de Lunel, Marcellargues & de Saint-Laurent. La raison de ces fréquentes inondations vient principalement de ce que le lit de cette rivière est trop étroit & trop étranglé, sa pente est fort inégale; dans certains endroits les eaux paroissent dormantes, & dans d'autres au contraire il y a des chûtes où les eaux descendent avec une très-grande vitesse: or comme les volumes d'eau sont par-tout en raison réciproque des vitesses, il s'ensuit que les eaux s'élèvent beaucoup dans les endroits qui ont le moins de pente.

On a proposé de jeter cette rivière dans l'étang de Mourgno, & d'élargir extrêmement son embouchûre, par plusieurs raisons importantes; 1.° pour qu'elle ne porte pas une trop grande quantité d'eau douce dans les étangs qui sont autour des salins de Pécais, ce qui seroit très-nuisible aux saunaisons ou formation des sels; 2.° pour que ces mêmes étangs ne soient pas comblés & atterris par la grande quantité de limons

& créments dont les eaux de cette rivière se chargent en descendant des montagnes; 3.<sup>o</sup> enfin pour éviter, en donnant une grande largeur à son lit vers son embouchûre, que ces eaux soutenues dans ces parties basses ne causent de plus fréquentes inondations aux terroirs des Communautés supérieures.

La rivière du Vistre n'est ni fort considérable ni fort à craindre; la fontaine de Nîmes est la principale source de cette rivière, presque toutes ses grandes eaux se répandent actuellement dans les marais.

Le Rhône a été regardé avec raison comme l'ennemi le plus redoutable des salins de Pécais, on en a ressenti une épreuve funeste en 1706, qu'une grande inondation de ce fleuve submergea presque tous les sels qui étoient sur les entrepôts de vente; mais depuis 1712 que le Rhône s'est fait une nouvelle embouchûre par le canal des Launes, ses grandes eaux ont si fort diminué, que l'on a presque oublié que ces inondations soient à craindre pour les salins; ses digues sont un peu trop négligées.

Pour connoître toute la pente du Rhône depuis Beaucaire jusqu'à Aigues-mortes & à la Mer, à cause du canal proposé de navigation, nous avons nivelé l'intervalle entre Aigues-mortes & Beaucaire, en marquant & constatant des marques ou repaires de distance en distance, dont les hauteurs relatives des uns aux autres nous ont fait connoître les hauteurs entre les repaires extrêmes. Au moyen de la différence de hauteur entre les repaires extrêmes, on peut connoître à tout moment la hauteur des eaux du Rhône à Beaucaire au dessus du niveau ordinaire de la Mer.

Les principaux repaires que nous avons constatés, sont ceux du pont d'Artois à Aigues-mortes, de la Tour Carbonnière, de la Tour Danglas, de Villard, de Saint-Sebastien, de Franquevaux, du pont d'Espairan, du pont de Saint-Gilles, du pont d'Arles près de Bellegarde, de la Tour de Maillane & du quai de Beaucaire.

La distance de Beaucaire à Aigues-mortes est de 23 mille toises; nous avons trouvé que la hauteur du couronnement

du quai de Beaucaire au dessus du point qui marque le niveau ordinaire de la Mer au pont d'Artois à Aigues-mortes, est de 24 pieds 8 pouces 6 lignes.

Plus les eaux d'un fleuve sont hautes, ou plus ce fleuve est enflé, & plus la pente de ses eaux jusqu'au niveau de la Mer est grande; ainsi lorsque l'on dit que la pente d'un fleuve, depuis un tel endroit jusqu'à la surface ou niveau de la Mer, est de tant, il faut sçavoir si l'on prend cette pente dans le temps des grandes, ou des moyennes, ou des basses eaux de ce fleuve.

La différence entre la hauteur des grandes & des basses eaux du Rhône à Beaucaire, est d'environ 16 pieds; cette différence étoit plus considérable avant l'ouverture du canal des Launes.

Ayant trouvé par notre nivellement que le couronnement du quai de Beaucaire étoit élevé au dessus du niveau de la Mer de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; lorsque les eaux du Rhône sont à cette hauteur à Beaucaire, leur pente jusqu'à la Mer est aussi de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; mais les basses eaux sont à environ 9 pieds au dessous du couronnement du même quai, & les grandes eaux à 6 ou 7 pieds au dessus; donc la pente du Rhône de Beaucaire à la Mer dans le temps des basses eaux, n'est que d'environ 15 pieds 8 pouces, & au contraire dans le temps des plus grandes eaux cette pente est d'environ 31 pieds.

Le Rhône n'a presque plus de pente vers ses embouchûres. On sçait que c'est le fleuve le plus rapide que nous ayons en France; mais il perd cette rapidité au dessous d'Arles, où ses eaux se divisant en deux & en trois branches, s'étendent & coulent à la Mer sur une pente presque insensible: or comme elles ne sont plus resserrées dans un lit trop étroit, elles ne s'élèvent pas beaucoup dans le temps des plus grandes eaux. Nous avons trouvé à l'écluse de Silveréal, que la différence entre les plus basses & les plus grandes eaux du petit Rhône n'étoit que de 6 pieds & demi, pendant que cette différence est à Beaucaire de 16 à 17 pieds.

Le lit du Rhône est trop ressiéré & étranglé entre Beaucaire & Tarascon, ce qui fait que ses eaux s'y élèvent beaucoup. Nous avons reconnu par notre nivellement, que la plus grande partie des 15 ou 16 pieds de pente que nous avons trouvée depuis le niveau de ces basses eaux à Beaucaire jusqu'à la Mer, se trouve depuis Beaucaire jusqu'à 2 ou 3 lieues au dessous; passé Arles le Rhône coule, comme nous avons dit, dans un pays plat & bas, qui vraisemblablement n'a été formé que par les dépôts & créments de ce fleuve.

En général, la pente du Rhône est fort inégale & son lit fort raboteux; il fait beaucoup de ravage le long de ses bords, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, dont il ronge & emporte les terres, ce qui fait dans la suite des temps changer son lit en quelques endroits: je lui ai vû emporter des espaces considérables de terre où il y avoit de beaux jardins. On se garantit en partie de ces ravages, en faisant des jettées de pierres qu'on nomme *palières* ou *épis*; ces palières ou épis en garantissant d'un côté, nuisent souvent d'un autre, en détournant le cours ou le fil de l'eau.

Pour juger des travaux nécessaires pour contenir & empêcher les ravages d'un fleuve rapide, tel que le Rhône, il faut joindre à beaucoup d'expérience beaucoup de connoissance de la théorie du mouvement des eaux; combien de fois n'a-t-on pas fait des travaux inutiles & même très-nuisibles? Combien de fois n'est-il pas arrivé des desordres & des dommages considérables que l'on auroit aisément évités par quelques petits ouvrages, en s'y prenant de bonne heure? Les ravages de l'eau sont presque aussi prompts que ceux du feu.

Lorsque le lit d'un fleuve est uni & égal, on voit couler ses eaux en nappe tranquille sans bouillonnements; mais lorsque le fond ou lit, & les bords sont raboteux, pleins de rocs, de pierres ou de cailloux, on voit par-tout des tourbillons d'eau, des bouillonnements & des courants irréguliers en tous sens; une partie des eaux étant détournée de leurs directions par les pierres & autres inégalités, il en résulte des



mouvements composés qui se succèdent les uns aux autres, & forment ces tourbillons & ces bouillonnements.

Si l'on ne voit des tourbillons & des bouillonnements que dans certains endroits seulement, on n'a qu'à faire sonder un peu au dessus de ces endroits, & l'on trouvera quelques grosses pierres, quelques troncs d'arbres ou autres inégalités.

Le Rhône, dans le temps de ses grandes eaux, coule avec tant de rapidité que ses eaux entraînent des cailloux que l'on voit & que l'on entend descendre & rouler sous les eaux; mais au dessous d'Arles, où, comme nous avons dit, le Rhône n'a presque plus de pente, ces cailloux disparaissent, on n'en voit pas un seul. On me dit dans le pays que personne n'avoit pu deviner ce que tous ces cailloux deviennent, ce qu'on auroit découvert aisément, pour peu qu'on eût voulu y faire attention. Tous ces cailloux s'arrêtent du côté d'Arles & de Fourques, où les eaux, faute de pente, n'ont plus la force de les entraîner, les premiers arrêtant & servant de barrière aux suivants; de sorte qu'il se forme bien-tôt en différents endroits des tas ou amas de ces cailloux, qui sont couverts par les sables & les limons que les eaux déposent. Ces amas de cailloux ainsi couverts de sable & limon, forment comme des atterrissements & de petites îles; en effet, en faisant sonder & fouiller à ces sortes d'atterrissements, on ne trouve que des cailloux dans le fond.

On fait encore une petite question, d'où vient qu'en certains endroits on ne trouve que du sable, & presque par-tout ailleurs du limon & de la terre? A quoi il est facile de répondre, que les grandes eaux étant d'abord chargées de sable & de limon, le sable, comme le plus pesant, se précipitoit & déposoit le premier; or les eaux en diminuant, laissent à sec & à découvert certains endroits où il n'y a encore que du sable de déposé.

La question de sçavoir s'il est plus avantageux de retenir les eaux d'un fleuve ou d'une rivière par des digues, ou au contraire de laisser ses bords libres & ses grandes eaux se répandre sur les terres, n'est pas si aisée à décider; car si d'un

côté les digues garantissent les terres d'être inondées, d'un autre côté elles sont cause fort souvent que les eaux s'élèvent plus haut, & si les eaux forcent malheureusement les digues & y font des brèches, leurs ravages sont bien plus considérables : les eaux passant avec rapidité & violence par ces brèches, creusent, emportent les premières terres qu'elles rencontrent, & y font quelquefois des tranchées profondes qui les dégradent. En ne diguant point une rivière, on profite encore des limons & créments que ces grandes eaux déposent sur les terres inondées, ce qui les engraisse & les fertilise extrêmement. En général, on ne peut décider cette question sans avoir égard aux circonstances & à la situation du pays; les digues peuvent être très-avantageuses dans certains endroits, pendant que dans d'autres il vaut beaucoup mieux n'en point avoir.

Le Rhône & les rivières du Vistre & du Vidourle n'ont point de digues dans leurs parties basses ni vers leurs embouchures; les inondations de ces rivières dans les marais, & celles des eaux de la Mer qui viennent par le Grau du Roi, sont très-salutaires aux environs d'Aigues-mortes, pour empêcher que l'air ne soit infecté par les eaux croupissantes & corrompues des marais, des fossés & des bords des étangs.

Nous avons dit que toutes les fois que les vents marins ou de Mer regnent, les eaux de la Mer entrent par le Grau du Roi, & viennent inonder les marais des environs d'Aigues-mortes, ce qui arrive en toute saison de l'année, au lieu que les inondations des rivières n'arrivent presque jamais en Été, temps auquel les eaux corrompues infectent l'air; mais depuis 12 à 15 ans que le Roi a ordonné de recreuser & d'ouvrir ce Grau, la corruption des eaux en Été & en Automne est infiniment moindre, & l'air par conséquent beaucoup moins mal-sain. On voyoit autrefois, c'est-à-dire, avant l'ouverture du Grau, les habitans d'Aigues-mortes & des environs avec un teint pâle & livide, les fièvres en faisoient périr un grand nombre.

Ce mauvais air causé par les eaux croupissantes & corrom-

pues, regne encore aujourd'hui du côté de Maignio, de Perol & jusqu'à Frontignan ; tout le long des étangs & des marais plusieurs villages sont presque déserts, ce qui vient en partie de ce que le canal des étangs interrompt la communication des eaux : les maux augmentent & se multiplient à mesure que le nombre des habitans diminue, parce que moins il y a d'hommes, & moins on travaille pour ouvrir & recreuser les fossés, pour donner de l'écoulement aux eaux croupissantes.

Je finis par une petite observation. Etant dans les marais de Laloüa, à 4 ou 500 toises de l'étang de Maignio & environ une lieue de la Mer, je vis sur la terre & sur les Plantes comme une espece de gelée blanche, il faisoit cependant très-chaud dans le mois de Juin après midi ; je trouvai que c'étoit du Sel marin très-vif & très-piquant, ce qui me fit penser que vraisemblablement ce Sel étoit monté à une petite hauteur avec les vapeurs qui s'élèvent des eaux de la Mer ou de l'étang, & que la pesanteur de ces particules ou parcelles de Sel les faisoit bien-tôt précipiter en forme de gelée blanche. Cette observation est connue, quelques Observateurs en ont parlé, ainsi je ne la rapporte que pour confirmer ce qui en a été dit.



## PROBLEMES DE DYNAMIQUE,

*Où l'on détermine les Trajectoires & les vitesses  
d'une infinité de Corps mis en mouvement autour  
d'un centre immobile.*

Par M. DE MONTIGNY.

## PROBLEME I.

11 Mars

1741.

Fig. 1.

**D**EUX masses données  $A$ ,  $M$ , sont attachées à une baguette inflexible & très-déliée  $A$ ,  $S$ ,  $M$ ; cette baguette enfile & remplit la capacité d'un petit anneau  $S$ , fixé sur un plan horizontal, l'anneau peut tourner sur son axe, & la baguette peut se mouvoir librement autour du centre immobile  $S$ , elle peut aussi couler à travers l'anneau, ses extrémités s'approchant & s'éloignant du point  $S$ ; cette baguette étant en repos sur le plan, on la met en mouvement autour du centre  $S$ , & l'on propose de déterminer les vitesses & les trajectoires des masses  $A$ ,  $M$ .

1. On suppose que le plan est parfaitement poli, que la baguette est assez déliée, & l'anneau assez mince pour que leur inertie devienne infiniment petite par rapport à celle des masses  $A$ ,  $M$ ; on donne les distances de ces masses, leurs vitesses initiales & la première position de la baguette lorsqu'elle est encore en repos.

2. La turbination de la baguette produit dans les masses  $A$ ,  $M$ , une force centrifuge avec laquelle elles tendent à s'éloigner du point  $S$ ; si ce centre est placé entre les deux masses, leurs forces centrifuges seront opposées; si elles sont égales, le point  $S$  de la baguette restera nécessairement en repos, & les masses  $A$ ,  $M$ , décriront des cercles autour de ce point.

3. Mais si la force centrifuge est plus grande du côté du

du point  $A$ , par exemple, ou si les deux masses sont de ce même côté, alors le point  $A$  de la baguette, accéléré par la différence ou par la somme des forces centrifuges, s'éloignera du point  $S$ . De ce mouvement & de la turbination de la baguette il résulte un mouvement composé, avec lequel les points  $A$ ,  $M$ , tracent les courbes  $\alpha AE$ ,  $\mu MR$ , dont on propose la détermination.

4. Il est visible qu'ayant déterminé la trajectoire & la vitesse d'un point quelconque de la baguette, on aura les vitesses & les trajectoires de tous les autres points.

J'emploie dans la solution de ce Probleme le principe de la conservation des Forces vives, principe généralement reçu des Géomètres, & dont ils ont fait tant d'heureuses applications.

5. SOLUTION. Soit  $\alpha\mu$  la première position de la baguette,  $\alpha$  le lieu d'où le corps  $A$  commence à se mouvoir avec la vitesse donnée ( $f$ ) dans la direction  $\alpha f$  perpendiculaire à la baguette; du point  $\alpha$ , du rayon  $S\alpha$ , que l'on décrive le cercle  $\alpha PX$ .

Soient  $Aa$ ,  $Mm$  les côtés contemporains des courbes que tracent actuellement les corps  $A$ ,  $M$ ;  $AM$ ,  $am$  deux positions de la baguette, infiniment proches. Ayant décrit du centre  $S$ , les petits arcs  $Ar$ ,  $ms$ ; j'appelle  $S\alpha$  ( $a$ ),  $\alpha\mu$  ou  $AM$  ( $m$ ),  $\alpha P$  ( $x$ ),  $SA$  ( $y$ ), on aura  $SM = m - y$ .

Soit ( $V$ ) la vitesse actuelle du corps  $A$  dans le côté  $Aa$ , ( $U$ ) la vitesse du corps  $M$  dans le côté  $Mm$ .

6. Aucune force étrangère n'agit sur la baguette lorsqu'elle est une fois en mouvement, ainsi la somme des Forces vives, c'est-à-dire, des produits de chaque masse par le carré de sa vitesse actuelle, est une quantité constante pendant tout le mouvement, ce qui donne

$$AV^2 + MU^2 = \text{Const.}$$

7. Je décompose la vitesse du corps  $A$  sur les directions  $Ar$ ,  $ra$ , & j'appelle ( $u$ ) sa vitesse angulaire dans le petit arc  $Ar$ ; ( $v$ ) sa vitesse dans le rayon vecteur, c'est-à-dire,

Fig. 1.

dans la petite ligne  $ra$ ; cette vitesse  $v$  est commune aux deux masses, & leurs vitesses angulaires sont comme leurs distances au centre du mouvement, ainsi la vitesse angulaire du corps  $M$ , est  $\frac{m-y}{y} u$ .

8. Comme les vitesses  $V, u, v$ , décrivent en même temps les trois côtés du Triangle rectangle  $Ara$ , elles sont entr'elles comme ces côtés, & l'on a  $V^2 = u^2 + v^2$ ;

on a de même  $U^2 = \left(\frac{m-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2$ .

9. Substituons ces valeurs dans l'Equation que nous a donnée la conservation des Forces vives, nous aurons

$$[Ay^2 + M(m-y)^2] \frac{u^2}{y^2} + (A+M)v^2 = \text{Const.}$$

10. Donc en prenant les différences

$$\left\{ [Ay^2 + M(m-y)^2] d\left(\frac{u^2}{y^2}\right) + 2 \frac{u^2}{y^2} [Ay - M(m-y)] dy + (A+M)v dv \right\} = 0.$$

11. La force qui accélère les masses  $A, M$ , dans la direction du rayon vecteur ou de la baguette, est l'excès de la force centrifuge du corps  $A$  sur celle du corps  $M$ , c'est-à-dire,

$$\frac{Au^2}{y} - \frac{M(m-y)}{y^2} u^2.$$

12. Cette force multipliée par le petit temps  $\left(\frac{dy}{v}\right)$ , & divisée par la somme des masses, fait l'incrément de la vitesse, ce qui donne

$$\frac{u^2}{y^2} [Ay - M(m-y)] dy = (A+M)v dv.$$

13. Et nous aurons, en substituant cette valeur de  $(A+M)v dv$  dans l'Equation différentielle qui précède,

$$[Ay^2 + M(m-y)^2] d\left(\frac{u^2}{y^2}\right) + 4 \frac{u^2}{y^2} [Ay - M(m-y)] dy = 0.$$

14. Si dans le premier terme de cette Equation l'on appelle  $X$  le premier facteur, & le second  $dZ$ , elle se réduit à cette forme,  $X dZ + 2 Z dX = 0$ ,

ou

$$\frac{2 dX}{X} = - \frac{dZ}{Z}.$$

15. D'où l'on tire en intégrant,

$$2 \log X = \log K - \log Z,$$

&amp; passant aux nombres,

$$X^2 = \frac{K}{Z}, \text{ ou } Z = \frac{K}{X^2};$$

c'est-à-dire,  $\frac{v^2}{y^2} = \frac{K}{X^2}.$ 

Donc 
$$u = \frac{Ky}{X} = \frac{Ky}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

16. Pour déterminer la constante  $K$ , on a cette condition à remplir,  $u = f$  lorsque  $y = a$ , ce qui donne

$$K = \frac{f}{a} [Aa^2 + M(m-a)^2].$$

17. On a donc la vitesse angulaire,

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2},$$

18. A présent il est aisé de déterminer la vitesse dans le rayon vecteur, au moyen de l'Equation que nous avons eue (*art. 9.*) entre  $u$  &  $v$ . Si l'on substitue dans cette Equation l'expression de la vitesse angulaire, on aura

$$(A + M) v^2 = C - \frac{f^2}{a^2} \times \frac{[Aa^2 + M(m-a)^2]^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

19. On a supposé que le corps  $A$  au commencement du mouvement partoît du point  $a$  dans la direction  $af$ , perpendiculaire à la baguette; qu'ainsi la vitesse  $v$  étoit nulle lorsque  $y$  étoit  $= a$ , cette condition détermine la constante,

$$C = \frac{f^2}{a^2} \times [Aa^2 + M(m-a)^2],$$

qui, substituée dans l'Equation précédente, donnera la vitesse dans le rayon vecteur,

$$v = \frac{f}{a} \sqrt{\left( \frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A + M} \right) \left[ 1 - \left( \frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2} \right) \right]}.$$

N n ij

Fig. I.

20. Soit au point  $F$  le centre des Forces vives<sup>a</sup> lorsque la baguette est sur  $\alpha\mu$ ; au point  $\phi$  le centre des Forces vives lorsqu'elle est sur  $AM$ . Soit  $SF = F$ ,  $S\phi = \phi$ , on aura, suivant le Théoreme<sup>b</sup> donné par M. Daniel Bernoulli au 2.<sup>d</sup> volume des Mém. de l'Acad. de Péterbourg, page 208<sup>c</sup>,

$$F = \sqrt{\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}}$$

$$\phi = \sqrt{\frac{Ay^2 + M(m-y)^2}{A+M}}.$$

21. Ainsi la vitesse angulaire,  $u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\phi^2}$ ,

& la vitesse dans le rayon vecteur,  $v = \frac{f}{a} F \sqrt{1 - \frac{F^2}{\phi^2}}$ .

22. Substituant ces valeurs dans les Equations que nous avons eues (*art. 8.*) entre les vitesses, on aura les vitesses des corps  $A$ ,  $M$ , dans les courbes  $\alpha AE$ ,  $\mu MR$ ,

$$V = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\phi} \sqrt{\left(\frac{F^2}{\phi^2} y^2 + \phi^2 - F^2\right)}$$

$$U = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\phi} \sqrt{\left[\frac{F^2}{\phi^2} (m-y)^2 + \phi^2 - F^2\right]}.$$

23. Le petit temps  $dt = \frac{dy}{v}$ , on aura donc le temps que le corps  $A$  emploie à parcourir l'arc  $\alpha A$ ,

$$t = \int \frac{a\phi dy}{fF\sqrt{\phi^2 - F^2}} + \text{Const.}$$

24. Les petites lignes  $Ar$ ,  $ra$ , sont comme les vitesses qui les décrivent en même temps,  $Ar = \frac{ydx}{a}$ ; ainsi

<sup>a</sup> Dans un système de corps qui tournent ensemble autour d'un point fixe, on appelle le centre des Forces vives, un point où la somme des masses étant appliquée, & la vitesse du système restant la même, les Forces vives se sont conservées.

<sup>b</sup> La distance du centre des Forces

vives au centre du mouvement, est moyenne proportionnelle entre les distances du centre du mouvement aux centres de gravité & d'oscillation.

<sup>c</sup> De mutua relatione centri virium, centri gravitatis & centri oscillationis, Demonstrationes Geometricæ.



$$\frac{y dx}{a} : dy :: u : v.$$

Fig. 1.

$$\text{Donc } dx = \frac{a n dy}{v y}, \text{ ou } dx = \frac{a F dy}{\phi \sqrt{(\phi^2 - F^2)}}.$$

Cette Équation exprime la nature de la courbe  $aAE$ , elle est réduite aux quadratures, la variable  $\phi$  n'étant composée que de  $y$  & de constantes.

## REMARQUES.

Soit que l'on fasse  $y = 0$ , ou  $y = \infty$  dans l'expression de la vitesse angulaire (art. 15.)

$$u = \frac{Ay^2 + M(m-y)^2}{Ky}.$$

Elle devient nulle dans l'un & l'autre cas; ainsi pendant que le corps  $A$  s'éloigne du centre, sa vitesse angulaire augmente jusqu'à un certain point au-delà duquel elle commence à diminuer.

Pour trouver le lieu de son *maximum*, on aura par les méthodes ordinaires,

$$du = d\left(\frac{Ky}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right) = 0.$$

Ce qui donne, en différenciant & divisant par  $Kdy$ ,

$$Ay^2 + M(m-y)^2 = 2Ay^2 - 2My(m-y).$$

$$\text{D'où l'on tire } y = m \sqrt{\frac{M}{A+M}}.$$

La vitesse angulaire étant nulle lorsque  $y$  devient infini, la seule vitesse qui reste à la baguette, est dans la direction du rayon vecteur; que l'on fasse  $y = \infty$  dans l'expression de cette vitesse (art. 19.)

$$v = \frac{f}{a} \sqrt{\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}} \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right)\right]},$$

elle devient  $v = \frac{f}{a} \sqrt{\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}}$ , égale à la vitesse angulaire du centre des Forces vives au commencement du mouvement.

Fig. 1. Et si l'on fait  $dv = 0$ , on aura

$$d \left( \frac{-1}{Ay^2 + M(m-y)^2} \right) = 0,$$

ou  $2[Ay - M(m-y)] dy = 0.$

D'où l'on tire  $y = \frac{Mm}{A+M}$ , qui donne le point où la vitesse dans le rayon vecteur, est un *maximum*; alors le centre de gravité des deux masses passe au centre du mouvement.

## PROBLEME II.

*Solution générale du Probleme précédent.*

Fig. 2. Plusieurs masses  $A, B, C, M, N$ , &c. quel que soit leur nombre, étant attachées à la baguette, & mises en mouvement autour du point  $S$ , on demande leurs vitesses & leurs trajectoires.

1. Tout étant préparé comme pour la solution du Probleme précédent, j'appelle  $AB(b)$ ,  $AC(c)$ ,  $AM(m)$ ,  $AN(n)$ , &c.

On aura  $SB = y - b$ ,  $SC = y - c$ , &c.  $SM = m - y$ ,  $SN = n - y$ , &c.

Soit  $(P)$  la vitesse actuelle du corps  $A$  dans le côté  $Aa$ ,  $(Q)$  la vitesse de  $B$ ,  $(R)$  la vitesse de  $C$ ,  $(S)$  la vitesse de  $M$ ,  $(T)$  la vitesse de  $N$ , &c.

2. La conservation des Forces vives donne cette Equation  
 $AP^2 + BQ^2 + CR^2 + MS^2 + NT^2 + \&c. = \text{Const.}$

3. Soit  $(u)$  la vitesse angulaire du corps  $A$ ,  $(v)$  la vitesse dans le rayon vecteur, commune à toutes les masses  $A, B, C, M, N$ , &c. Les vitesses angulaires sont comme les distances au centre, celle du corps  $B$  est  $\frac{y-b}{y} u$ , celle de  $C$ ,  $\frac{y-c}{y} u$ , & la vitesse angulaire de  $M$ ,  $\frac{m-y}{y} u$ ; celle de  $N$ ,  $\frac{n-y}{y} u$ , &c.

4. On aura donc  $P^2 = u^2 + v^2$ ,

$$Q^2 = \left(\frac{y-b}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$R^2 = \left(\frac{y-c}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$S^2 = \left(\frac{m-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2,$$

$$T^2 = \left(\frac{n-y}{y}\right)^2 u^2 + v^2, \&c.$$

5. Substituant toutes ces valeurs dans l'Equation précédente, on aura

$$Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c. \left] \frac{u^2}{y^2} \right\} + (A+B+C+M+N+\&c.) v^2 = C.$$

6. Donc en prenant les différences

$$Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c. \left] d\left(\frac{u^2}{y^2}\right) \right\} + 2 \frac{u^2}{y^2} [Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \&c.] dy + 2(A+B+C+M+N+\&c.) v dv = 0.$$

7. La baguette est accélérée dans la direction  $ra$  par la différence des Forces centrifuges, que l'on suppose être plus grandes du côté du point  $A$ , que du côté du point  $M$ .

Cela posé, la force accélératrice est

$$\frac{Au^2}{y^2} + B \frac{y-b}{y^2} u^2 + C \frac{y-c}{y^2} u^2 - M \frac{m-y}{y^2} u^2 - N \frac{n-y}{y^2} u^2 - \&c.$$

On aura donc

$$\frac{u^2}{y^2} [Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \&c.] dy = (A+B+\&c.) v dv.$$

8. Substituons cette valeur de  $(A+B+C+\&c.)v dv$  dans l'Equation différentielle qui précède, elle devient

$$Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c. \left] d\left(\frac{u^2}{y^2}\right) \right\} + 4 \frac{u^2}{y^2} [Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \&c.] dy = 0,$$

Fig. 2.

9. Cette Equation s'integre par Logarithmes, & l'on en tire

$$u = \frac{Ky}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

10. On détermine la constante  $K$ , en exprimant cette condition, que la vitesse  $u = f$  lorsque  $y = a$ , elle donne

$$K = \frac{f}{a} [Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.]$$

11. Ainsi la vitesse angulaire

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + N(n-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

12. Cette valeur étant substituée dans l'Equation entre les vitesses  $u$  &  $v$  à l'article 5 de ce Probleme, on aura

$$\begin{aligned} \text{Conf.} &= \frac{f^2}{a^2} \left[ \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.} \right]^2 \\ &= (A + B + C + \&c.) v^2. \end{aligned}$$

13. Pour déterminer ici la constante, il faut sçavoir ce qu'étoit la vitesse  $v$  au commencement du mouvement, elle dépend de l'impulsion que l'on donne à la baguette. Si la baguette est frappée par le côté, c'est-à-dire, en un point quelconque entre ses extrémités, quelle que soit la direction du coup, les masses  $A$ ,  $B$ ,  $M$ , &c. sortiront du repos dans des directions perpendiculaires à la baguette, & la vitesse  $v$  sera nulle. Mais en frappant une des extrémités de la baguette, on peut, outre le mouvement de turbination, lui donner une vitesse initiale dans sa propre direction. Soit  $(g)$  cette vitesse, & nous aurons  $v = g$  lorsque  $y = a$ ; cette condition remplie, on trouve

$$\begin{aligned} \text{Conf.} &= (A + B + C + \&c.) g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times [Aa^2 + B \\ &\quad (a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.] \end{aligned}$$

14. Et par conséquent la vitesse dans le rayon vecteur,

$$v = \bar{V} \left[ g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.} \left( 1 - \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + \&c.} \right) \right]$$

15. Soient

15. Soient aux points  $F$  &  $\Phi$  les centres des Forces vives  $SF = F$ ,  $S\Phi = \Phi$ , on aura

$$F = \sqrt{\frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-n)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}},$$

$$\Phi = \sqrt{\frac{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}}.$$

16. Et les expressions des vitesses se réduiront à celles-ci,

La vitesse angulaire . . . .  $u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\phi^2},$

La vitesse dans le ray. vect.  $v = \sqrt{g^2 + \frac{f^2}{a^2} F^2 (1 - \frac{F^2}{\phi^2})}.$

17. Que l'on remplisse avec ces valeurs les Equations de l'article 4, & l'on aura les vitesses actuelles des masses  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $M$ , &c.

$$P = \sqrt{\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} y^2 + \Phi^2 - F^2) + g^2}.$$

$$Q = \sqrt{\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} (y-b)^2 + \Phi^2 - F^2) + g^2}.$$

$$R = \sqrt{\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\frac{F^2}{\phi^2} (y-c)^2 + \Phi^2 - F^2) + g^2}.$$

$$S = \&c.$$

18. L'élément du temps  $dt = \frac{dy}{v}$ , & par conséquent

$$t = \int \frac{dy}{\sqrt{\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\phi^2 - F^2) + g^2}} + Const.$$

19. Les vitesses  $u$  &  $v$  décrivent en même temps les petites lignes  $Ar$ ,  $ra$ , elles sont donc entr'elles comme ces lignes, & l'on a  $dx = \frac{audy}{vy}$ ,

$$\text{ou } dx = \frac{F^2 f dy}{\phi^2 \sqrt{\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\phi^2} (\phi^2 - F^2) + g^2}}$$

On connoît par cette dernière Equation la nature de  
Mem. 1741. O o

Fig. 2. la courbe  $aAE$ , & le Probleme est résolu dans sa plus grande généralité.

## R E M A R Q U E S.

Dans ce Probleme, comme dans le précédent, la vitesse angulaire du corps  $A$  devient infiniment petite lorsque ce corps est au centre du mouvement & lorsqu'il en est infiniment éloigné. Pour déterminer entre ces deux points extrêmes le lieu du *maximum*, on aura

$$d \frac{Ky}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.} = 0,$$

c'est-à-dire, en prenant les différences, & divisant par  $Kdy$ ,

$$\begin{aligned} Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c. \\ = 2 [Ay^2 + By(y-b) + Cy(y-c) + My(m-y) \\ + Ny(n-y) + \&c.] \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} By^2 - 2Bby + Bb^2 &= Ay^2 + 2By^2 - 2Bby. \\ + Cy^2 - 2Ccy + Cc^2 &+ 2Cy^2 - 2Ccy. \\ + My^2 - 2Mmy + Mm^2 &+ 2My^2 - 2Mmy. \\ + Ny^2 - 2Nny + Nn^2 &+ 2Ny^2 - 2Nny. \\ + \&c. &+ \&c. \end{aligned}$$

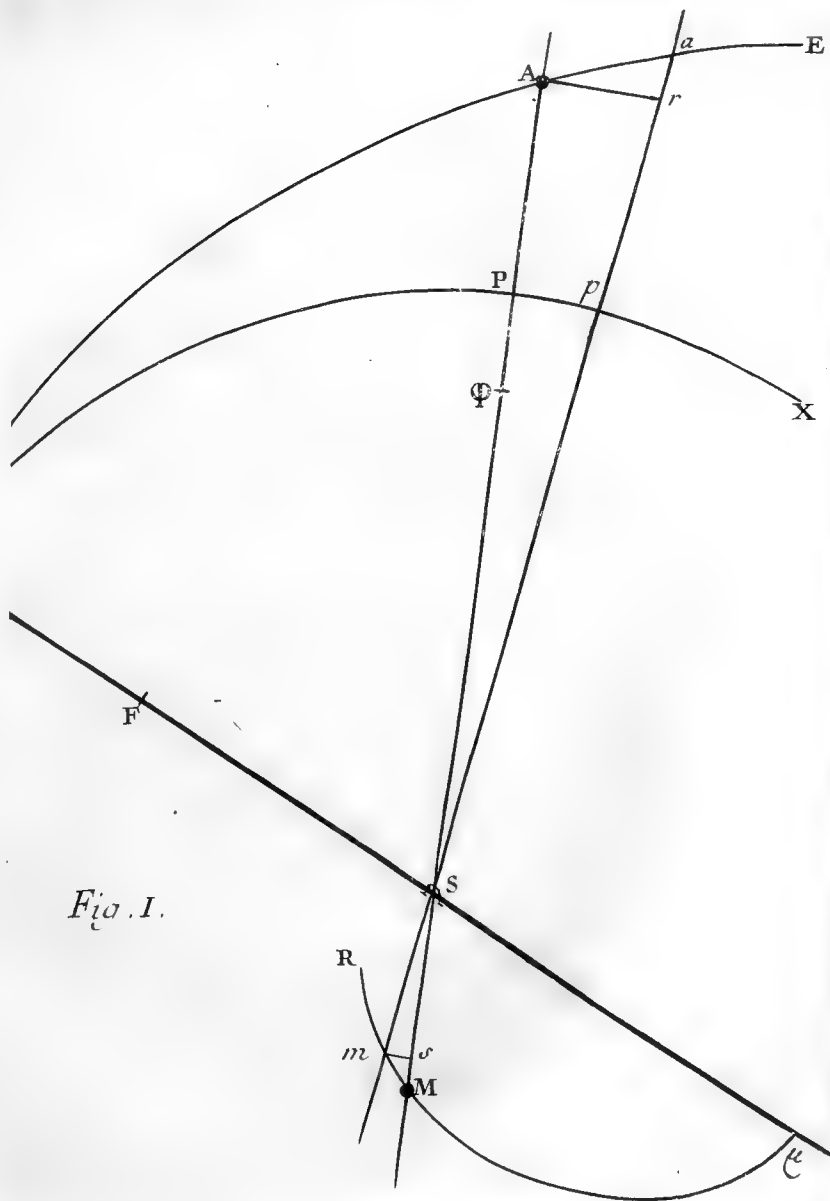
D'où l'on tire

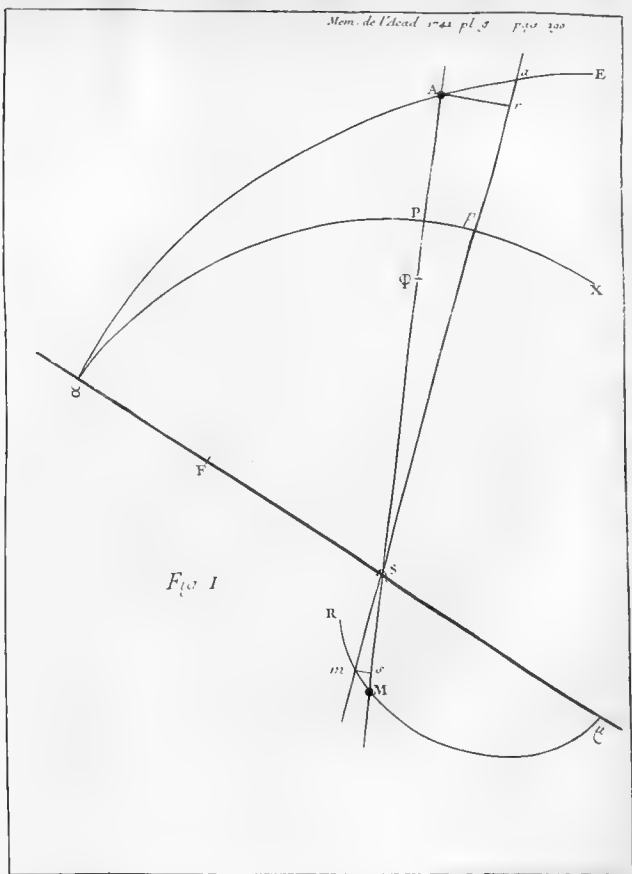
$$y = \sqrt{\frac{Bb^2 + Cc^2 + Mm^2 + Nn^2 + \&c.}{A + B + C + M + N + \&c.}}.$$

Lorsque  $y = \infty$ , la vitesse dans le rayon vecteur, la seule qui reste à toutes les masses, devient égale à la vitesse initiale du centre des Forces vives,

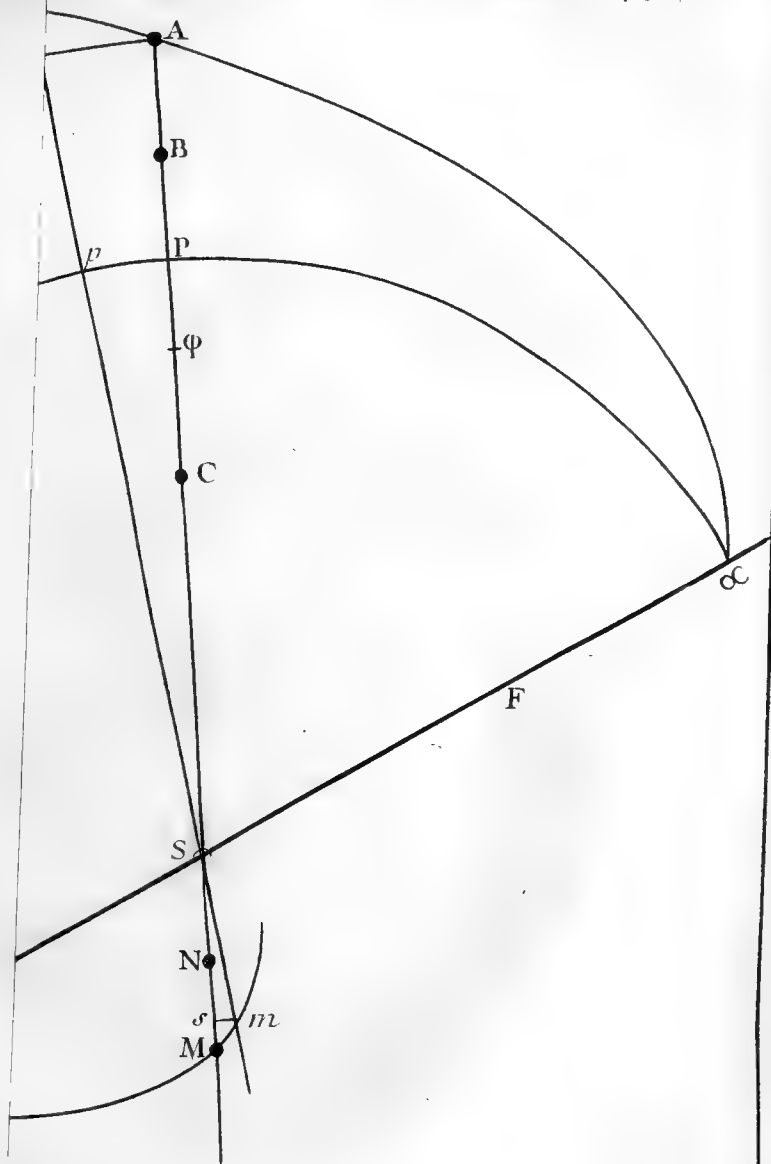
$$v = \sqrt{g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}}.$$

Par l'Equation suivante on déterminera le lieu de la baguette lorsqu'elle s'éloigne du centre avec une plus grande











vitesse, c'est-à-dire, le point où la vitesse dans le rayon Fig. 2. vecteur atteint son *maximum*,

$$d\left(\frac{-1}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}\right) = 0.$$

D'où l'on tire en divisant par  $2 dy$ ,

$$Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \&c. = 0.$$

$$\text{Donc } y = \frac{Bb + Cc + Mm + Nn + \&c.}{A + B + C + M + N + \&c.}.$$

Et l'on voit que la vitesse des masses, pour s'éloigner du centre de leur mouvement, ne peut jamais être plus grande qu'au moment où elles circulent autour de leur commun centre d'inertie.



# E X P E R I E N C E S S U R L A F O R C E D U B O I S .

## *Second Mémoire.*

Par M. DE BUFFON.

**J**E passe maintenant au détail de mes expériences dont le Mémoire précédent qui a été lû à la rentrée publique de l'Académie, ne donne qu'une idée assez imparfaite; & pour mettre de l'ordre dans les différentes parties que j'ai à traiter, je vais commencer par les expériences que j'ai été obligé de faire préliminairement & avant celles de la Force du Bois.

J'ai d'abord recherché quels étoient la densité & le poids du bois de Chêne dans les différents âges, quelle proportion il y a entre la pesanteur du bois qui occupe le centre, & la pesanteur du bois de la circonférence, & encore entre la pesanteur du bois parfait & celle de l'aubier, &c. M. du Hamel m'a dit qu'il avoit fait des expériences à ce sujet; l'attention scrupuleuse avec laquelle les miennes ont été faites, me donne lieu de croire qu'elles se trouveront d'accord avec les siennes.

Le 31 Mars 1734, j'ai fait tirer un bloc du pied d'un Chêne abattu le même jour, & ayant posé la pointe d'un compas au centre des cercles annuels, j'ai décrit une circonférence de cercle autour de ce centre, & ensuite ayant posé la pointe du compas au milieu de l'épaisseur de l'aubier, j'ai décrit un pareil cercle dans l'aubier; j'ai fait ensuite tirer de ce bloc deux petits cylindres, l'un de cœur de Chêne, & l'autre d'aubier, & les ayant posés dans les bassins d'une bonne balance hydrostatique, & qui penchoit sensiblement à un quart de grain, je les ai ajustés en diminuant peu à peu le plus pesant des deux, & lorsqu'ils m'ont paru parfaitement

en équilibre, je les ai pesés, ils pesoient également chacun 371 grains; les ayant ensuite pesés séparément dans l'eau, où je ne fis que les plonger un moment, je trouvai que le morceau de cœur perdit dans l'eau 317 grains, & le morceau d'aubier 344 des mêmes grains. Le peu de temps qu'ils demeurèrent dans l'eau, rendit insensible la différence de leur augmentation de volume par l'imbibition de l'eau, qui est très-différente dans le cœur du Chêne & dans l'aubier.

Le même jour j'ai fait faire deux autres cylindres, l'un de cœur & l'autre d'aubier de Chêne, tirés d'un autre bloc pris dans un arbre à peu-près de même âge que le premier & à la même hauteur de terre, ces deux cylindres pesoient chacun 1978 grains; le morceau de cœur de Chêne perdit dans l'eau 1635 grains, & le morceau d'aubier 1784. En comparant cette expérience avec la première, on trouve que le cœur de Chêne ne perd dans cette seconde expérience, que 307 ou environ sur 371, au lieu de  $317\frac{1}{2}$ ; & de même, que l'aubier ne perd sur 371 grains, que 330 au lieu de 344, ce qui est à peu-près la même proportion entre le cœur & l'aubier: la différence réelle ne vient que de la densité différente tant du cœur que de l'aubier du second arbre, dont le bois en général étoit plus solide & plus dur que le bois du premier.

Trois jours après j'ai pris dans un des morceaux d'un autre Chêne abattu le même jour que les précédents, trois cylindres, l'un au centre de l'arbre, l'autre à la circonférence du cœur, & le troisième à l'aubier, qui pesoient tous trois 975 grains dans l'air, & les ayant pesés dans l'eau, le bois du centre perdit 873 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 906, & l'aubier 938 grains. En comparant cette troisième expérience avec les deux précédentes, on trouve que 371 grains du cœur du premier Chêne perdant  $317\frac{1}{2}$  grains, 371 grains du cœur du second Chêne auroient dû perdre 307 grains à peu-près, & 371 grains du cœur du troisième Chêne auroient dû perdre 332 grains à peu-près; & de même, que 371 grains d'aubier du premier

Chêne perdant 344 grains, 371 grains de l'aubier du second Chêne auroient dû perdre 330 grains, & 371 grains de l'aubier du troisième Chêne auroient dû perdre 356 grains, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de la première proportion, la différence réelle de la perte tant du cœur que de l'aubier de ce troisième Chêne venant de ce que son bois étoit plus léger & un peu plus sec que celui des deux autres. Prenant donc la mesure moyenne entre ces trois différents bois de Chêne, on trouve que 371 grains de cœur perdent dans l'eau 319 grains  $\frac{1}{3}$  de leur poids, & que 371 grains d'aubier perdent 343 grains de leur poids; donc le volume du cœur de Chêne est au volume de l'aubier comme  $319 \frac{1}{3} : 343$ , & les masses comme  $343 : 319 \frac{1}{3}$ , ce qui fait environ un quinzième pour la différence entre les poids du cœur & de l'aubier.

J'avois choisi pour faire cette troisième expérience un morceau de bois dont les couches ligneuses m'avoient paru assez égales dans leur épaisseur, & j'enlevai mes trois cylindres de telle façon que le centre de mon cylindre du milieu qui étoit pris à la circonférence du cœur, étoit également éloigné du centre de l'arbre où j'avois enlevé mon premier cylindre de cœur, & du centre du cylindre d'aubier; par-là j'ai reconnu que la pesanteur du bois décroît à peu-près en progression arithmétique; car la perte du cylindre du centre étant 873, & celle du cylindre d'aubier étant 938, on trouvera en prenant la moitié de la somme de ces deux nombres, que le bois de la circonférence du cœur doit perdre  $905 \frac{1}{2}$ , & par l'expérience je trouve qu'il a perdu 906; ainsi le bois depuis le centre jusqu'à la dernière circonférence de l'aubier, diminue de densité en progression arithmétique.

Je me suis assuré par des épreuves semblables à celles que je viens de donner, de la diminution de pesanteur du bois dans sa longueur; le bois du pied d'un arbre pèse plus que le bois du tronc au milieu de sa hauteur, & celui de ce milieu pèse plus que le bois du sommet, & cela à peu-près

en progression arithmétique tant que l'arbre prend de l'accroissement ; mais il vient un temps où le bois du centre & celui de la circonférence du cœur pesent à peu-près également , & c'est le temps auquel le bois est dans sa perfection.

Les expériences ci-dessus ont été faites sur des arbres de soixante ans, qui croissoient encore tant en hauteur qu'en grosseur ; & les ayant répétées sur des arbres de quarante-six ans, & encore sur des arbres de trente-trois ans, j'ai toujours trouvé que le bois du centre à la circonférence, & du pied de l'arbre au sommet diminueoit de pesanteur à peu-près en progression arithmétique.

Mais comme je viens de l'indiquer, dès que les arbres cessent de croître, cette proportion commence à varier. J'ai pris dans le tronc d'un arbre d'environ cent ans trois cylindres, comme dans les épreuves précédentes, qui tous trois pesoient 2004 grains dans l'air ; celui du centre perdit dans l'eau 1713 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 1718 grains, & celui de l'aubier 1779 grains.

Par une seconde épreuve j'ai trouvé que de trois autres cylindres pris dans le tronc d'un autre arbre d'environ cent dix ans, & qui pesoient dans l'air 1122 grains, celui du centre perdit 1010 grains dans l'eau, celui de la circonférence du cœur 997 grains, & celui de l'aubier 1023 grains. Cette expérience prouve que le cœur n'étoit plus la partie la plus solide de l'arbre, & elle prouve en même temps que l'aubier est plus pesant & plus solide que celui des jeunes arbres.

J'avoue que dans les différents climats, dans les différents terrains, & même dans le même terrain, cela varie prodigieusement, & qu'on peut trouver des arbres situés assés heureusement pour prendre encore de l'accroissement en hauteur à l'âge de cent cinquante ans ; ceux-ci font une exception à la règle, mais en général il est constant que le bois augmente de pesanteur jusqu'à un certain âge dans la proportion que nous avons établie ; qu'après cet âge le bois

des différentes parties de l'arbre devient à peu-près d'égale pesanteur, & c'est alors qu'il est dans sa perfection; & enfin que sur son déclin le centre de l'arbre venant à s'obstruer, le bois du cœur se sèche faute de nourriture suffisante, il devient plus léger que le bois de la circonférence, & cela à proportion de la profondeur, & de la différence du terrain & du nombre des circonstances qui peuvent prolonger ou raccourcir le temps de l'accroissement des arbres.

Ayant reconnu par les expériences précédentes la différence de la densité du bois dans les différents âges & dans les différents états où il se trouve avant que d'arriver à sa perfection, j'ai cherché quelle étoit la différence de sa force, aussi dans les mêmes différents âges; & pour cela j'ai fait tirer du centre de plusieurs arbres, tous de même âge, c'est-à-dire, d'environ soixante ans, plusieurs barreaux de 3 pieds de longueur sur un pouce d'équarrissage, entre lesquels j'en ai choisi quatre qui étoient les plus parfaits, ils pesoient

1. <sup>er</sup>	2. <sup>d</sup>	3. <sup>e</sup>	4. <sup>e</sup> barreau.
onces	onces	onces	onces
26 $\frac{3}{32}$ ,	26 $\frac{18}{32}$ ,	26 $\frac{16}{32}$ ,	26 $\frac{15}{32}$ .

Ils ont rompu sous la charge de

301 <sup>liv.</sup> ,	289 <sup>liv.</sup> ,	272 <sup>liv.</sup> ,	272 <sup>liv.</sup> .
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Ensuite j'ai pris plusieurs morceaux du bois de la circonférence du cœur, de même longueur & de même équarrissage, c'est-à-dire, de 3 pieds sur un pouce, entre lesquels j'en ai choisi quatre des plus parfaits, ils pesoient

1. <sup>er</sup>	2. <sup>d</sup>	3. <sup>e</sup>	4. <sup>e</sup>
onces	onces	onces	onces
25 $\frac{26}{32}$ ,	25 $\frac{20}{32}$ ,	25 $\frac{14}{32}$ ,	25 $\frac{11}{32}$ .

Ils ont rompu sous la charge de

262 <sup>liv.</sup> ,	258 <sup>liv.</sup> ,	255 <sup>liv.</sup> ,	253 <sup>liv.</sup> .
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Et de même ayant pris quatre morceaux d'aubier, ils pesoient

1.<sup>er</sup>



1. <sup>er</sup>	2. <sup>d</sup>	3. <sup>e</sup>	4. <sup>e</sup> barreau.
onces	onces	onces	onces
25 $\frac{5}{32}$ ,	24 $\frac{31}{32}$ ,	24 $\frac{26}{32}$ ,	24 $\frac{24}{32}$ .

Ils ont rompu sous la charge de

248 <sup>liv.</sup> ,	242 <sup>liv.</sup> ,	241 <sup>liv.</sup> ,	250 <sup>liv.</sup> .
-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Ces épreuves me firent soupçonner que la force du bois pourroit bien être proportionnelle à sa pesanteur, ce qui s'est trouvé vrai, comme on le verra par la suite de ce Mémoire. J'ai répété les mêmes expériences sur des barreaux de deux pieds, sur d'autres de 18 pouces de longueur & d'un pouce d'équarrissage. Voici le résultat de ces expériences.

*Barreaux de deux pieds.*

	1. <sup>er</sup>	2. <sup>d</sup>	3. <sup>e</sup>	4. <sup>e</sup>
	<i>Poids.</i>			
	onces	onces	onces	onces
Centre...	17 $\frac{2}{32}$ ,	16 $\frac{31}{32}$ ,	16 $\frac{24}{32}$ ,	16 $\frac{21}{32}$ .
Circonfér.	15 $\frac{28}{32}$ ,	15 $\frac{21}{32}$ ,	15 $\frac{17}{32}$ ,	15 $\frac{16}{32}$ .
Aubier...	14 $\frac{27}{32}$ ,	14 $\frac{26}{32}$ ,	14 $\frac{24}{32}$ ,	14 $\frac{22}{32}$ .

*Il faut remarquer que comme l'arbre étoit assés gros, le bois de la circonférence étoit beaucoup plus éloigné du bois du centre que de celui de l'aubier.*

*Charges.*

Centre...	439 <sup>liv.</sup> ,	428 <sup>liv.</sup> ,	415 <sup>liv.</sup> ,	405 <sup>liv.</sup> .
Circonfér.	356,	350,	346,	346.
Aubier...	340,	334,	325,	316.

*Barreaux de dix-huit pouces.*

1.<sup>er</sup>      2.<sup>d</sup>      3.<sup>e</sup>      4.<sup>e</sup>

*Poids.*

	onces	onces	onces	onces
Centre...	13 $\frac{10}{32}$ ,	13 $\frac{6}{32}$ ,	13 $\frac{4}{32}$ ,	13.
Circonfér.	12 $\frac{16}{32}$ ,	12 $\frac{13}{32}$ ,	12 $\frac{8}{32}$ ,	12 $\frac{4}{32}$ .
Aubier...	11 $\frac{27}{32}$ ,	11 $\frac{23}{32}$ ,	11 $\frac{18}{32}$ ,	11 $\frac{16}{32}$ .

*Charges.*

Centre...	488 <sup>liv.</sup> ,	486 <sup>liv.</sup> ,	478 <sup>liv.</sup> ,	477 <sup>liv.</sup> .
Circonfér.	460,	451,	443,	441.
Aubier...	439,	438,	428,	428.

*Barreaux d'un pied.*

1.<sup>er</sup>      2.<sup>d</sup>      3.<sup>e</sup>      4.<sup>e</sup>

*Poids.*

	onces	onces	onces	onces
Centre...	8 $\frac{19}{32}$ ,	8 $\frac{19}{32}$ ,	8 $\frac{16}{32}$ ,	8 $\frac{15}{32}$ .
Circonfér.	8 $\frac{1}{32}$ ,	7 $\frac{22}{32}$ ,	7 $\frac{20}{32}$ ,	7 $\frac{20}{32}$ .
Aubier...	7 $\frac{10}{32}$ ,	7 $\frac{2}{32}$ ,	7,	6 $\frac{28}{32}$ .

*Charges.*

Centre...	764 <sup>liv.</sup> ,	761 <sup>liv.</sup> ,	750 <sup>liv.</sup> ,	751 <sup>liv.</sup> .
Circonfér.	721,	700,	693,	698.
Aubier...	668,	652,	651,	643.

En comparant toutes ces expériences, on voit que la force du bois ne suit pas bien exactement la même proportion

que la pesanteur ; mais on voit toujours que cette pesanteur diminue, comme dans les premières expériences, du centre à la circonférence. On ne doit pas s'étonner de ce que ces expériences ne sont pas suffisantes pour juger exactement de la force du bois ; car les barreaux tirés du centre de l'arbre sont autrement composés que les barreaux de la circonférence ou de l'aubier, & je ne fus pas long-temps sans m'appercevoir que cette différence dans la position, tant des couches ligneuses, que des cloisons qui les unissent, devoit influer beaucoup sur la résistance du bois.

J'examinai donc avec plus d'attention la forme & la situation des couches ligneuses dans les différents barreaux tirés des différentes parties du tronc de l'arbre ; je vis que les barreaux tirés du centre contenoient dans le milieu un cylindre de bois rond, & qu'ils n'étoient tranchés qu'aux arêtes ; je vis que ceux de la circonférence du cœur formoient des plans presque paralleles entr'eux avec une courbure assés sensible, & que ceux de l'aubier étoient presque absolument paralleles avec une courbure insensible. J'observai de plus que le nombre des couches ligneuses varioit très-considérablement dans les différents barreaux, de sorte qu'il y en avoit qui ne contenoient que 7 couches ligneuses, & d'autres en contenoient 14 dans la même épaisseur d'un pouce. Je m'apperçus aussi que la position de ces couches ligneuses, & le sens où elles se trouvoient lorsqu'on faisoit rompre le barreau, devoient encore faire varier leur résistance, & je cherchai les moyens de connoître au juste la proportion de cette variation.

J'ai fait tirer d'un même pied d'arbre, à la circonférence du cœur, deux barreaux de trois pieds de longueur sur un pouce & demi d'équarrissage, chacun de ces deux barreaux contenoit 14 couches ligneuses presque paralleles entr'elles. Le premier pesoit 3 liv. 2 onc.  $\frac{1}{8}$ , & le second 3 liv. 2 onc.  $\frac{1}{2}$ . J'ai fait rompre ces deux barreaux, en les posant de façon que dans le premier les couches ligneuses se trouvoient posées horizontalement, & dans le second elles étoient

situées verticalement. Je prévoyois que cette dernière position devoit être avantageuse; & en effet le premier rompit sous la charge de 832 liv. & le second ne rompit que sous celle de 972 livres.

J'ai de même fait tirer plusieurs petits barreaux d'un ponce d'équarrissage sur un pied de longueur; l'un de ces barreaux qui pesoit 7 onc.  $\frac{3}{2}$ , & contenoit 12 couches ligneuses posées horizontalement, a rompu sous 784 livres; l'autre qui pesoit 8 onces, & contenoit aussi 12 couches ligneuses posées verticalement, n'a rompu que sous 860 livres.

De deux autres pareils barreaux dont le premier pesoit 7 onces  $\frac{1}{2}$ , & contenoit 8 couches ligneuses, & le second 7 onces  $\frac{1}{2}$ , & contenoit aussi 8 couches ligneuses, le premier dont les couches ligneuses étoient posées horizontalement, a rompu sous 778 livres, & l'autre dont les couches étoient posées verticalement, a rompu sous 828 livres.

J'ai de même fait tirer des barreaux de deux pieds de longueur sur un ponce & demi d'équarrissage. L'un de ces barreaux qui pesoit 2 livres 7 onces  $\frac{1}{6}$ , & contenoit 12 couches ligneuses posées horizontalement, a rompu sous 1217 livres, & l'autre qui pesoit 2 livres 7 onces  $\frac{1}{8}$ , & qui contenoit aussi 12 couches ligneuses, a rompu sous 1294 livres.

Toutes ces expériences concourent à prouver qu'un barreau ou une solive résiste bien davantage lorsque les couches ligneuses qui le composent, sont situées perpendiculairement; elles prouvent aussi que plus il y a de couches ligneuses dans les barreaux qu'on compare, & plus la différence de la force de ces barreaux dans les deux positions opposées est considérable. Mais comme je n'étois pas encore pleinement satisfait à cet égard, j'ai fait ces expériences sur des planches mises les unes contre les autres, & je les rapporterai dans la suite, ne voulant point interrompre ici l'ordre des temps de mon travail, parce qu'il me paroît plus naturel de donner les choses comme on les a faites.

Les expériences précédentes ont servi à me guider pour celles qui doivent suivre ; elles m'ont appris qu'il y a une différence considérable entre la pesanteur & la force du bois dans un même arbre, selon que ce bois est pris au centre ou à la circonférence de l'arbre ; elles m'ont fait voir que la situation des couches ligneuses faisoit varier la résistance de la même pièce de bois. Elles m'ont encore appris que le nombre des couches ligneuses influe sur la force du bois ; & dès-lors j'ai reconnu que les expériences qui ont été faites jusqu'à présent sur cette matière, sont insuffisantes pour déterminer la force du bois ; car toutes ces expériences ont été faites sur de petites pièces d'un pouce ou un pouce & demi d'équarrissage, & on a fondé sur ces expériences le calcul des Tables qu'on nous a données pour la résistance des poutres, solives & pièces de toute grosseur & longueur, sans avoir fait aucune des remarques que nous avons énoncées ci-dessus.

Après ces premières connoissances de la force du bois, qui ne sont encore que des notions assez peu complètes, j'ai cherché à en acquérir de plus précises ; j'ai voulu m'assurer d'abord si de deux morceaux de bois de même longueur & de même figure, mais dont le premier étoit double du second pour la grosseur, le premier avoit une résistance double, & pour cela j'ai choisi plusieurs morceaux de bois pris dans les mêmes arbres & à la même distance du centre, ayant le même nombre d'années, situés de la même façon, avec toutes les circonstances nécessaires pour établir une juste comparaison.

J'ai pris à la même distance du centre d'un arbre quatre morceaux de bois parfait, chacun de 2 pouces d'équarrissage sur 18 pouces de longueur, ces quatre morceaux ont rompu sous 3226, 3062, 2983 & 2890 livres, c'est-à-dire, sous la charge moyenne de 3040 livres. J'ai de même pris quatre morceaux de 17 lignes, foibles d'équarrissage, sur la même longueur, ce qui fait à très-peu près la moitié de grosseur des quatre premiers morceaux, & j'ai trouvé qu'ils

ont rompu sous 1304, 1274, 1231, 1198 livres, c'est-à-dire, au pied moyen, sous 1252 liv. & de même j'ai pris quatre morceaux d'un pouce d'équarrissage sur la même longueur de 18 pouces, ce qui fait le quart de grosseur des premiers, & j'ai trouvé qu'ils ont rompu sous 526, 517, 500, 496 livres, c'est-à-dire, au pied moyen, sous 510 livres. Cette expérience fait voir que la force d'une pièce n'est pas proportionnelle à la grosseur, car ces grosseurs étant 1, 2, 4, les charges devroient être 510, 1020, 2040, au lieu qu'elles sont en effet 510, 1252, 3040, ce qui est fort différent, comme l'avoient déjà remarqué tous les Auteurs qui ont écrit sur la résistance des Solides.

J'ai pris de même plusieurs barreaux d'un pied, de 18 pouces, de 2 pieds & de 3 pieds de longueur, pour reconnoître si les barreaux d'un pied porteroient une fois autant que ceux de 2 pieds, & pour m'assurer si la résistance des pièces diminue justement dans la même raison que leur longueur augmente. Les barreaux d'un pied supportèrent au pied moyen 765 livres, ceux de 18 pouces 500 livres, ceux de 2 pieds 369 livres, & ceux de 3 pieds 230 livres. Cette expérience me laissa dans le doute, parce que les charges n'étoient pas fort différentes de ce qu'elles devoient être; car au lieu de 765, 500, 369 & 230, la règle du levier demandoit 765, 510, 382  $\frac{1}{2}$  & 255 livres, ce qui ne s'éloigne pas assés pour pouvoir conclurre que la résistance des pièces de bois ne diminue pas en même raison que leur longueur augmente; mais d'un autre côté cela s'éloigne assés pour qu'on suspende son jugement, & en effet on verra par la suite que l'on a ici raison de douter.

J'ai ensuite cherché quelle étoit la force du bois en supposant la pièce inégale dans ses dimensions, par exemple, en la supposant d'un pouce d'épaisseur sur un pouce  $\frac{1}{2}$  de largeur, & en la plaçant sur l'une & ensuite sur l'autre de ces dimensions, & pour cela j'ai fait faire quatre barreaux d'aubier de 18 pouces de longueur sur 1 pouce  $\frac{1}{2}$  d'une face, & sur 1 pouce de l'autre face; ces quatre barreaux posés

sur la face d'un ponce ont supporté au pied moyen 723 liv. & quatre autres barreaux tout semblables posés sur la face d'un ponce  $\frac{1}{2}$  ont supporté au pied moyen 935 livres  $\frac{1}{2}$ . Quatre barreaux de bois parfait posés sur la face d'un ponce ont supporté au pied moyen 775, & sur la face d'un ponce  $\frac{1}{2}$  998 livres. Il faut toujours se souvenir que dans ces expériences j'avois soin de choisir des morceaux de bois à peu près de même pesanteur, qui contenoient le même nombre de couches ligneuses posées du même sens.

Avec toutes ces précautions & toute l'attention que je donnois à mon travail, j'avois souvent peine à me satisfaire; je m'appercevois quelquefois d'irrégularités & de variations qui dérangoient les conséquences que je voulois tirer de mes expériences; & j'en ai plus de mille rapportées sur un registre, que j'ai faites à plusieurs desseins, dont cependant je n'ai pu rien tirer, & qui m'ont laissé dans une incertitude manifeste à bien des égards. Comme toutes ces expériences se faisoient avec des morceaux de bois d'un ponce, d'un ponce  $\frac{1}{2}$  ou de 2 pouces d'équarrissage, il falloit une attention très-scrupuleuse dans le choix du bois, une égalité presque parfaite dans la pesanteur, le même nombre dans les couches ligneuses, & outre cela il y avoit un inconvénient presque inévitable, c'étoit l'obliquité de la direction des fibres, qui souvent rendoit les morceaux de bois tranchés les uns d'une couche, les autres d'une demi-couche, ce qui diminueoit considérablement la force du bois; je ne parle pas des nœuds, des défauts du bois, de la direction trop oblique des couches ligneuses, on sent bien que tous ces morceaux étoient rejettés sans se donner la peine de les mettre à l'épreuve; enfin de ce grand nombre d'expériences que j'ai faites sur de petits morceaux, je n'en ai pu tirer rien d'assuré que les résultats que j'ai donnés ci-dessus, & je n'ai pas cru devoir hasarder d'en tirer des conséquences générales pour faire des Tables sur la résistance du bois.

Ces considérations & les regrets des peines perdues me déterminèrent à entreprendre de faire les expériences en

grand; je voyois clairement la difficulté de l'entreprise, mais je ne pouvois me résoudre à l'abandonner, & heureusement j'ai été beaucoup plus satisfait que je ne l'espérois d'abord.

I.<sup>re</sup>  
Expérience.

Le 3 Mars 1740, j'ai fait abattre un Chêne de 3 pieds de circonférence, & d'environ 25 pieds de hauteur, il étoit droit & sans branches jusqu'à la hauteur de 15 à 16 pieds; je l'ai fait scier à 14 pieds, afin d'éviter les défauts du bois causés par l'éruption des branches, & ensuite j'ai fait scier par le milieu cette pièce de 14 pieds, cela m'a donné deux pièces de 7 pieds chacune; je les ai fait équarrir le lendemain par des Charpentiers, & le sur-lendemain je les ai fait travailler à la varlope par des Menuisiers, pour les réduire toutes deux à quatre pouces juste d'équarrissage; ces deux pièces étoient fort saines & sans aucun nœud apparent; celle qui provenoit du pied de l'arbre pesoit 60 livres, celle qui venoit du dessus du tronc pesoit 56 livres; on employa à charger la première 29 minutes de temps, elle plia dans son milieu de 3 pouces  $\frac{1}{2}$  avant que d'éclater; à l'instant que la pièce eut éclaté, on discontinua de la charger; elle continua d'éclater & de faire beaucoup de bruit pendant 22 minutes, elle baissa dans son milieu de 4 pouces  $\frac{1}{2}$ , & rompit sous la charge de 5350 livres. La seconde pièce, c'est-à-dire, celle qui provenoit de la partie supérieure du tronc, fut chargée en 22 minutes, elle plia dans son milieu de 4 pouces 6 lignes avant que d'éclater, alors on cessa de la charger; elle continua d'éclater pendant 8 minutes, & elle baissa dans son milieu de 6 pouces 6 lignes, & rompit sous la charge de 5275 livres.

II.<sup>de</sup>  
Expérience.

Le 7 Mars 1740, dans le même terrain où j'avois fait couper l'arbre qui m'a servi à l'expérience précédente, j'en ai fait abattre un autre presque semblable au premier, il étoit seulement un peu plus élevé, quoiqu'un peu moins gros, sa tige étoit assés droite, mais elle laissoit paroître plusieurs petites branches de la grosseur d'un doigt dans la partie supérieure, & à la hauteur de 17 pieds elle se divisoit en deux grosses branches; j'ai fait tirer de cet arbre deux  
solives



folives de 8 pieds de longueur sur 4 pouces d'équarrissage, & je les ai fait rompre deux jours après, c'est-à-dire, immédiatement après qu'on les eut travaillées & réduites à la juste mesure; la première folive qui provenoit du pied de l'arbre pesoit 68 livres, & la seconde tirée de la partie supérieure de la tige ne pesoit que 63 livres: on chargea cette première folive en 15 minutes, elle plia dans son milieu de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater; dès qu'elle eut éclaté on cessa de charger; la folive continua d'éclater pendant 10 minutes, & elle baissa dans son milieu de 8 pouces, après quoi elle rompit en faisant beaucoup de bruit, sous le poids de 4600 livres. La seconde folive fut chargée en 13 minutes, elle plia de 4 pouces 8 lignes avant que d'éclater, & après le premier éclat qui se fit à 3 pieds 2 pouces du milieu, elle baissa de 11 pouces en 6 minutes, & rompit au bout de ce temps sous la charge de 4500 livres.

Le même jour 7 Mars, je fis abattre un troisième Chêne voisin des deux autres, & j'en fis scier la tige par le milieu; on en tira deux folives de 9 pieds chacune de longueur sur 4 pouces d'équarrissage; celle du pied pesoit 77 livres, & celle du sommet 71 liv. & les ayant fait mettre à l'épreuve, la première fut chargée en 14 minutes, elle plia de 4 pouces 10 lign. avant que d'éclater, & ensuite elle baissa de 7 pouc.  $\frac{1}{2}$ , & rompit sous la charge de 4100 livres; celle du dessus de la tige, qui fut chargée en 12 minut. plia de 5 pouc.  $\frac{1}{2}$ , éclata, ensuite baissa jusqu'à 9 pouc. & rompit net sous la charge de 3950 livres.

III.  
Expériences.

Ces expériences font voir que le bois du pied d'un arbre est plus pesant que le bois du haut de la tige; elles apprennent aussi que le bois du pied est plus fort & moins flexible que celui du sommet.

Le 9 Mars 1740, j'ai choisi dans le même canton où j'avois déjà pris les arbres qui m'ont servi aux expériences précédentes, deux Chênes de même espèce, de même gros-  
seur, & à peu-près semblables en tout; leur tige avoit 3 pieds de tour, & n'avoit guère que 11 à 12 pieds de hauteur

IV.  
Expériences.

*Mem. 1741.*

Qq

jusqu'aux premières branches ; je les fis équarrir & travailler tous deux en même temps, & on tira de chacun une solive de 10 pieds de longueur sur 4 pouces d'équarrissage ; l'une de ces solives pesoit 84 liv. & l'autre 82 ; la première rompit sous la charge de 3625 livres, & la seconde sous celle de 3600 livres. Je dois observer ici qu'on employa un temps égal à les charger, & qu'elles éclaterent toutes deux au bout de 15 minutes ; la plus légère plia un peu plus que l'autre, c'est-à-dire, de 6 pouces  $\frac{1}{2}$ , & l'autre de 5 pouces 10 lignes.

V.  
Expérience.

Le 10 Mars 1740, j'ai fait abattre dans le même endroit deux autres Chênes de 2 pieds 10 à 11 pouces de grosseur, & d'environ 15 pieds de tige, j'en ai fait tirer deux solives de 12 pieds de longueur & de 4 pouces d'équarrissage ; la première pesoit 100 liv. & la seconde 98 ; la plus pesante a rompu sous la charge de 3050 liv. & l'autre sous celle de 2925 liv. après avoir plié dans leur milieu, la première jusqu'à 7, & la seconde jusqu'à 8 pouces.

Voilà toutes les expériences que j'ai faites sur des solives de 4 pouces d'équarrissage ; je n'ai pas voulu aller au de-là de la longueur de 12 pieds, parce que dans l'usage ordinaire les Constructeurs & les Charpentiers n'emploient que très-rarement des solives de 12 pieds sur 4 pouces d'équarrissage, & qu'il n'arrive jamais qu'ils se servent de pièces de 14 ou 15 pieds de longueur, & de 4 pouces de grosseur seulement.

En comparant la différente pesanteur des solives employées à faire les expériences ci-dessus, on trouve par la première de ces expériences, que le pied cube de ce bois pesoit 74 liv.  $\frac{4}{7}$ , par la seconde 73  $\frac{6}{8}$ , par la troisième 74, par la quatrième 74  $\frac{7}{10}$ , & par la cinquième 74  $\frac{1}{4}$ , ce qui marque que le pied cube de ce bois pesoit en nombres moyens 74 liv.  $\frac{3}{10}$ .

En comparant les différentes charges des pièces avec leur longueur, on trouve que les pièces de 7 pieds de longueur supportent 5313 livres, celles de 8 pieds 4550, celles de 9 pieds 4025, celles de 10 pieds 3612, & celles de

12 pieds 2987; au lieu que par les règles ordinaires de la Mécanique celles de 7 pieds ayant supporté 5313 livres, celles de 8 pieds auroient dû supporter 4649 livres, celles de 9 pieds 4121, celles de 10 pieds 3719, & celles de 12 pieds 3099 livres; d'où l'on peut déjà soupçonner que la force du bois décroît plus qu'en raison inverse de sa longueur. Comme il me paroissoit important d'acquérir une certitude entière sur ce fait, j'ai entrepris de faire les expériences suivantes sur des solives de 5 pouces d'équarrissage, & de toutes longueurs depuis 7 pieds jusqu'à 28.

Comme je m'étois astreint à prendre dans le même terrain tous les arbres que je destinois à mes expériences, je fus obligé de me borner à des pièces de 28 pieds de longueur, n'ayant pu trouver dans ce canton des Chênes plus élevés; j'en ai choisi deux dont la tige avoit 28 pieds sans grosses branches, & qui en tout avoient plus de 45 à 50 pieds de hauteur, ces Chênes avoient près de 5 pieds de tour au pied; je les ai fait abattre le 14 Mars 1740, & les ayant fait amener le même jour, je les ai fait équarrir le lendemain, on tira de chaque arbre une solive de 28 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; je les examinai avec attention pour reconnoître s'il n'y auroit pas quelque nœud ou quelque défaut de bois vers le milieu, & je trouvai que ces deux longues pièces étoient fort saines: la première pesoit 364 livres, & la seconde 360; je fis charger la plus pesante avec un équipage léger, on commença à 2<sup>h</sup> 55'; à 3 heures, c'est-à-dire, au bout de 5 minutes, elle avoit déjà plié de 3 pouces dans son milieu, quoiqu'elle ne fût encore chargée que de 500 livres; à 3<sup>h</sup> 5', elle avoit déjà plié de 7 pouces, & elle étoit chargée de 1000 livres; à 3<sup>h</sup> 10' elle avoit plié de 14 pouces sous la charge de 1500 liv. enfin à 3<sup>h</sup> 12 à 13' elle avoit plié de 18 pouces, & elle étoit chargée de 1800 liv. dans cet instant la pièce éclata violemment, elle continua d'éclater pendant 14 minutes, & baissa de 25 pouces, après quoi elle rompit net au milieu sous ladite charge de 1800 livres. La seconde pièce fut

VI.<sup>e</sup>  
Expérience.

chargée de la même façon ; on commença à 4<sup>h</sup> 5', on la chargea d'abord de 500 livres, en 5 minutes elle avoit plié de 5 pouces ; dans les cinq minutes suivantes on la chargea encore de 500 liv. elle avoit plié de 11 pouc.  $\frac{1}{2}$  ; au bout de 5 autres minutes elle avoit plié de 18 pouces sous la charge de 1500 livres, deux minutes après elle éclata sous celle de 1750 livres, & dans ce moment elle avoit plié de 22 pouces ; on cessa de la charger, elle continua d'éclater pendant 6 minutes, & baissa jusqu'à 28 pouces avant que de rompre entièrement sous cette charge de 1750 livres.

VII.  
Expérience.

Comme la plus pesante des deux pièces de l'expérience précédente avoit rompu net dans son milieu, & que le bois n'étoit point éclaté ni fendu dans les parties voisines de la rupture, je pensai que les deux morceaux de cette pièce rompue pourroient me servir pour faire des expériences sur la longueur de 14 pieds ; je prévoyois que la partie supérieure de cette pièce peseroit moins, & romproit plus aisément que l'autre morceau qui provenoit de la partie inférieure du tronc, mais en même temps je voyois bien qu'en prenant le terme moyen entre les deux résistances de ces deux solives, j'aurois un résultat qui ne s'éloigneroit pas de la résistance réelle d'une pièce de 14 pieds prise dans un arbre de cette hauteur ou environ. J'ai donc fait scier le reste des fibres qui unissoient encore les deux parties, celle qui venoit du pied de l'arbre se trouva peser 185 livres, & celle du sommet 178 liv.  $\frac{1}{2}$  ; la première fut chargée d'un millier dans les 5 premières minutes, elle n'avoit pas plié sensiblement sous cette charge ; on l'augmenta d'un second millier de livres dans les 5 minutes suivantes, ce poids de 2 milliers la fit plier d'un pouce dans son milieu, un troisième millier en cinq autres minutes la fit plier en tout de 2 pouc. un quatrième millier la fit plier jusqu'à 3 pouc.  $\frac{1}{2}$ , & un cinquième millier jusqu'à 5 pouc.  $\frac{1}{2}$  ; on alloit continuer à la charger, mais après avoir ajouté 250 aux cinq milliers dont elle étoit chargée, il se fit un éclat à une des arêtes inférieures, on discontinua de charger, les éclats

continuèrent, & la pièce baissa dans le milieu jusqu'à 10 pouces avant que de rompre entièrement sous cette charge de 5250 livres; elle avoit supporté tout ce poids pendant 41 minutes.

On chargea la seconde pièce comme on avoit chargé la première, c'est-à-dire, d'un millier par 5 minutes; le premier millier la fit plier de 3 lignes, le second d'un pouce 4 lignes, le troisième de 3 pouc. le quatrième de 5 pouces 9 lignes; on chargeoit le cinquième millier lorsque la pièce éclata tout-à-coup sous la charge de 4650 livres, elle avoit plié de 8 pouces; après ce premier éclat on cessa de charger, la pièce continua d'éclater pendant une demi-heure, & elle baissa jusqu'à 13 pouces avant que de rompre entièrement sous cette charge de 4650 livres.

La première pièce qui provenoit du pied de l'arbre avoit porté 5250 livres, & la seconde qui venoit du sommet 4650 livres, cette différence me parut trop grande pour statuer sur cette expérience, c'est pourquoi je crus qu'il falloit réitérer, & je me servis de la seconde pièce de 28 pieds de la sixième expérience; elle avoit rompu en éclatant à 2 pieds du milieu du côté de la partie supérieure de la tige, mais la partie inférieure ne paroissoit pas avoir beaucoup souffert de la rupture, elle étoit seulement fendue de 4 à 5 pieds de longueur, & la fente qui n'avoit pas un quart de ligne d'ouverture pénéroit jusqu'à la moitié ou environ de l'épaisseur de la pièce; je résolus malgré ce petit défaut, de la mettre à l'épreuve, je la pesai & je trouvai qu'elle pesoit 183 livres; je la fis charger comme les précédentes, on commença à midi 20 minutes, le premier millier la fit plier de près d'un pouce, le second de 2 pouces 10 lignes, le troisième de 5 pouc. 3 lignes, & un poids de 150 liv. ajouté aux trois milliers la fit éclater avec grande force, l'éclat fut rejoindre la fente occasionnée par la première rupture, & la pièce baissa de 15 pouces avant que de rompre entièrement sous cette charge de 3150 livres. Cette expérience m'apprit à me défier beaucoup des pièces qui avoient été rompues

ou chargées auparavant, car il se trouve ici une différence de près de deux milliers sur cinq dans la charge, & cette différence ne doit être attribuée qu'à la fente de la première rupture qui avoit affoibli la pièce.

Étant donc encore moins satisfait après cette troisième épreuve que je ne l'étois après les deux premières, je cherchai dans le même terrain deux arbres dont la tige pût me fournir deux solives de la même longueur de 14 pieds sur 5 pouces d'équarrissage, & les ayant fait couper le 17 Mars, je les fis rompre le 19 du même mois; l'une des pièces pesoit 178 liv. & l'autre 176; elles se trouvèrent heureusement fort saines & sans aucun défaut apparent ou caché; la première ne plia point sous le premier millier, elle plia d'un pouce sous le second, de 2 pouces  $\frac{1}{2}$  sous le troisième, de 4 pouc.  $\frac{1}{2}$  sous le quatrième, & de 7 pouc.  $\frac{1}{4}$  sous le cinquième; on la chargea encore de 400 liv. après quoi elle fit un éclat violent, & continua d'éclater pendant 21 minut. elle baissa jusqu'à 13 pouces, & rompit enfin sous la charge de 5400 livres. La seconde plia un peu sous le premier millier, elle plia d'un pouce 3 lign. sous le second, de 3 pouc. sous le troisième, de 5 pouces sous le quatrième, & de près de 8 pouces sous le cinquième, 200 livres de plus la firent éclater; elle continua à faire du bruit & à baisser pendant 18 minutes, & rompit au bout de ce temps sous la charge de 5200 livres. Ces deux dernières expériences me satisfirent pleinement, & je fus alors convaincu que les pièces de 14 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage peuvent porter au moins 5 milliers, tandis que par la loi du levier elles n'auroient dû porter que le double des pièces de 28 pieds, c'est-à-dire, 3600 livres ou environ.

VIII.  
Expérience.

J'avois fait abattre le même jour 17 Mars, deux autres arbres dont la tige avoit environ 16 à 17 pieds de hauteur sans branches, & j'avois fait scier ces deux arbres en deux parties égales, cela me donna quatre solives de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; de ces quatre solives je fus obligé d'en rebuter une qui provenoit de la partie

inférieure de l'un de ces arbres, à cause d'une tare assez considérable, c'étoit un ancien coup de coignée que cet arbre avoit reçu dans sa jeunesse à 3 pieds  $\frac{1}{2}$  au-dessus de terre; cette blessure s'étoit recouverte avec le temps, mais la cicatrice n'étoit pas réunie & subsistoit en entier, ce qui faisoit un défaut très-considérable, je jugeai donc que cette pièce devoit être rejetée. Les trois autres étoient assez saines & n'avoient d'autre défaut, sinon d'avoir été, la première tirée du pied, & les deux autres du sommet des arbres; la différence de leur poids le marquoit assez, car celle qui venoit du pied pesoit 94 livres, & des deux autres, l'une pesoit 90 liv. & l'autre 88 liv.  $\frac{1}{2}$ . Je les fis rompre toutes trois le même jour 19 Mars, on employa près d'une heure pour charger la première; d'abord on la chargeoit de 2 milliers par 5 minutes, on se servit d'un gros équipage qui pesoit seul 2500 liv. au bout de 15 minutes elle étoit chargée de 7 milliers, elle n'avoit encore plié que de 5 lign. Comme la difficulté de charger augmentoit, on ne put dans les 5 minutes suivantes la charger que de 1500 livres, elle avoit plié de 9 lignes; mille livres qu'on mit ensuite dans les 5 minutes suivantes, la firent plier d'un pouce 3 lignes; autres mille livres en 5 minutes l'amenerent à 1 pouce 11 lignes, encore mille livres à 2 pouces 6 lignes; on continuoit de charger, mais la pièce éclata tout-à-coup & très-violemment sous la charge de 11775 livres, elle continua d'éclater avec grande violence pendant 10 minutes, baissa jusqu'à 3 pouces 7 lignes, & rompit net au milieu.

La seconde pièce qui pesoit 90 livres fut chargée comme la première; elle plia plus aisément, & rompit au bout de 35 minutes sous la charge de 10950 liv. mais il y avoit un petit nœud à la face inférieure qui avoit contribué à la faire rompre.

La troisième pièce qui ne pesoit que 88 liv.  $\frac{1}{2}$  ayant été chargée en 53 minutes, rompit sous la charge de 11275 liv. J'observai qu'elle avoit encore plus plié que les deux autres, mais on manqua de marquer exactement les quantités dont

ces pièces plièrent à mesure qu'on les chargeoit. Par ces trois épreuves il est aisé de voir que la force d'une pièce de bois de 7 pieds de longueur, qui ne devoit être que quadruple de la force d'une pièce de bois de 28 pieds, est à peu-près sextuple.

IX.  
Expérience.

Pour suivre plus loin ces épreuves & m'assurer de cette augmentation de force en détail & dans toutes les longueurs des pièces de bois, j'ai fait abattre, toujours dans le même canton, deux Chênes fort clairs dont la tige portoit plus de 25 pieds sans aucune grosse branche; j'en ai fait tirer le 22 Mars 1740 deux solives de 24 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; ces deux pièces étoient fort saines & d'un bois liant qui se travailloit avec facilité. La première pesoit 310 livres, & la seconde n'en pesoit que 307; je les ai fait charger avec un petit équipage de 500 livres par 5 minutes, la première a plié de 2 pouces sous une charge de 500 livres, de 4 pouces  $\frac{1}{2}$  sous celle d'un millier, de 7 pouces  $\frac{1}{2}$  sous 1500 liv. & de près de 11 pouces sous 2000 liv. la pièce éclata sous 2200, & rompit au bout de 5 minutes après avoir baissé jusqu'à 15 pouc. La seconde pièce plia de 3 pouces, 6 pouces, 9 pouces  $\frac{1}{2}$ , 13 pouces sous les charges successives & accumulées de 500, 1000, 1500 & 2000 livres, & rompit sous 2125 liv. après avoir baissé jusqu'à 16 pouces.

X.  
Expérience.

Il me falloit deux pièces de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage pour comparer leur force avec celle des pièces de 24 pieds de l'expérience précédente; j'ai choisi pour cela deux arbres le 23 Mars, qui étoient à la vérité un peu trop gros, mais que j'ai été obligé d'employer faute d'autres; je les ai fait abattre le même jour avec huit autres arbres, sçavoir, deux de 22 pieds, deux de 20, & quatre de 12 à 13 pieds de hauteur; j'ai fait travailler le lendemain ces deux premiers arbres, & en ayant fait tirer deux solives de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai été un peu surpris de trouver que l'une des solives pesoit 156 liv. & que l'autre ne pesoit que 138 liv. je n'avois pas



pas encore trouvé d'aussi grandes différences, même à beaucoup près, dans le poids de deux pièces semblables, je pensai d'abord, malgré l'examen que j'en avois fait, que l'une des pièces étoit trop forte & l'autre trop foible d'équarrissage; mais les ayant bien mesurées par-tout avec un trousséquin de Menuisier, & ensuite avec un compas courbé, je reconnus qu'elles étoient parfaitement égales, & comme elles étoient saines & sans aucun défaut, je ne laissai pas de les faire rompre toutes deux, pour reconnoître ce que cette différence de poids produiroit. On les chargea toutes deux de la même façon, c'est-à-dire, d'un millier en cinq minutes; la plus pesante plia de  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $1\frac{1}{2}$ ,  $2\frac{3}{4}$ , 4,  $5\frac{1}{2}$  pouces dans les 5, 10, 15, 20, 25 & 30 minutes qu'on employa à la charger, & elle éclata sous la charge de 6050 livres, après avoir baissé jusqu'à 13 pouces avant que de rompre absolument. La moins pesante des deux pièces plia de  $\frac{1}{4}$ , 1, 2,  $3\frac{1}{2}$ ,  $5\frac{1}{4}$ , dans les 5, 10, 15, 20 & 25 minutes, & elle éclata sous la charge de 5225 livres, sous laquelle au bout de 7 à 8 minutes elle rompit entièrement: on voit que la différence est ici à peu-près aussi grande dans les charges que dans les poids, & que la pièce légère étoit très-foible. Pour lever les doutes que j'avois sur cette expérience, je fis tout de suite travailler un autre arbre de 13 pieds de longueur, & j'en fis tirer une solive de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; elle se trouva peser 154 livres, & elle éclata après avoir plié de 5 pouces 9 lignes sous la charge de 6100 livres. Cela me fit voir que les pièces de 12 pieds sur 5 pouces peuvent supporter environ 6000 livres, tandis que les pièces de 24 pieds ne portent que 2200, ce qui fait un poids beaucoup plus fort que le double de 2200 qu'elles auroient dû porter par la loi du levier. Il me restoit pour me satisfaire sur toutes les circonstances de cette expérience, à trouver pourquoi dans un même terrain il se trouve quelquefois des arbres dont le bois est si différent en pesant & en résistance; j'allai pour le découvrir, visiter le lieu, & ayant sondé le

terrein auprès du tronc de l'arbre qui avoit fourni la pièce légère, je reconnus qu'il y avoit un peu d'humidité qui séjournoit au pied de cet arbre par la pente naturelle du lieu, & j'attribuai la foiblesse de ce bois au terrain humide où il étoit crû, car je ne m'apperçus pas que la terre fût d'une qualité différente, & ayant sondé dans plusieurs endroits, je trouvai par-tout une terre semblable. On verra par l'expérience suivante, que les différents terrains produisent des bois qui sont quelquefois de pesanteur & de force encore plus inégales. \*

XI.  
Expérience.

J'ai choisi dans le même terrain où je prenois tous les arbres qui me servoient à faire mes expériences, un arbre à peu-près de la même grosseur que ceux de l'expérience neuvième, & en même temps j'ai cherché un autre arbre à peu-près semblable au premier dans un terrain différent; la terre est forte & mêlée de glaise dans le premier terrain, & dans le second ce n'est qu'un sable presque sans aucun mélange de terre. J'ai fait tirer de chacun de ces arbres une solive de 22 pieds sur 5 pouces d'équarrissage; la première solive qui venoit du terrain fort, pesoit 281 livres; l'autre qui venoit du terrain sablonneux, ne pesoit que 232 livres, ce qui fait une différence de près d'un sixième dans le poids. Ayant mis à l'épreuve la plus pesante de ces deux pièces, elle plia de 11 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & elle baissa jusqu'à 19 pouces avant que de rompre absolument, elle supporta pendant 18 minutes une charge de 2975 livres; mais la seconde pièce qui venoit du terrain sablonneux, ne plia que de 5 pouces avant que d'éclater, & ne baissa que de 8 pouces  $\frac{1}{2}$  dans son milieu, & elle rompit au bout de 3 minutes sous la charge de 2350 livres, ce qui fait une différence de plus d'un cinquième dans la charge. Je rapporterai dans la suite quelques autres expériences à ce sujet; mais revenons à notre échelle des résistances suivant les différentes longueurs.

XII.  
Expérience.

De deux solives de 20 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, prises dans le même terrain & mises à

l'épreuve le même jour, la première qui pesoit 263 livres, supporta pendant 10 minutes une charge de 3275, & ne rompit qu'après avoir plié dans son milieu de 16 pouces 2 lignes; la seconde solive qui pesoit 259 livres, supporta pendant 8 minutes une charge de 3175 livres, & rompit après avoir plié de 20 pouces  $\frac{1}{2}$ .

J'ai ensuite fait faire trois solives de 10 pieds de longueur & du même équarissage de 5 pouces, la première pesoit 132 livres, & a rompu sous la charge de 7225 livres au bout de 21 minutes, & après avoir baissé de 7 pouces  $\frac{1}{2}$ ; la seconde pesoit 130 livres, elle a rompu après 20 minutes sous la charge de 7050 livres, & elle a baissé de 6 pouces 9 lignes; la troisième pesoit 128 livres  $\frac{1}{2}$ , elle a rompu sous la charge de 7100 livres, après avoir baissé de 8 pouces 7 lignes, & cela au bout de 18 minutes.

XIII.  
Expérience.

En comparant cette expérience avec la précédente, on voit que les pièces de 20 pieds sur 5 pouces d'équarissage peuvent porter une charge de 3225, & celles de 10 pieds de longueur & du même équarissage de 5 pouces, une charge de 7125, au lieu que par les règles de la Mécanique elles n'auroient dû porter que 6450 livres.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarissage, j'ai trouvé que la première pesoit 232 livres, & qu'elle a supporté pendant 11 minutes une charge de 3750 livres, après avoir baissé de 17 pouces, & que la seconde qui pesoit 231 livres, a supporté une charge de 3650 livres pendant 10 minutes, & n'a rompu qu'après avoir baissé de 15 pouces.

XIV.  
Expérience.

Ayant de même mis à l'épreuve trois solives de 9 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarissage, j'ai trouvé que la première qui pesoit 118 liv. a porté pendant 58 minutes une charge de 8400 liv. après avoir plié dans son milieu de 6 pouces; la seconde qui pesoit 116 livres, a supporté pendant 46 minutes une charge de 8325 liv. après avoir plié dans son milieu de 5 pouces 4 lignes; & la troisième qui pesoit 115 liv. a supporté pendant 40 minut. une charge

XV.  
Expérience.

de 8200 livres, & elle a plié dans son milieu de 5 pouces.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que les pièces de 18 pieds de longueur sur 5 pouc. d'équarrissage portent 3700 livres, & que celles de 9 pieds portent 8308 livres  $\frac{1}{3}$ , au lieu qu'elles n'auroient dû porter, selon les règles, que 7400 livres.

XVI.  
Expérience. Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 209 liv. a porté pendant 17 minutes une charge de 4425 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 16 pouces; la seconde qui pesoit 205 liv. a porté pendant 15 minutes une charge de 4275 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 12 pouces  $\frac{1}{2}$ .

XVII.  
Expérience. Et ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 104 liv. porta pendant 40 minutes une charge de 9900, & rompit après avoir baissé de 5 pouces; la seconde qui pesoit 102 livres, porta pendant 39 minutes une charge de 9675 liv. & rompit après avoir plié de 4 pouces 7 lignes.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que la charge moyenne des pièces de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, est 4350 liv. & que celle des pièces de 8 pieds & du même équarrissage est 9787  $\frac{1}{2}$ , au lieu que par la règle du levier elle devoit être de 8700 liv.

Il résulte de toutes ces expériences que la résistance du bois n'est point en raison inverse de la longueur, comme on l'a cru jusqu'ici, mais que cette résistance décroît très-considérablement à mesure que la longueur des pièces augmente, ou si l'on veut, qu'elle augmente beaucoup à mesure que cette longueur diminue; il n'y a qu'à jeter les yeux sur la Table ci-jointe pour s'en convaincre, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds est le double & un neuvième de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & environ le huitième de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 8 pieds est le double & un huitième presque juste de celle

d'une pièce de 16 pieds ; que la charge d'une pièce de 7 pieds est le double & beaucoup plus d'un huitième de celle de 14 pieds, de sorte qu'à mesure que la longueur des pièces diminue, la résistance augmente, & cette augmentation de résistance croît de plus en plus.

On peut objecter ici que cette règle de l'augmentation de la résistance qui croît de plus en plus à mesure que les pièces sont moins longues, ne s'observe pas au de-là de la longueur de 20 pieds, & que les expériences rapportées ci-dessus sur des pièces de 24 & de 28 pieds prouvent que la résistance du bois augmente plus dans une pièce de 14 pieds comparée à une pièce de 28, que dans une pièce de 7 pieds comparée à une pièce de 14, & que de même cette résistance augmente plus que la règle ne le demande dans une pièce de 12 pieds comparée à une pièce de 24 pieds ; mais il n'y a rien là qui se contrarie, & cela n'arrive ainsi que par un effet bien naturel, c'est que la pièce de 28 pieds & celle de 24 pieds, qui n'ont que 5 pouces d'équarrissage, sont trop disproportionnées dans leurs dimensions, & que le poids de la pièce même est une partie considérable du poids total qu'il faut pour la rompre, car il ne faut que 1775 livres pour rompre une pièce de 28 pieds, & cette pièce pèse 362 livres. On voit bien que le poids de la pièce devient dans ce cas une partie considérable de la charge qui la fait rompre ; & d'ailleurs ces longues pièces minces pliant beaucoup avant que de rompre, les plus petits défauts du bois, & sur-tout le fil tranché, contribuent beaucoup plus à la rupture.

Il seroit aisé de faire voir qu'une pièce pourroit rompre par son propre poids, & que la longueur qu'il faudroit supposer à cette pièce proportionnellement à sa grosseur, n'est pas aussi grande à beaucoup près qu'on pourroit l'imaginer ; par exemple, en partant du fait acquis par les expériences ci-dessus, que la charge d'une pièce de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage est de 11525, on concluroit tout de suite que la charge d'une pièce de 14 pieds

est de 5762 livres, que celle d'une pièce de 28 pieds est de 2881, que celle d'une pièce de 56 pieds est de 1440 livres, c'est-à-dire, la huitième partie de la charge de 7 pieds, parce que la charge de 56 pieds est huit fois plus longue; cependant bien loin qu'il fût besoin d'une charge de 1440 livres pour rompre une pièce de 56 pieds sur 5 pouces seulement d'équarrissage, j'ai de bonnes raisons pour croire qu'elle pourroit rompre par son propre poids. Mais ce n'est pas ici le lieu de rapporter les recherches que j'ai faites à ce sujet, & je passe à une autre suite d'expériences sur des pièces de 6 pouces d'équarrissage depuis 8 pieds jusqu'à 20 pieds de longueur.

XVIII.  
Expérience. J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, l'une de ces solives pesoit 377 livres, & l'autre 375; la plus pesante a rompu au bout de 12 minutes sous la charge de 5025 livres, après avoir plié de 17 pouces; la seconde qui étoit la moins pesante, a rompu en 11 minutes sous la charge de 4875 liv. après avoir plié de 14 pouces.

J'ai ensuite mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur sur le même équarrissage de 6 pouces, la première qui pesoit 188 livres, a supporté pendant 46 minutes une charge de 11475 livres, & n'a rompu qu'en se fendant jusqu'à l'une de ses extrémités; elle a plié de 8 pouces: la seconde qui pesoit 186 liv. a supporté pendant 44 minutes une charge de 11025 livres, elle a plié de 6 pouces avant que de rompre.

XIX.  
Expérience. Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 334 livres, a porté pendant 16 minutes une charge de 5625 livres; elle avoit éclaté avant ce temps, mais je ne pus appercevoir de rupture dans les fibres, de sorte qu'au bout de deux heures & demie voyant qu'elle étoit toujours au même point, & qu'elle ne baïssoit plus dans son milieu, où elle avoit plié de 12 pouces 3 lignes, je voulus voir si elle pourroit se redresser, & je fis ôter peu-à-peu tous les

poids dont elle étoit chargée; quand tous les poids furent enlevés, elle ne demeura courbe que de deux pouces, & le lendemain elle s'étoit redressée au point qu'il n'y avoit que 5 lignes de courbure dans son milieu. Je la fis recharger tout de suite, & elle rompit au bout de 15 minutes sous une charge de 5475 livres, tandis qu'elle avoit supporté le jour précédent une charge plus forte de 250 livres pendant deux heures & demie. Cette expérience s'accorde avec les précédentes, où l'on a vu qu'une pièce qui a supporté un grand fardeau pendant quelque temps, perd de sa force, même sans avertir & sans éclater. Elle prouve aussi que le bois a un ressort qui se rétablit jusqu'à un certain point, mais que ce ressort étant bandé autant qu'il peut l'être sans rompre, il ne peut pas se rétablir parfaitement. La seconde solive qui pesoit 331 livres, supporta pendant 14 minutes la charge de 5500 livres, & rompit après avoir plié de 10 pouces.

Ensuite ayant éprouvé deux solives de 9 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 166 liv. supporta pendant 56 minutes la charge de 13450 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces 2 lignes; la seconde qui pesoit 164 livres  $\frac{1}{2}$ , supporta pendant 51 minutes une charge de 12850 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces.

J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 294 livres, a supporté pendant 26 minutes une charge de 6250 livres, & elle a rompu après avoir plié de 8 pouces; la seconde qui pesoit 293 livres, a supporté pendant 22 minutes une charge de 6475 livres, & elle a rompu après avoir plié de 10 pouces.

XX.<sup>e</sup>  
Expérience.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur le même équarrissage de 6 pouces, la première solive qui pesoit 149 livres, supporta pendant une heure 20 minutes une charge de 15700, & rompit après avoir baissé de 3 pouces 7 lignes; la seconde solive qui pesoit

# 320 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

146 livres, porta pendant 2 heures 5 minutes une charge de 15350 livres, & rompit après avoir plié dans le milieu de 4 pouces 2 lignes.

XXI.  
Expérience.

Ayant pris deux solives de 14 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 255 livres, a supporté pendant 46 minutes la charge de 7450 livres, & elle a rompu après avoir plié dans le milieu de 10 pouces; la seconde qui ne pesoit que 254 liv. a supporté pendant une heure 14 minutes la charge de 7500 liv. & n'a rompu qu'après avoir plié de 11 pouces 4 lignes.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 7 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 128 livres, a supporté pendant 2 heures 10 minutes une charge de 19250 livres, & a rompu après avoir plié dans le milieu de 2 pouces 8 lignes; la seconde qui pesoit 126 livres  $\frac{1}{2}$ , a supporté pendant une heure 48 minutes une charge de 18650, elle a rompu après avoir plié de deux pouces.

XXII.  
Expérience.

Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 12 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 224 livres, a supporté pendant 46 minutes la charge de 9200 livres, & a rompu après avoir plié de 7 pouces; la seconde qui pesoit 221 livres, a supporté pendant 53 minutes la charge de 9000 livres, & a rompu après avoir plié de 5 pouces 10 lignes.

J'aurois bien voulu faire rompre des solives de 6 pieds de longueur pour les comparer avec celles de 12 pieds, mais il auroit fallu un nouvel équipage, parce que celui dont je me servois étoit trop large, & ne pouvoit passer entre les deux tréteaux sur lesquels portoient les deux extrémités de la pièce.

En comparant les résultats de toutes ces expériences, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage est le double & beaucoup plus d'un septième de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & beaucoup plus



plus d'un sixième de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 8 pieds est le double & beaucoup plus d'un cinquième de celle d'une pièce de 16 pieds; & enfin que la charge d'une pièce de 7 pieds est le double & beaucoup plus d'un quart de celle d'une pièce de 14 pieds sur 6 pouces d'équarrissage; ainsi l'augmentation de la résistance est encore beaucoup plus grande à proportion que dans les pièces de 5 pouces d'équarrissage. Voyons maintenant les expériences que j'ai faites sur des pièces de 7 pouc. d'équarrissage.

J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première de ces deux solives qui pesoit 505 livres a supporté pendant 37 minutes une charge de 8550 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces 7 lignes; la seconde solive qui pesoit 500 liv. a supporté pendant 20 minutes une charge de 8000 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces.

XXIII.  
Expérience.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 10 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 254 livres a supporté pendant 2 heures 6 minutes une charge de 19650 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 7 lignes avant que d'éclater, & baissé de 13 pouces avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pesoit 252 liv. a supporté pendant une heure 49 minutes une charge de 19300 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. avant que d'éclater, & de 9 pouc. avant que de rompre entièrement.

J'ai fait rompre deux solives de 18 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 454 liv. a supporté pendant une heure 8 minutes une charge de 9450 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouces 6 lignes avant que d'éclater, & de 12 pouces avant que de rompre; la seconde qui pesoit 450 liv. a supporté pendant 54 minutes une charge de 9400 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouc. 10 lign. avant que d'éclater, & ensuite de 9 pouc. 6 lign. avant que de rompre absolument.

XXIV.  
Expérience.

*Mem. 1741.*

S f

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 9 pieds de longueur sur le même équarrissage de 7 pouces, la première solive qui pesoit 227 liv. a supporté pendant 2 heures 45 minutes une charge de 22800 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces une ligne avant que d'éclater, & de 5 pouces 6 lignes avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pesoit 225 liv. a supporté pendant 2 heures 18 minutes une charge de 21900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 11 lignes avant que d'éclater, & de 5 pouces 2 lignes avant que de rompre entièrement.

XXV.  
Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 406 liv. a supporté pendant 47 minutes une charge de 11100 liv. & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & de 10 pouces avant que de rompre absolument; la seconde qui pesoit 403 livres, a supporté pendant 55 minutes une charge de 10900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouc. 3 lign. avant que d'éclater, & de 11 pouc. 5 lign. avant que de rompre entièrement.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur le même équarrissage de 7 pouces, la première qui pesoit 204 livres a supporté pendant 3 heures 10 minutes une charge de 26150 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouces avant que de rompre entièrement; la seconde solive qui pesoit 201 liv.  $\frac{1}{2}$  a supporté pendant 3 heures 4 minutes une charge de 25950 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 6 lignes avant que d'éclater, & de 3 pouc. 9 lign. avant que de rompre entièrement.

XXVI.  
Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 14 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 351 liv. a supporté pendant 41 minutes une charge de 13600 liv. & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 2 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouc. 3 lignes avant que de rompre; la seconde solive qui pesoit aussi 351 liv. a supporté pendant

58 minutes une charge de 12850 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 9 lign. avant que d'éclater, & de 8 pouces 1 ligne avant que de rompre absolument.

Ensuite ayant fait faire deux solives de 7 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, & ayant mis la première à l'épreuve, elle étoit chargée de 28 milliers lorsque tout à coup toute la machine écroula, c'étoit la boucle de fer qui avoit cassé net dans ses deux branches, quoiqu'elle fût d'un bon fer quarré, de 18 lign.  $\frac{2}{3}$  de grosseur, ce qui fait 348 lignes quarrées pour chacune des branches, en tout 696 lign. de fer qui ont cassé sous ce poids de 28 milliers qui tiroit perpendiculairement; cette boucle avoit environ 10 pouces de largeur sur 13 pouces de hauteur, & elle étoit à très-peu près de la même grosseur par-tout. Je remarquai qu'elle avoit cassé presque au milieu des branches perpendiculaires, & non pas dans les angles où naturellement j'aurois pensé qu'elle auroit dû rompre; je remarquai aussi avec quelque surprise, qu'on pouvoit conclurre de cette expérience qu'une ligne quarrée de fer ne devoit porter que 40 livres, ce qui me parut si contraire à la vérité, que je me déterminai à faire quelques expériences sur la force du Fer, que je rapporterai dans la suite.

Je n'ai pas pu venir à bout de faire rompre mes solives de 7 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage. Ces expériences ont été faites à ma campagne, où il me fut impossible de trouver du fer plus gros que celui que j'avois employé, & je fus obligé de me contenter de faire faire une autre boucle pareille à la précédente, avec laquelle j'ai fait le reste de mes expériences sur la force du bois.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 12 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 302 liv. a supporté pendant une heure 2 minutes la charge de 16800 liv. & elle a rompu après avoir plié de 2 pouc. 11 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 6 lignes avant que de rompre totalement; la seconde solive qui pesoit 301 liv. a supporté pendant 55 minutes une charge de

XXVII.  
Expérience.

15550 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 4 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces avant que de rompre entièrement.

En comparant toutes ces expériences sur des pièces de 7 pouces d'équarrissage, je trouve que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur est le double & plus d'un sixième de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & près d'un cinquième de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 16 pieds est le double & beaucoup plus d'un cinquième de celle d'une pièce de 8 pieds; d'où l'on voit que non seulement l'unité qui sert de mesure à l'augmentation de la résistance, & qui est ici le rapport entre la résistance d'une pièce de 10 pieds, & le double de la résistance d'une pièce de 20 pieds; que non seulement, dis-je, cette unité augmente, mais même que l'augmentation de la résistance accroît toujours à mesure que les pièces deviennent plus grossières. On doit observer ici que les différences proportionnelles des augmentations de la résistance des pièces de 7 pouces sont moindres en comparaison des augmentations de la résistance des pièces de 6 pouces, que celles-ci ne sont en comparaison de celles de 5 pouces, mais cela doit être, comme on le verra par la comparaison que nous ferons des résistances avec les épaisseurs des pièces.

Venons enfin à la dernière suite de mes expériences sur des pièces de huit pouces d'équarrissage.

XXVIII.  
Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 20 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage; la première qui pesoit 664 livres, a supporté pendant 47 minutes une charge de 11775 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 6 pouc.  $\frac{1}{2}$  avant que d'éclater, & de 11 pouces avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pesoit 660 livres  $\frac{1}{2}$ , a supporté pendant 44 minutes une charge de 11200 livres, & elle a rompu après avoir plié de 6 pouces juste avant que d'éclater, & de 9 pouces 3 lignes avant que de rompre entièrement.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 331 livres, a supporté pendant 3 heures 20 minutes la charge énorme de 27800 livres, après avoir plié de 3 pouces avant que d'éclater, & de 5 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument ; la seconde pièce qui pesoit 330 livres, a supporté pendant 4 heures 5 ou 6 minutes la charge de 27700 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 2 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouc. 5 lignes avant que de rompre. Ces deux pièces ont fait un bruit terrible en rompant, c'étoit comme autant de coups de pistolet à chaque éclat qu'elles faisoient, & ces expériences ont été les plus pénibles & les plus fortes que j'aye faites ; il fallut user de mille précautions pour mettre les derniers poids, parce que je craignois que la boucle de fer ne cassât sous cette charge de 27 milliers, puisqu'il n'avoit fallu que 28 milliers pour rompre une semblable boucle. J'avois mesuré la hauteur de cette boucle avant que de faire ces deux expériences, afin de voir si le fer s'allongeroit par le poids d'une charge si considérable, & si approchante de celle qu'il falloit pour le faire rompre ; mais ayant mesuré une seconde fois la boucle, & cela après les expériences faites, je n'ai pas trouvé la moindre différence, la boucle avoit comme auparavant 12 pouces  $\frac{1}{2}$  de longueur, & les angles étoient aussi droits qu'auparavant.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 594 livres, a supporté pendant 54 minutes la charge de 13500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc.  $\frac{1}{2}$  avant que d'éclater, & de 10 pouces 2 lignes avant que de rompre ; la seconde solive qui pesoit 593 livres, a supporté pendant 48 minutes la charge de 12900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 1 ligne avant que d'éclater, & de 7 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument.

J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage ; la première de ces solives qui

XXIX.  
Expérience.

XXX.  
Expérience.

326 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
pesoit 528 livres, a supporté pendant une heure 8 minutes  
la charge de 16800, & elle a plié de 5 pouces 2 lignes  
avant que d'éclater, & de 10 pouces environ avant que de  
rompre; la seconde pièce qui ne pesoit que 524 livres, a  
supporté pendant 58 minutes une charge de 15950 livres,  
& elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 9 lignes avant  
que d'éclater, & de 7 pouces 5 lignes avant que de rompre  
totalement.

XXXI.  
Expérience.

Ensuite j'ai fait rompre deux solives de 14 pieds de  
longueur sur 8 pouces d'équarrissage; la première qui pesoit  
461 liv. a supporté pendant une heure 26 minutes une  
charge de 20050 livres, & elle a rompu après avoir plié  
de 3 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouc.  $\frac{1}{2}$   
avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pe-  
soit 459 liv. a supporté pendant une heure  $\frac{1}{2}$  la charge de  
19500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc.  
2 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouces avant que de  
rompre entièrement.

XXXII.  
Expérience.

Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 12 pieds  
de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la première qui  
pesoit 397 livres, a supporté pendant 2 heures 5 minutes  
la charge de 23900 livres, & elle a rompu après avoir plié  
de 3 pouces juste avant que d'éclater, & de 6 pouc. 3 lign.  
avant que de rompre; la seconde qui pesoit 395 liv.  $\frac{1}{2}$ , a  
supporté pendant 2 heur. 49 min. la charge de 23000 liv.  
& elle a rompu après avoir plié de 2 pouc. 11 lign. avant  
que d'éclater, & de 6 pouces 8 lignes avant que de rompre  
entièrement.

Voilà toutes les expériences que j'ai faites sur des pièces  
de 8 pouces d'équarrissage. J'aurois désiré pouvoir faire  
rompre des pièces de 9, de 8 & de 7 pieds de longueur,  
& de cette même grosseur de 8 pouces, mais cela me  
fut impossible, parce que je manquois des commodités  
nécessaires, & qu'il m'auroit fallu des équipages bien plus  
forts que ceux dont je me suis servi, & sur lesquels, comme  
on vient de le voir, on mettoit près de 28 milliers en

équilibre; car je présume qu'une pièce de 7 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage auroit porté plus de 45 milliers. On verra dans la suite si les conjectures que j'ai faites sur la résistance du bois pour des dimensions que je n'ai pas éprouvées, sont justes ou non.

Tous les Auteurs qui ont écrit sur la résistance des Solides en général, & du bois en particulier, ont donné comme fondamentale la règle suivante : *La résistance est en raison inverse de la longueur, en raison directe de la largeur, & en raison doublée de la hauteur.* Cette règle est celle de Galilée, adoptée par tous les Mathématiciens, & elle seroit vraie pour des Solides qui seroient absolument inflexibles & qui romproient tout à coup, mais dans les Solides élastiques, tels que le bois, il est aisé d'appercevoir que cette règle doit être modifiée à plusieurs égards. M. Bernoulli a fort bien observé que dans la rupture des corps élastiques une partie des fibres s'allonge, tandis que l'autre partie se raccourcit, pour ainsi dire, en refoulant sur elle-même. Voyez son Mémoire dans ceux de l'Académie, année 1705. On voit par les expériences précédentes, que dans les pièces de même grosseur la règle de la résistance en raison inverse de la longueur s'observe d'autant moins que les pièces sont plus courtes. Il en est tout autrement de la règle de la résistance en raison directe de la largeur & du carré de la hauteur; j'ai calculé la Table septième à dessein de m'assurer de la variation de cette règle, on voit dans cette Table les résultats des expériences, & au-dessous les produits que donne cette règle; j'ai pris pour unités les expériences faites sur les pièces de 5 pouces d'équarrissage, parce que j'en ai fait un plus grand nombre sur cette dimension que sur les autres. On peut observer dans cette Table que plus les pièces sont courtes & plus la règle approche de la vérité, & que dans les plus longues pièces, comme celles de 18 & de 20 pieds, elle s'en éloigne; cependant à tout prendre, on peut se servir de la règle générale avec les modifications nécessaires pour calculer la résistance des pièces de bois plus grosses & plus

328 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
longues que celles dont j'ai éprouvé la résistance; car en  
jettant les yeux sur cette septième Table, on voit un grand  
accord entre la règle & les expériences pour les différentes  
grosseurs, & il règne un ordre assés constant dans les diffé-  
rences par rapport aux longueurs & aux grosseurs, pour  
juger de la modification qu'on doit faire à cette règle.

*On trouvera dans le volume suivant la suite de ce Mémoire.*

## TABLES DES EXPERIENCES SUR LA FORCE DU BOIS.

### PREMIÈRE TABLE,

*Pour les pièces de quatre pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps employé à charger les pièces.	Flèches de la courbure des pièces dans l'instant où elles commencent à rompre.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
7	60	5350	0 29	3 6
	56	5275	0 22	4 6
8	68	4600	0 15	3 9
	63	4500	0 13	4 8
9	77	4100	0 14	4 10
	71	3950	0 12	5 6
10	84	3625	0 15	5 10
	82	3600	0 15	6 6
12	100	3050	.....	7
	98	2925	.....	8

SECONDE



## SECONDE TABLE,

Pour les pièces de cinq pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.	Flèches de la courbure avant que d'éclater.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
7	94	11775	0 58	2 6
	88 $\frac{1}{2}$	11275	0 53	2 6
8	104	9900	0 40	2 8
	102	9675	0 39	2 11
9	118	8400	0 28	3
	116	8325	0 28	3 3
	115	8200	0 26	3 6
10	132	7225	0 21	3 2
	130	7050	0 20	3 6
	128 $\frac{1}{2}$	7100	0 18	4
12	156	6050	0 30	5 6
	154	6100	.....	5 9
14	178	5400	0 21	8
	176	5200	0 18	8 3
16	209	4425	0 17	8 1
	205	4275	0 15	8 2
18	232	3750	0 11	8
	231	3650	0 10	8 2
20	263	3275	0 10	8 10
	259	3175	0 8	10
22	281	2975	0 18	11 3
24	310	2200	0 16	11
	307	2125	0 15	13 6
26				
28	364	1800	0 17	18
	360	1750	0 17	22

Mem. 1741.

T t

## TROISIÈME TABLE,

*Pour les pièces de six pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.	Flèches de la courbure avant que d'éclater.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
7	128	19250	1 49	On n'a pas pu observer la quantité dont les pièces de 7 pieds ont plié dans leur milieu, à cause de l'épaisseur de la boucle.
	126 $\frac{1}{2}$	18650	1 38	
8	149	15700	1 12	2 4
	146	15350	1 10	2 5
9	166	13450	0 56	2 6
	164 $\frac{1}{2}$	12850	0 51	2 10
10	188	11475	0 46	3
	186	11025	0 44	3 6
12	224	9200	0 31	4
	221	9000	0 32	4 1
14	255	7450	0 25	4 6
	254	7500	0 22	4 2
16	294	6250	0 20	5 6
	293	6475	0 19	5 10
18	334	5625	0 16	7 5
	331	5500	0 14	8 6
20	377	5025	0 12	9 6
	375	4875	0 11	8 10

## QUATRIÈME TABLE,

Pour les pièces de sept pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.	Flèches de la courbure avant que d'éclater.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
7				
8	204	26150	2 6	2 9
	201 $\frac{1}{2}$	25250	2 13	2 6
9	227	22800	1 40	3 1
	225	21900	1 37	2 11
10	254	19650	1 13	2 7
	252	19300	1 16	3
12	302	16800	1 3	2 11
	301	15550	1	3 4
14	351	13600	0 55	4 2
	351	12850	0 48	3 9
16	406	11100	0 41	4 10
	403	10900	0 36	5 3
18	454	9450	0 27	5 6
	450	9400	0 22	5 10
20	505	8550	0 15	7 10
	500	8000	0 13	8 6

## CINQUIÈME TABLE,

*Pour les pièces de huit pouces d'équarrissage.*

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.	Flèches de la courbure avant que d'éclater.
Pieds.	Livres.	Livres.	Heures. Minutes.	Pouces. Lignes.
10	331	27800	2 50	3
	330	27700	2 58	2 3
12	397	23900	1 30	3
	395 $\frac{1}{2}$	23000	1 23	2 11
14	461	20050	1 6	3 10
	459	19500	1 2	3 2
16	528	16800	0 47	5 2
	524	15950	0 50	3 9
18	594	13500	0 32	4 6
	593	12900	0 30	4 1
20	664	11775	0 24	6 6
	660 $\frac{1}{2}$	11200	0 28	6

## SIXIÈME TABLE,

*Pour les charges moyennes de toutes les expériences précédentes.*

Long. <sup>rs</sup> des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.
7	5312	11525	18950		
8	4550	9787 $\frac{1}{2}$	15525	26050	
9	4025	8308 $\frac{1}{3}$	13150	22350	
10	3612	7125	11250	19475	27750
12	2987 $\frac{1}{2}$	6075	9100	16175	23450
14	.....	5300	7475	13225	19775
16	.....	4350	6362 $\frac{1}{2}$	11000	16375
18	.....	3700	5562 $\frac{1}{2}$	9425	13200
20	.....	3225	4950	8275	11487 $\frac{1}{2}$
22	.....	2975			
24	.....	2162 $\frac{1}{2}$			
28	.....	1775			

## SEPTIÈME TABLE.

Comparaison de la résistance du bois, trouvée par les expériences précédentes, & de la résistance du bois suivant la règle que cette résistance est comme la largeur de la pièce, multipliée par le quarré de sa hauteur, en supposant la même longueur.

Nota. Les Astérismes marquent que les expériences n'ont pas été faites.

Long. <sup>rs</sup> des pièces.	GROSSEURS.				
	4	5	6	7	8
	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.	pouces.
Pieds.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.	Livres.
7	$\left\{ \begin{array}{l} 5312 \\ 5901 \end{array} \right\}$	$11525$	$\left\{ \begin{array}{l} 18950 \\ 19915 \frac{2}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} *32200 \\ 31624 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 48100 \\ *47649 \frac{1}{5} \\ 47198 \frac{2}{5} \end{array} \right\}$
8	$\left\{ \begin{array}{l} 4550 \\ 5011 \frac{1}{5} \end{array} \right\}$	$9787 \frac{1}{5}$	$\left\{ \begin{array}{l} 15525 \\ 16912 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 26050 \\ 26856 \frac{9}{10} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} *39750 \\ 40089 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$
9	$\left\{ \begin{array}{l} 4025 \\ 4253 \frac{13}{15} \end{array} \right\}$	$8308 \frac{1}{3}$	$\left\{ \begin{array}{l} 13150 \\ 14356 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 22350 \\ 22798 \frac{1}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} *32800 \\ 34031 \end{array} \right\}$
10	$\left\{ \begin{array}{l} 3612 \\ 3648 \end{array} \right\}$	$7125$	$\left\{ \begin{array}{l} 11250 \\ 12312 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 19475 \\ 19551 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 27750 \\ 29184 \end{array} \right\}$
12	$\left\{ \begin{array}{l} 2987 \frac{1}{2} \\ 3110 \frac{2}{5} \end{array} \right\}$	$6075$	$\left\{ \begin{array}{l} 9100 \\ 10497 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 16175 \\ 16669 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 23450 \\ 24883 \frac{1}{5} \end{array} \right\}$
14	.....	$5100$	$\left\{ \begin{array}{l} 7475 \\ 8812 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 13225 \\ 13995 \frac{1}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 19775 \\ 20889 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$
16	.....	$4350$	$\left\{ \begin{array}{l} 6362 \frac{1}{2} \\ 7516 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 11000 \\ 11936 \frac{2}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 16375 \\ 17817 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$
18	.....	$3700$	$\left\{ \begin{array}{l} 5562 \frac{1}{2} \\ 6393 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 9425 \\ 10152 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 13200 \\ 15155 \frac{1}{5} \end{array} \right\}$
20	.....	$3225$	$\left\{ \begin{array}{l} 4950 \\ 5572 \frac{4}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 8275 \\ 8849 \frac{2}{5} \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 11487 \frac{1}{2} \\ 13209 \frac{3}{5} \end{array} \right\}$



## OBSERVATIONS

*Sur l'étendue & la hauteur de l'Inondation du mois  
de Décembre 1740.*

Par M. BUACHE.

J'AI rapporté sur le Plan général joint à ce Mémoire, 7 Janvier  
les différents Plans particuliers sur lesquels j'ai marqué 1741.  
presque jour par jour les différentes étendues de l'inondation;  
suivant que je l'avois observée moi-même dans les lieux  
les plus importants; & comme il n'étoit pas possible que je  
me trouvasse par-tout en même jour, j'avois commis des  
personnes pour faire des observations que j'ai vérifiées aussitôt qu'elles m'ont été remises.

La seule inspection du Plan fait voir quelle a été l'étendue  
de ce débordement lors de la plus grande hauteur des eaux;  
cette étendue est exprimée par des hachures depuis son  
extrémité jusqu'au bord de la Rivière.

Au de-là est une ligne ponctuée qui désigne l'étendue  
jusqu'où l'eau a pénétré par dessous terre, & a rempli les  
caves.

La première ligne, ou celle qui termine les hachures;  
donne le niveau de la surface du sol, & la seconde peut  
nous conduire à imaginer en gros quelle doit être la nature  
de l'intérieur du terrain, parce qu'entre les endroits où les  
caves n'ont pas été remplies d'eau, il s'en trouve dont le  
sol est moins élevé que celui de quelques autres endroits  
où l'eau a cependant pénétré; ce que l'on peut attribuer à  
des bancs souterrains de glaise, de tuf, ou même de roche,  
dont ces endroits sont probablement entourés.

Quant à la plus grande hauteur de l'eau, je l'ai prise  
plusieurs fois chaque jour avec la plus grande attention, &

336 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
même, lorsque la chose m'a été possible, en divers endroits  
un peu distants les uns des autres.

Par la comparaison des différentes observations que j'ai  
faites le 25 Décembre à midi, à 2 heures & à 6 heures du  
soir, & le 26 à 7 heures du matin, jointes à l'information  
que je fis le 26 à l'Hôtel de Ville où j'avois fait des obser-  
vations ces deux mêmes jours, le temps de la plus grande  
hauteur doit avoir été le 25 à 9 heures du soir.

Comparant cette plus grande hauteur du 25 Décembre  
à 9 heures du soir avec celle du 2 Mars 1711, prise sur une  
marque gravée sur l'intérieur de la porte du Bureau des Forts  
du Port S.<sup>t</sup> Paul, j'ai trouvé une différence de 6 pouc. dont  
la hauteur de l'eau en 1740 a surpassé celle de l'an 1711.  
J'ai préféré cette marque de la hauteur de l'eau en 1711 à  
plusieurs autres qui se trouvent en différents endroits, mais  
qui sont mises avec moins d'intelligence, & qui laissent  
quelques incertitudes sur le lieu précis auquel l'eau étoit  
parvenue.

On a marqué sur la Pile qui sépare la première & la se-  
conde Arche du Pont-Royal une espèce d'Echelle placée du  
côté intérieur; cette Echelle est divisée en pieds, & sub-  
divisée en demi-pieds. Joignant la quantité dont l'eau avoit  
diminué le 2 Janvier 1741 avec la hauteur à laquelle elle  
touchoit alors sur cette Echelle, je trouve que lors de la  
plus grande hauteur elle a dû répondre à la division de  
l'Echelle, qui marqueroit 25 pieds 3 pouces.

En 1719, année dans laquelle les eaux furent très-basses,  
l'eau touchoit seulement à la division qui répond à 2 pieds  
3 pouces de l'Echelle: ainsi c'est une différence de 23 pieds  
entre cette moindre hauteur de 1719 & la plus grande de  
1740. En 1731 l'eau fut encore plus basse qu'en 1719,  
ce qui donne une différence encore plus considérable entre  
la plus grande hauteur & la moindre.

Au reste les divisions de cette Echelle ne commencent  
pas à la ligne du fond de la Rivière auprès du Pont-Royal,  
mais



# AVERTISSEMENT.

La partie du Plan chargée de ha-  
chures ondules désigne l'étendue d'inon-  
dation que la Rivière occupait dans les  
Places, Rues et Maisons qu'elle inonde  
lors de la plus grande élévation des eaux  
arrivée le 25. de décembre.

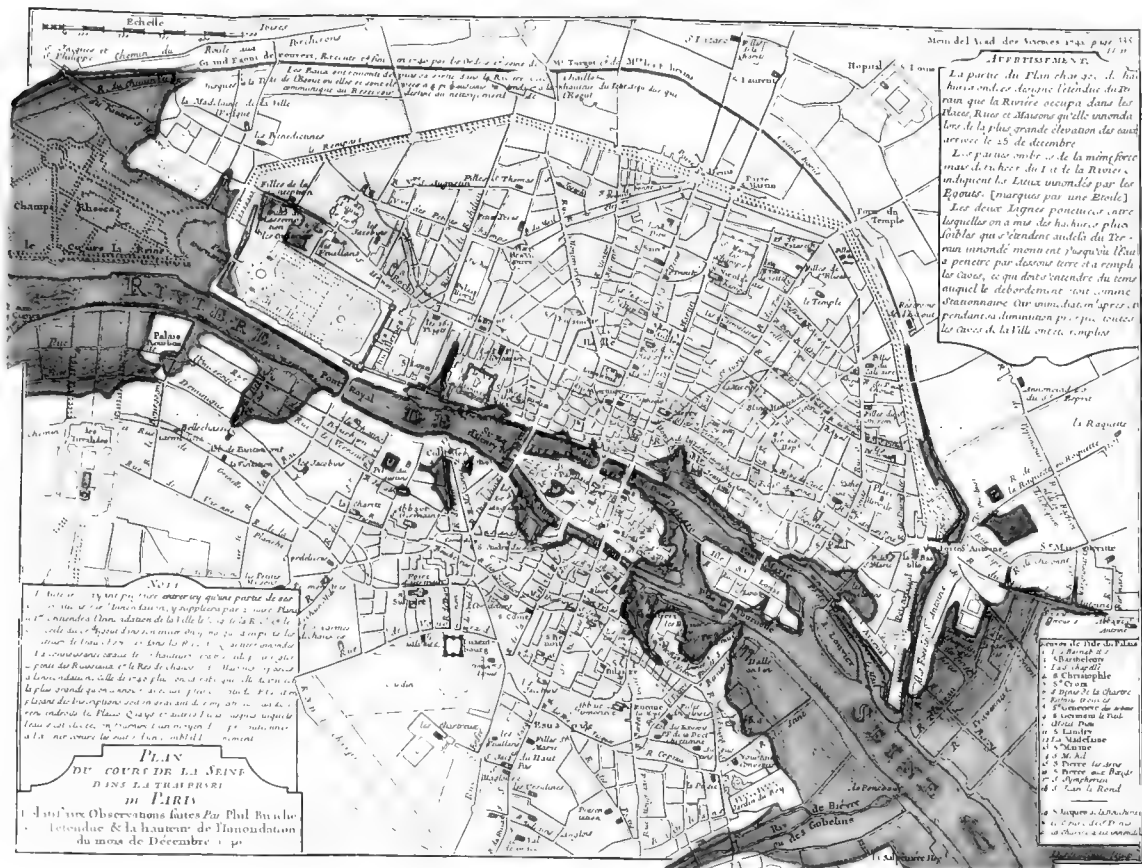
Les parties ombrées de la même for-  
me détachées du Lits de la Rivière  
indiquent les Lieux inondés par les  
Egouts. [marqués par une Bouteille]

Les deux Lignes ponctuées entre  
lesquelles on a mis des hachures plus  
fortes qui s'étendent au-delà du Ter-  
rain inondé montrent jusqu'où l'Eau  
a pénétré par dessous terre et a rempli  
les Caves; ce qui doit s'entendre du tem-  
s auquel le débordement étoit comme  
Stationnaire. Car immédiatement après  
pendant sa diminution presque toutes  
les Caves de la Ville ont été remplies.



- Relevé de l'Etat du Palais  
1. Les Barnabites.  
2. S. Barthélémy.  
3. La S. Chapelle.  
4. S. Christophe.  
5. S. Croix.  
6. S. Denis de la Chartre.  
7. Enfants trouvés.  
8. S. Genevieve des Armes.  
9. S. Germain le Pres.  
10. Hotel-Dieu.  
11. S. Landry.  
12. La Madeleine.  
13. S. Martin.  
14. S. Michel.  
15. S. Pierre des Armes.  
16. S. Pierre aux Bâtons.  
17. S. Symphonien.  
18. S. Jean le Rond.

19. S. Jacques de la Boucherie.  
20. Le Cloître des Dames  
de la Chartre a été inondé.



mais seulement à celle qui répond à la surface du banc nommé le Nœud d'aiguillette, qui se trouve entre la demi-lune du Cours & Chaillot. Ce banc étant un des endroits où la Rivière a le moins de fond depuis Paris jusqu'à Rouen, il est très-important de sçavoir combien il y a d'eau au dessus ; c'est pour cet objet que cette Echelle a été construite, & que le *Maître du Pont-Royal* fait sçavoir aux marchands de Rouen quelle est la hauteur de l'eau au dessus de ce banc de Chaillot. On voit par-là que pour avoir par cette Echelle la véritable hauteur de la Rivière au dessus du sol de son lit, il faut y ajouter la différence qui se trouve entre le sol du fond au Pont-Royal & celui du banc du Nœud d'aiguillette. Cette différence est de 14 pieds, dont le dessus de ce banc est plus élevé que le sol de la Rivière sous l'Arche du milieu du Pont-Royal,



*SUR LES INSTRUMENTS  
QUI SONT PROPRES AUX EXPERIENCES  
DE L'AIR.*

TROISIEME PARTIE.

*Des Instruments qui assortissent la Machine Pneumatique de Raréfaction.*

Par M. l'Abbé NOLLET.

16 Juin  
1741.

**A** peine la Machine du Vuide fut-elle inventée & connue, que les Physiciens s'empreserent d'en faire usage ; la découverte des principales propriétés de l'air encore toute récente, la fit regarder avec raison comme un moyen d'apprendre bien des nouveautés, & on a vû depuis que cette idée avantageuse étoit bien fondée. On se contenta d'abord de l'employer telle qu'elle étoit en sortant des mains de Boyle & de Papin qui l'avoient déjà perfectionnée ; mais l'envie de sçavoir dans une matière aussi intéressante augmentant de plus en plus après les premiers progrès, donna lieu à de nouvelles vûes ; l'industrie vint au secours du zèle & d'une louable curiosité, on imagina plusieurs façons d'opérer, différents procédés avec lesquels la Machine du Vuide devint, ou plus généralement applicable aux expériences de son genre, ou capable d'opérer d'une manière plus prompte, plus commode ou plus sûre, ce qu'elle n'avoit fait jusqu'alors qu'imparfaitement, & avec beaucoup de peine de la part de celui qui s'en servoit.

Ce sont ces nouveaux moyens ou ces additions utiles que j'entreprends de décrire ici, afin de les faire connoître à ceux qui pourroient en avoir besoin, & pour leur épargner les soins & le temps que cette recherche m'a coûtés. Je ne

me donne point pour l'inventeur de tous ces Instruments auxiliaires, la plupart sont dûs à la sagacité de quelques Philosophes d'un mérite connu, à qui j'aurai soin de les attribuer quand il en sera question : mes propres besoins m'en ont fait imaginer plusieurs, & l'usage m'a fait connoître ce que je devois changer ou ajouter à ceux que je n'ai point inventés.

Parmi ces différentes Machines il y en a qui sont d'un usage plus fréquent ou plus général, d'autres ne conviennent qu'à quelques expériences particulières. Je traiterai d'abord & plus amplement des premières, comme étant les plus importantes ; & je me contenterai d'indiquer une partie des autres, & de les faire connoître par une description moins étendue.

On peut rappeler au premier rang certaines pièces qui font partie des Machines Pneumatiques que j'ai décrites dans les Mémoires de l'année 1740 ; telles sont les *Platines* que l'on peut ôter, & par le moyen desquelles on conserve le vuide dans un Récipient, sans être obligé de le laisser appliqué à la Machine Pneumatique ; les *Boîtes-à-cuirs* qui servent à transmettre les mouvements dans le vuide ; le *Rouet* ou la Machine de rotation avec laquelle on donne à ces mouvements transmis tel degré de vitesse que l'on veut, sans laisser rentrer l'air extérieur. Toutes ces pièces que j'ai décrites précédemment, sont autant d'appendices dont la Machine du Vuide a été augmentée, qui ont étendu son usage à différentes sortes d'opérations, ou bien à un plus grand nombre de la même espèce, & on ne peut disconvenir de leur utilité & des facilités qu'elles offrent à ceux qui ont à travailler dans ce genre d'étude.

Mais de tous les Instruments qui s'emploient avec la Machine Pneumatique aux expériences de l'air raréfié, il en est peu qui soient aussi utiles, & dont on ait aussi fréquemment besoin, que celui qui mesure le degré de raréfaction. Dans toutes les épreuves qui se présentent à faire, il ne suffit pas toujours de diminuer la densité de l'air d'une

quantité quelconque, il importe souvent de sçavoir dans quel rapport on l'a mis avec celui de l'atmosphère, & on travailleroit en aveugle en pareil cas, si l'on n'avoit pas quelque règle pour s'en assurer. C'est une des choses dont la nécessité s'est fait sentir bien-tôt à ceux qui ont fait usage de la Machine du Vuide ; je vais examiner les moyens que l'on a employés jusqu'ici pour cet effet, & j'indiquerai celui qui m'a paru le meilleur.

*Instruments propres à faire connoître à quel degré l'air a été raréfié avec la Machine du Vuide.*

Le mouvement du mercure dans le Baromètre, universellement reconnu comme un effet immédiat de la pression plus ou moins grande de l'air, a paru le moyen le plus propre à indiquer le degré de raréfaction qu'on se proposoit de connoître ; & en effet si le mercure n'est élevé à 27 ou à 28 pouces dans cet Instrument que par la pression de l'air, lorsqu'il sera renfermé sous un Récipient, & qu'on le verra baisser, ce sera sans doute une marque qu'on a diminué la densité de l'air qui s'opposoit à sa chute, & les différents degrés d'abaissemens dans le tuyau désigneront avec précision de combien l'air du Récipient est raréfié.

Ce moyen reçu d'abord & avoué de tout le monde comme le meilleur, fut employé depuis en différentes façons. La plus simple de toutes fut aussi celle qu'on pratiqua la première, on plaça le Baromètre dans le vaisseau même où l'on faisoit le vuide ; mais soit qu'on y renfermât le tuyau tout entier, soit qu'on n'y mît que la partie inférieure en laissant excéder le reste, l'opération étoit peu commode, & on étoit exposé à de fréquents accidens.

Ces inconvénients firent abandonner cette première application du Baromètre, & on donna la préférence à une invention fort ingénieuse que je crois devoir attribuer à M. Papin, au moins paroît-il être le premier qui l'ait mise en usage ; au lieu d'enfermer dans le Récipient la partie

inférieure du Baromètre, comme ont fait ceux à qui il a paru trop incommode de l'y faire entrer tout entier, ce Physicien imagina d'y faire passer seulement le bout supérieur du tube qu'il laissa ouvert, pendant que le reste placé perpendiculairement sous la platine, plongeoit par son autre extrémité dans un vase qui contenoit du mercure en suffisante quantité ; ainsi ce tuyau ouvert de part & d'autre plongeant d'une part dans un réservoir, & de l'autre répondant à un vaisseau dans lequel on fait le vuide, est, à proprement parler, une Pompe aspirante dans laquelle le mercure est élevé par la pression de l'air extérieur, à mesure que l'on diminue la densité de celui qui est contenu dans le Récipient.

On ne peut disconvenir que cette pratique ne soit plus commode que la première, & sujette à moins d'accidents ; cependant pour en tirer tout l'avantage qu'elle promet, il faut faire attention à deux choses ; 1.<sup>o</sup> que le mercure & le tube soient toujours bien nets, & celui-ci d'un diamètre assez grand, afin que les frottements ne fassent point trop d'obstacle aux efforts de l'air extérieur ; 2.<sup>o</sup> que l'on soit assuré par un Baromètre de comparaison de la juste hauteur à laquelle s'éleveroit le mercure, si la densité de l'air étoit réduite à zéro dans le Récipient, comme on suppose qu'elle l'est dans la partie supérieure d'un Baromètre.

Si l'on néglige la première de ces précautions, on court risque de raréfier l'air du Récipient plus qu'on ne s'est proposé de le faire ; car si le mercure trouve de la difficulté à se mouvoir dans le tuyau, cet obstacle empêchera qu'il ne s'élève autant que lui permettroit de le faire la différence qu'on a fait naître entre les deux airs qui répondent aux deux extrémités du tuyau, l'air extérieur & l'air du Récipient ; & l'erreur sera justement plus grande dans le cas où elle sera le plus à craindre, c'est-à-dire, quand on voudra faire des expériences sur un air peu différent de son état naturel.

Il sera pourtant assez difficile d'entretenir le même Instrument long-temps net, parce que toutes les fois qu'on fait

rentrer l'air dans le Récipient, & par conséquent dans le tuyau, qu'on doit considérer comme s'il en faisoit partie, il y porte des vapeurs grasses & humides dont il se charge en passant ou par le corps de la pompe ou par le robinet.

La seconde attention que j'ai recommandée, n'est pas moins nécessaire que la première; car si l'on ne connoît point toute la valeur actuelle du poids de l'air extérieur, comment sçaura-t-on ce qu'il faut en déduire pour la résistance de celui qui reste dans le Récipient, ou, ce qui est la même chose, le rapport qu'il y a entre leurs différentes densités? Mais si l'on veut s'en assurer par un Baromètre, il est nécessaire de rappeler un fait qui est bien connu en Physique, c'est que les colonnes de mercure ne s'élèvent également dans ces sortes de tubes, que quand les diamètres sont égaux. Ainsi par l'Instrument dont il est ici question, l'on ne jugeroit pas comme il faut du degré de raréfaction de l'air, en le comparant même à un Baromètre, à moins qu'on ne se fût assuré auparavant, ou de l'égalité, ce qui seroit le mieux, ou du rapport de leurs diamètres.

De ces deux premières applications du Baromètre à la Machine du Vuide, l'une a le mérite d'être simple, mais on doit avouer qu'elle est incommode; l'autre embarrasse moins l'expérience & le vaisseau dans lequel elle se fait, mais elle exige des attentions & de l'entretien: M. de Mairan qui par sa propre expérience en a senti les défauts, nous en a procuré une troisième qui est plus heureuse, car elle a toute la simplicité de la première, & n'exige point les mêmes soins que la seconde. Il paroît même qu'on auroit pu jouir plutôt de cette invention, si l'on avoit suivi de plus près les procédés de Boyle, & si l'amour de la nouveauté n'avoit point fait tomber dans un parfait oubli ce que ce Philosophe a pratiqué en pareil cas. L'Instrument dont il s'agit, peut se placer dans toutes sortes de Récipients sans aucun embarras, & c'est par l'abaissement du mercure vers son niveau que l'on juge immédiatement & sans aucune comparaison, du degré auquel l'air est raréfié.



Ceux qui ont mis cette invention en usage dans ces derniers temps, ont reconnu comme moi les avantages qu'elle a sur celles du même genre qui ont été connues jusqu'ici ; mais plusieurs ne sentant point assez les principes sur lesquels elle est fondée, ou bien parce qu'ils ont ignoré ou négligé certains phénomènes, dont les causes concourent à faire baisser le mercure, ont péché dans la construction de l'Instrument, & en ont fait une règle fautive, ou une mesure équivoque : c'est pourquoi non seulement je le décrirai tel qu'il est sorti des mains de son auteur, mais je dirai en peu de mots ce que l'on a eu en vûe en le construisant, & les précautions qu'on doit prendre pour le faire tel qu'il doit être.

M. de Mairan ayant considéré que dans la plupart des expériences du Vuide on ne commençoit à consulter le Baromètre d'épreuve que quand l'air étoit fort raréfié, & que la colonne de mercure n'étoit plus élevée que de quelques pouces au dessus de son niveau, a jugé avec raison qu'en pareil cas un Baromètre dont on auroit retranché une grande partie, rendroit le même service, & que le tube étant, par exemple, réduit à 4 pouces de longueur, le mercure commenceroit à baisser lorsque l'air seroit assez raréfié pour faire perdre au Baromètre entier 23 pouces  $\frac{1}{2}$  de sa hauteur moyenne ; que l'on pouvoit par conséquent supprimer cette longueur superflue de tuyau fragile & embarrassant dans un grand nombre d'occasions.

Mais ce retranchement si commode doit se faire sans aucun préjudice aux qualités essentielles : M. de Mairan a sans doute prétendu que le Baromètre tronqué ne cesseroit pas d'être un bon Baromètre, qu'il seroit dans l'air raréfié ce que doit faire dans l'air libre celui qui a toute son étendue ; ainsi l'on doit être soigneusement attentif à procurer au mercure toute la mobilité possible, & à écarter toutes les causes étrangères qui pourroient ou favoriser l'action de l'air sur la surface du réservoir, ou diminuer son effet.

Il ne suffit donc point de prendre au hazard un petit

tube de verre scellé par un bout, renflé par l'autre, & recourbé comme on le voit en la Figure 1<sup>re</sup>, & d'y faire couler du mercure jusqu'à ce qu'il paroisse plein, comme ont fait plusieurs de ceux qui ont voulu profiter de cette invention : je ferai voir, en traitant exprès des Instrumens météorologiques, qu'il faut s'y prendre autrement pour construire un Baromètre, si l'on veut qu'il ait les qualités requises. Je dirai seulement ici que si l'on se contente de faire couler du mercure dans un tube, il y reste toujours de l'air attaché aux parois du verre, ou divisé en petites bulles dans le mercure même ; par succession de temps cet air gagne la partie supérieure du tuyau, car peu-à-peu celui qui tient aux parois, cède aux fréquents frottements de la colonne de mercure qui s'y meut, & les petites bulles répandues dans la masse se dilatent & gagnent le haut par leur excès de légèreté, quand le vuide s'y fait par l'abaissement du mercure : cet air enfin tend à se dilater, & ses efforts concourent avec le poids de la colonne ; ainsi quand elle baisse, on n'est point en droit de prendre cette diminution comme la juste mesure de la raréfaction de l'air opérée par la Machine Pneumatique.

Mais s'il y a de l'air au dessus du mercure dans le tuyau, ne s'en appercevra-t-on pas d'abord si la quantité en est considérable ? & s'il y en a très-peu, doit-on le regarder comme un défaut de quelque conséquence ?

S'il s'agissoit ici d'un tube dont la longueur excédât 2 pieds  $\frac{1}{2}$ , & dans lequel il restât un espace de 3 ou 4 pouces au dessus du mercure, comme sont les Baromètres ordinaires, il est vrai qu'en l'inclinant un peu on s'appercevroit aisément si quelque partie d'air un peu considérable en occupoit la partie supérieure ; il est encore vrai que s'il n'y en avoit que très-peu, on ne devoit pas en craindre beaucoup les effets, parce que cet air ayant tout lieu de s'étendre dans la partie du tube qui reste vuide, ne feroit point une opposition sensible à l'ascension du mercure.

Mais il n'en est pas de même à l'égard du Baromètre tronqué

tronqué: comme il est entièrement plein, s'il se trouve de l'air en la partie d'en haut, cet air exercera tout son ressort contre la colonne de mercure, & ajoutera au poids de ce fluide une nouvelle puissance pour contrebalancer la pression de l'air qui répond à la base.

Une autre source d'erreur qui peut encore en imposer, c'est que si le tube est capillaire (& il en a encore sensiblement les propriétés quand il n'a qu'une ligne  $\frac{1}{2}$  de diamètre) le mercure, comme l'on sçait, se comportant dans ces sortes de tuyaux tout autrement que les autres liqueurs, se tiendra plus bas qu'il ne feroit, s'il n'obéissoit qu'à son poids mis en équilibre avec l'air raréfié.

C'est pour avoir été trompé par ces différents effets, qu'on a quelquefois attribué à des Machines Pneumatiques des perfections qu'elles n'avoient pas réellement, & qu'elles ne pouvoient pas même avoir, comme de faire descendre le Baromètre à son niveau ou au dessous; je dis des perfections qu'elles ne pouvoient pas avoir, car en les supposant faites avec la plus sévère exactitude, on sçait qu'elles ne peuvent que raréfier l'air, qu'elles ne réduisent point sa densité à zéro. C'est pour cette raison sans doute que M. Boerhaave dans sa Chymie, en considérant les différents milieux résistants selon l'ordre de leur densité, distingue le vuide de Boyle de celui de Toricelli, à qui il donne le premier rang. Il est donc aussi peu possible de faire descendre le Baromètre à son niveau par la seule action de cette Machine, que de faire naître l'équilibre entre quelque chose & rien.

Pour prévenir les inconvénients dont je viens de parler, & pour être en droit de compter les degrés de raréfaction de l'air par la mesure de l'abaissement du mercure dans le Baromètre tronqué, sans avoir égard à aucune autre cause, je construis cet Instrument de la manière qui suit.

*A, B, C, (Fig. 2.<sup>de</sup>)* est un Siphon renversé, dont le tuyau a par-tout 2 lignes  $\frac{1}{2}$  de diamètre, scellé hermétiquement en *C*, & ouvert de toute sa largeur en *A*; je dis

qu'il a par-tout le même diamètre, pour faire entendre qu'en le pliant en *B*, il faut avoir soin d'éviter les étranglements, afin que cette sinuosité ne nuise point au mouvement du mercure.

Je fais couler dans la branche *CB*, du mercure bien purifié, & que j'ai fait bouillir pendant quelques minutes pour en dégager l'air. Quand cette jambe du Siphon est presque remplie, je la passe suivant sa longueur à travers la flamme d'une Lampe d'Émailleur, ou sur des charbons ardents, & je fais ainsi bouillir le mercure jusqu'à ce que je n'y apperçoive plus aucune bulle d'air qui l'interrrompte. Je le laisse un peu refroidir, & j'acheve de l'emplir jusqu'en *D*, observant toujours d'en faire sortir l'air que j'y apperçois, en chauffant cette partie avec ménagement, & en y introduisant un fil de fer fort mince. Ensuite sur une rondelle de plomb qui a environ un pouce de diamètre & 5 ou 6 lignes d'épaisseur, j'attache perpendiculairement une petite règle de bois mince, large de 9 à 10 lignes, & couverte d'un papier blanc collé, comme le représente la Figure 3<sup>me</sup>; j'y présente le Baromètre pour marquer la surface inférieure du mercure par la ligne *EF*, & l'extrémité supérieure de la colonne par *GH*; je divise l'espace compris entre ces deux lignes, en deux parties égales par *IK*, je partage la moitié *GH*, *IK*, en pouces & en lignes, & j'y attache le Baromètre, comme on le voit Fig. 4<sup>me</sup>.

Après avoir détaillé, comme j'ai fait ci-dessus, les défauts de construction que j'avois remarqués dans cet Instrument, il est inutile que je m'étende davantage sur ce qu'on doit attendre de son exactitude, si l'on suit le procédé que je viens d'exposer; le mercure employé plus pur dans un tuyau plus large & plus égal, aura des mouvements plus libres, & les deux branches étant de même diamètre, n'auront rien qui tienne du tuyau capillaire.

Quant à la longueur du Baromètre tronqué, dans la plupart des expériences où il est nécessaire, il suffit qu'il ait 2 ou 3 pouces au dessus de la ligne du niveau *IK*; mais

comme il coûte peu d'en avoir plusieurs, & qu'on peut avoir besoin de connoître au juste l'état d'un air moins raréfié, il est bon d'en faire qui ayent 6 à 7 pouces de marche; ils pourront encore être enfermés sous de grands Récipients; & pour ne rien laisser à desirer sur cette matière, je finirai cet article par la description d'un Baromètre d'épreuve qui a toute son étendue, & qui s'ajuste sans embarras & dans le moment qu'on en a besoin, à des Récipients de différentes capacités.

*MN* (*Fig. 5.<sup>me</sup>*) est un Tube de verre qui a 30 pouces de longueur & 2 lignes de diamètre intérieur, rempli de mercure purifié, & avec les précautions énoncées ci-dessus; il est plongé dans un petit vase de verre *OP*, qui a intérieurement 14 lignes de diamètre au plus large, & qui contient du mercure jusqu'en *OP*. L'un & l'autre sont attachés ensemble par une petite zone de peau mince, liée d'une part au Tube, & de l'autre au col du petit vase, de sorte que le tout considéré comme on le voit en la Figure 5.<sup>me</sup>, est un véritable Baromètre.

La partie inférieure se renferme dans une boîte cylindrique de verre (*Fig. 6.<sup>me</sup>*) qui a environ 2 pouces de diamètre & 3 pouces de hauteur, fermée par en haut d'un couvercle de cuivre dont le fond est percé au centre, & surmonté d'une virole dans laquelle on fait passer le Tube pour y être cimenté; des deux côtés de la virole & sur le fond on a fixé deux petites platines de cuivre *R, S*, auxquelles on attache une petite règle de bois couverte de papier, qui porte la gradation. L'autre bout de la boîte est fermé pareillement par un couvercle, dont le fond est aussi percé au centre, & porte une virole *T* qui est extérieurement une vis propre à s'ajuster aux Récipients qui sont préparés, comme on l'a dit, pour recevoir les boîtes-à-cuir. Voyés la Figure 7.<sup>me</sup>.

Comme cet instrument ne doit servir que dans les occasions où l'air sera peu raréfié, la colonne de mercure ne baissera jamais d'une quantité assez grande pour changer sensiblement la hauteur de la surface du mercure dans le

348 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
réservoir, dont le diamètre est fort grand relativement à celui du tuyau, c'est pourquoi on pourra négliger l'élévation de la base, en comptant les degrés d'abaissements du mercure par les gradations de la planche.

Si les Baromètres d'épreuve font connoître à quel degré l'air est raréfié, ils ont encore un autre mérite, en ce qu'ils sont très-propres à indiquer si la Machine Pneumatique avec laquelle on les emploie, est exacte ou défectueuse ; car si le mercure ne reste pas constamment aussi bas qu'on l'a fait descendre, c'est une marque certaine que l'air rentre dans le Récipient, à moins qu'on n'y ait renfermé des matières qui en fournissent.

*Moyen que l'on peut employer commodément pour faire  
le Vuide en fort peu de temps.*

En lisant les expériences qui ont été faites par quelques Physiciens sur la durée de la vie des Animaux dans le vuide, & en général toutes celles où il a fallu tenir compte du temps aussi-bien que de l'état des corps placés dans un air fort rare, il m'a toujours paru qu'il manquoit à leurs résultats un degré de justesse & de précision sans lequel elles perdent souvent beaucoup de leur mérite. Sur trois minutes, par exemple, qu'on accuse, quand j'ai tout lieu de croire qu'il y en a une de plus ou de moins, quel cas puis-je faire d'une telle expérience, si la mesure du temps y est une chose absolument nécessaire ? c'est pourtant la circonstance où je me trouve toutes les fois que je lis qu'il arrive telle ou telle chose à un corps, quand il est tant de temps dans le vuide ; car soit qu'on date du premier coup de piston ou du dernier, l'expression est fautive, & je demeure d'autant plus incertain, que j'ignore le temps qu'on a mis entre l'un & l'autre.

C'est pour donner lieu de constater des faits où il reste de pareilles incertitudes, & pour faciliter des épreuves dont on seroit peut-être dégoûté par la crainte de les trouver

trop difficiles dans l'exécution, que j'exposerai ici un moyen que j'ai imaginé pour raréfier l'air promptement, & qui me réussit tout au mieux quand je puis me servir d'un petit vaisseau, ou que je n'ai pas besoin d'une raréfaction poussée à ses derniers degrés, & on peut dire que ce sont les cas les plus ordinaires.

Le procédé dont il s'agit ici est fort simple, on le peut suivre sans embarras, il ne cause aucune nouvelle dépense à quiconque est en possession d'une Machine Pneumatique semblable à l'une de celles dont j'ai donné la description \*; & pour donner une idée de l'effet & de la promptitude avec laquelle il s'exécute, l'usage que j'en ai me met en droit d'affirmer qu'en une seconde de temps tout au plus, on peut faire descendre le mercure à moins d'un pouce de son niveau dans un Récipient capable de contenir un Pigeon. Voilà ce qu'on peut faire sans se jeter dans de nouveaux frais; mais on feroit davantage s'il en étoit besoin, en suivant la même voie avec quelque dépense de plus qui ne seroit pas considérable.

Il faut appliquer à la Machine Pneumatique le Récipient le plus grand qu'on ait, c'est-à-dire, un de ceux qui ont environ 9 pouces de diamètre sur 10 ou 11 de hauteur, ouvert par le haut, & garni d'une virole de cuivre avec un fond comme pour recevoir une boîte-à-cuir. Sur ce grand vaisseau il faut établir une des platines mobiles dont nous avons parlé au sujet de la Machine Pneumatique simple, avec son robinet, comme il est représenté dans la Fig. 8<sup>me</sup>, & sur cette platine un cuir mouillé & un Récipient le plus petit que pourra le permettre l'expérience qu'on aura à faire.

Le canal du robinet doit avoir au moins 2 lignes  $\frac{1}{2}$  de diamètre, & la clef doit être percée comme celle de la Machine Pneumatique simple, c'est-à-dire, qu'outre le trou *X* (Fig. 9.<sup>me</sup>) qui la traverse diamétralement, & qui est aussi large que le canal, elle est encore percée d'un petit trou oblique *Y**Y* qui communique avec un autre *Y**Z* qu'on a pratiqué dans l'axe, & qui ne doit point atteindre le trou *X*.

\* V. les Mémoires  
de l'Ac. 1740.  
pag. 385. &  
507.

Tout étant disposé comme on le voit Figure 8<sup>me</sup>, il faut fermer le grand Récipient avec le robinet, & raréfier l'air qu'il contient, jusqu'à ce que le Baromètre d'épreuve soit aussi près de son niveau qu'il est possible de l'en approcher; si on place ensuite un Récipient sur la petite platine, & qu'on ouvre la communication entre les deux vaisseaux, on conçoit bien que l'air du dernier se partagera entre les deux capacités suivant le rapport qu'elles ont eue elles, & avec presque toute la vitesse d'un ressort qui se débände, & d'un fluide à qui on a ménagé un passage assez libre.

Il est vrai que pour arriver à ce premier effet, il en coûte l'évacuation d'un grand vaisseau, qui est assez pénible, elle le seroit même trop, si l'on avoit beaucoup d'expériences de cette espèce à faire de suite, & s'il falloit à chaque fois répéter le même travail; mais j'ai prévenu cet inconvénient par la construction du robinet.

Quand on voudra lever de dessus sa platine le Récipient dans lequel s'est passée l'expérience, c'est-à-dire, le plus petit, il faudra bien se garder de rendre l'air par le robinet de la Machine Pneumatique, car on voit bien que le grand vaisseau se rempliroit d'air, & que pour une seconde opération il faudroit recommencer sur nouveaux frais tout ce qu'on a fait pour la première; il faudra seulement tourner la clef du robinet de communication de manière que le trou *VY* regarde la petite platine, alors l'air extérieur rentrera dans le petit Récipient par le canal *ZY*, & donnera la liberté de l'ôter, le plus grand conservera son état, & pour recommencer l'expérience, il suffira de donner quelques coups de piston, afin d'évacuer la petite quantité d'air qui s'y sera introduite par la communication des deux vaisseaux.

Si l'on avoit à faire quelque épreuve pour laquelle il ne fût pas suffisant de raréfier l'air autant qu'il est possible de le faire avec cette préparation, il ne s'agiroit, comme on voit, que d'être muni d'un plus grand vaisseau; mais il y aura bien peu d'occasions où l'on ait besoin d'une raréfaction d'air poussée aussi loin, & où on ne puisse même souffrir



une moindre différence que celle dont j'ai fait mention entre les capacités des deux Récipients.

Le moyen que je viens d'indiquer, met à portée non seulement de raréfier l'air presque subitement, mais encore de prévoir & de régler d'avance son degré de raréfaction ; car il ne s'agit pour cela que d'employer des vaisseaux dont les capacités soient en rapports connus, & on pourra varier aisément ces rapports sans être obligé d'avoir un grand nombre de Récipients de différentes grandeurs, en mettant dans le plus grand quelque corps solide qui y tienne plus ou moins de place.

*Disposition d'Instruments commodes pour examiner une portion d'Air prise au hazard ou avec choix, soit dans l'atmosphère, soit dans un lieu rempli à dessein de vapeurs ou d'exhalaisons connues.*

Dans la plupart des expériences que l'on a faites sur l'air avec la Machine du Vuide, il semble que l'on ait presque borné ses vûes aux seuls effets de sa pesanteur & de son ressort ; il en est peu, en comparaison des autres, dans lesquelles on l'a considéré comme un fluide mêlé avec d'autres matières, pour sçavoir ce qu'il est ou ce qu'il n'est pas en conséquence de ces parties étrangères. C'est pourtant son état ordinaire d'être ainsi mêlé ; & s'il nous est utile de connoître les propriétés inséparables du milieu dans lequel nous passons notre vie, rien n'est plus digne aussi de notre attention que d'apprendre, s'il est possible, ce que nous devons craindre ou attendre de ses qualités accidentelles. La difficulté sera sans doute de les connoître, & de sçavoir au juste d'où elles dépendent ; mais nous sommes redevables à l'expérience de tant de connoissances auxquelles il semble qu'on n'eût jamais dû prétendre, que nous ne devons désespérer de rien.

Ayant depuis long temps tourné mes vûes vers cette partie de la Physique, j'ai cherché des moyens qui pussent

faciliter mon travail ; j'en ai trouvé plusieurs dans les Auteurs qui ont écrit sur ce sujet, & nommément dans l'excellent ouvrage de M. Halles, qui a pour titre, *Analyse de l'Air*. Mais comme ces procédés n'ont presque rien de commun avec la Machine du Vuide, je les regarde comme étrangers à mon objet présent, & pour me renfermer dans les bornes de mon titre, je décrirai seulement ceux qui ont un rapport direct avec la Pompe Pneumatique.

En construisant les Instruments dont je vais parler, je me suis proposé de les rendre tels, qu'avec leur secours on pût appliquer à la Machine du Vuide successivement ou en même temps, plusieurs portions d'air, dont les rapports fussent toujours connus, soit pour la quantité, soit pour la densité, soit pour la température ; j'ai voulu de plus que ces masses d'air soumises à l'expérience, ou comparées ensemble, ne tinssent rien des vaisseaux qui doivent les renfermer, & que tout ce qu'elles pourroient contenir de matières étrangères fût connu.

Pour remplir la première de ces conditions, j'adapte à la Machine Pneumatique une platine de cuivre garnie d'un bord, comme celles dont j'ai parlé ci-dessus, longue d'un pied, large de 6 pouces, dont le plan représenté par la Figure 1<sup>o</sup><sup>me</sup>, est terminé par deux lignes paralleles & par deux demi-cercles.

A 4 pouces  $\frac{1}{2}$  de distance du centre de cette pièce, dans le grand & dans le petit axe, on a pratiqué trois vis percées *A, B, C*, qui excèdent le plan d'environ  $\frac{3}{4}$  de ponce, & semblables à celle de la platine fixe.

Au revers de la même pièce est une grande virole ronde ou triangulaire *DE* (Fig. 11.<sup>me</sup>) qui a un ponce  $\frac{1}{2}$  de hauteur, & dont le fond percé en *F* en forme d'écrou, peut s'ajuster à la Machine du Vuide. Cette espèce de boîte doit être exactement soudée de toute part, & renfermer dans sa circonférence les petits canaux formés par les trois vis *A, B, C*.

Sur la platine que je viens de décrire, j'établis deux  
Récipients

Récipients de capacités connues, dont l'intérieur peut communiquer avec la Pompe par *A. & B.* comme on le peut voir par la Fig. 12<sup>me</sup>. Les vaisseaux de cette espèce sont d'une forme à pouvoir être aisément lavés, séchés, essuyés autant de fois qu'il en sera besoin ; & pour empêcher que le plan qui leur sert de base ne procure quelque humidité au volume d'air qu'ils renferment, au lieu de les y appliquer avec des cuirs mouillés ou graissés dont on se sert ordinairement, il faut, après les avoir placés immédiatement sur le cuivre bien net, les y luter par le moyen d'un cordon de cire ramollie avec un peu de térébenthine, & cela satisfait autant qu'il est possible à la seconde condition, c'est-à-dire, qu'avec ces précautions l'air qu'on renferme ne contracte du vaisseau que ce qui peut s'exhaler du vaisseau même ou de la base.

Les choses étant ainsi disposées, il est évident que la pompe agit également & dans le même temps sur deux portions d'air dont il est aisé de comparer les quantités par les capacités des Récipients ; le Baromètre d'épreuve dont on a donné la description ci-dessus (Fig. 7<sup>me</sup>) placé en *C* (Fig. 12<sup>me</sup>) peut apprendre pendant tout le temps de l'expérience quel est le degré actuel de raréfaction, & on peut s'assurer de la température par un Thermomètre placé dans le lieu où l'on opère, ou dans le Récipient même si on avoit lieu de croire que cela fût nécessaire.

Si l'on n'avoit jamais à éprouver que l'air de l'atmosphère, tel qu'il est dans son état naturel, les Récipients pourroient être de ceux que j'ai nommés à *boutons*, & qui sont toujours fermés par le haut ; mais souvent on voudra que cette portion d'air qui doit faire le sujet de l'expérience, soit plus ou moins pure qu'on ne le trouve naturellement, on voudra qu'il soit préparé & plus connu que celui qu'on renferme au hasard quand on pose le vaisseau sur la platine ; c'est pourquoi j'emploie ici des Récipients ouverts & garnis de robinets, comme on le voit en la Figure 12<sup>me</sup>, ce qui donne lieu de les remplir de tel air qu'on voudra quand on les aura évacués.

Comme il est important que ce nouvel air qu'on introduit, soit tel qu'on le croit être, & qu'il ne contracte rien dans son passage, on ne peut trop recommander de tenir fort court le canal de chaque robinet, & de le nettoyer souvent, ainsi que le trou de la clef qui en fait partie.

Cette première préparation qui met en état de faire agir la pompe également sur deux portions d'air, ne permet pas qu'on les compare en même temps par les différences de densité; il pourroit arriver cependant qu'on eût besoin d'une telle comparaison, & c'est pour en donner les moyens que je propose de faire ce qui suit.

Ajustés sur une petite platine ronde un Récipient semblable à ceux de la Figure 1 2<sup>me</sup>, avec les précautions & de la même manière que je l'ai prescrit ci-dessus (*Fig. 1 1.<sup>me</sup>*) joignés la platine par la vis *G* au robinet *H*, & mettés un Baromètre tronqué dans le vaisseau *GI*, ou bien un grand Baromètre d'épreuve au lieu du robinet *I*, selon le degré de raréfaction dont vous aurés besoin.

Il est évident que le robinet de communication *H* donnera la liberté de laisser agir la pompe autant & si peu qu'on voudra sur l'air du vaisseau *GI*, & qu'on pourra mettre sa densité en tel rapport qu'on voudra avec celui du Récipient *A* de l'autre part.

S'il est question d'éprouver une masse d'air préparée à dessein, qu'on aura chargée de quelques vapeurs ou d'exhalaisons connues, on pourra faire cette préparation dans une grande cloche, ou dans quelque vaisseau équivalent, qu'on fera communiquer avec un des Récipients par un canal de verre.

Mais pour être bien certain que la portion d'air qu'on éprouve ne contient que ce qu'on y a introduit, ou bien pour reconnoître par voie de comparaison si elle est pure, ou si elle contient quelque chose d'étranger, il seroit à souhaiter qu'on pût avoir un air sans mélange, pour le préparer avec connoissance, ou pour confronter ses effets avec ceux d'un air mélangé ou moins connu. On ne peut guère se

promettre de purger une masse d'air avec tant d'exactitude, qu'elle ne contienne plus que ses parties propres, & qu'elle soit parfaitement homogène; mais on peut la rendre moins impure, & lui ôter une grande partie des exhalaisons ou des vapeurs qu'elle renferme, & on aura par approximation ce qu'il est peut-être impossible d'avoir d'une manière complète.

Quelques Physiciens, pour avoir un air moins humide que l'atmosphère, l'ont filtré avec succès à travers du sel de Tartre ou de quelque autre alkali fixe. D'autres qui ne se proposoient point de lui procurer ce degré de sécheresse, ont assez bien réussi en le lavant dans l'eau pour lui faire perdre les soufres, les sels & les autres matières dont ils le soupçonnoient d'être chargé. En joignant les deux procédés ensemble, j'ai pensé qu'on pouvoit assez bien purifier l'air, & je vais décrire les Instruments que j'emploie, soit pour remplir un vaisseau d'air purifié, soit pour y introduire un air préparé.

*AB* (*Fig. 13.<sup>me</sup>*) est une planche longue d'environ 3 pieds, large de 14 pouces & épaisse d'environ 10 lignes: représentée selon son plan par la *Fig. 14.<sup>me</sup>* elle est ouverte à jour par deux trous ronds, dont l'un marqué *C*, de 4 pouces de diamètre, est garni en son bord d'un petit bourlet d'étoffe, & l'autre *D* est de la grandeur convenable pour recevoir la virole *DE* de la platine ovale: (*Fig. 12.<sup>me</sup>*)

Cette planche enfermée & retenue fixement entre les deux platines (celle des Récipients & celle de la Machine Pneumatique) forme de part & d'autre une tablette de 13 à 14 pouces de largeur & de longueur, sur laquelle j'établis les vaisseaux qui doivent communiquer avec les Récipients, d'une manière plus solide que s'ils étoient posés sur des supports séparés de la Machine.

*E* est un grand Récipient de verre dans lequel on prépare une masse d'air, en y faisant brûler quelque matière, ou autrement; ce vaisseau est ouvert en sa partie supérieure, & garni d'une virole de cuivre avec un fond dans lequel

le siphon de verre *FG* est ajusté par sa garniture de cuivre qui est à vis; la jambe la plus longue du siphon est garnie en *G* d'une virole dont le fond est excédent, & porte en son milieu un petit bout de canal qui entre lisse dans celui du robinet, & qui s'y joint exactement avec un cercle de cuir interposé, & un cordon qui retient les deux pièces attachées l'une à l'autre.

*IK* est un globe de verre qui a 6 à 7 pouces de diamètre, ouvert aux deux poles & garni en *L* d'un bouchon à vis avec épaulement, ou d'un bouchon de verre semblable à ceux des flacons.

Il est aussi garni en *M* d'un couvercle de cuivre dont le fond est ouvert & surmonté d'une virole de même métal, & percé pour recevoir un petit tube de verre qui a 2 ou 3 lignes de diamètre intérieur, & renflé en *N* comme la boule d'un petit Thermomètre à laquelle on a pratiqué plusieurs petits trous.

*OP* est un autre globe plus petit que le précédent, avec lequel il communique par un canal de verre qui est cimenté d'une part à la virole *M*, & de l'autre à une boîte de cuivre *O* qui entre à vis sur la garniture du petit globe, & qui s'y joint avec un cercle de cuir.

Le siphon *QR* est joint en *P* & en *T*, comme celui de l'autre part l'est en *F* & en *G*.

Ces vaisseaux étant disposés pour être ajustés ensemble, comme on le voit en la Figure 13<sup>me</sup>, je remplis d'eau de pluie distillée le globe *IK* presque entièrement, & je mets dans l'autre du coton neuf, ou des petits morceaux de linge blanc de lessive que j'ai trempés dans une forte dissolution de sel de Tartre, & que j'ai fait bien sécher ensuite; je joins mes deux vaisseaux ensemble, & je les mets en état de communiquer avec le Récipient *S* par le robinet *T* lorsqu'il sera ouvert.

Il est aisé de voir qu'avec cette préparation, si l'on fait le vuide le plus parfait qu'il soit possible, en *H* ou en *S*, & qu'on ouvre la communication *V* ou *T*, on fera passer dans

les Récipients l'air préparé en *E*, ou bien celui de l'atmosphère, qui en entrant par *M*, & se divisant en *N* en petits globules, déposera dans l'eau du premier globe une bonne partie des corps étrangers qu'il porte avec lui, & perdra ensuite dans le sel de Tartre de l'autre globe l'humidité qu'il aura contractée dans cette première lotion, & on aura ainsi une portion d'air sur la pureté duquel il semble qu'on doive plus compter que lorsqu'on le reçoit immédiatement de l'atmosphère.

Ne pourroit-il pas même arriver qu'en procédant ainsi, l'eau du globe examinée avec soin après plusieurs expériences semblables fît connoître ce qu'il y avoit d'étranger dans l'air qu'elle aura lavé? Si on pouvoit l'espérer (& pourquoi ne le pourroit-on pas?) je voudrois qu'on portât ses vûes jusqu'à en connoître, au moins par approximation, la quantité pour une portion d'air donnée: si l'on sçait une fois la capacité de la pompe, & qu'on se donne la peine de compter les coups de pistons, en laissant le robinet du Récipient ouvert, on sçaura combien on a lavé d'air, & on pourra le comparer avec le dépôt qu'il aura fait dans l'eau, s'il en fait un qui soit assez sensible pour être mesuré.

Quoique la Figure représente les deux procédés ensemble, pour peu qu'on y fasse attention, l'on voit bien que si on avoit fait le vuide en *S* & en *H*, on ne pourroit pas, en ouvrant les deux robinets *T* & *V*, avoir d'un côté de l'air pur, & de l'autre un air préparé en *E*. Quand on a besoin d'une telle comparaison, il faut suivre le procédé que j'ai indiqué ci-dessus, pour comparer en même temps deux masses d'air de différentes densités.

Je dois avertir aussi que quand on veut purifier l'air, il ne faut pas le faire passer dans l'eau & dans le sel de Tartre avec trop de vitesse, il faut ouvrir le robinet *T* modérément & à plusieurs reprises pour donner plus de temps à l'opération.

*Moyens qu'on peut employer pour faire passer dans le Vuide d'autres fluides que l'Air, & pour tenter des mélanges où l'on voudroit que l'Air n'eût point de part.*

J'ai indiqué ci-dessus une manière d'opérer par laquelle toutes sortes de corps se trouvent presque subitement placés dans un air fort rare ; on pourroit donc, en suivant le même procédé, faire le vuide autour d'un vase ouvert & rempli d'une liqueur quelconque, ou bien raréfier l'air en la manière ordinaire autour d'un vaisseau fermé & fixé, dont le bouchon tenu par la tige d'une boîte à cuir pourroit être ôté quand on le jugeroit à propos.

De ces deux partis qu'on peut également prendre en plusieurs occasions, si on choisit le dernier, on ne doit point oublier de mettre la liqueur qu'on veut éprouver, dans un vaisseau assés solide pour résister aux efforts de l'air intérieur, qui pourroient bien le faire crever quand il ne sera plus contrevenu par celui du dehors.

De quelque façon qu'on opère, si la bouteille est pleine, on doit s'attendre que les particules d'air contenues dans la liqueur en se dilatant la répandront en partie, & c'est une précaution qu'on doit prendre, de placer le vase qui la contient, dans un autre vaisseau qui reçoive ce qui en sortira, si on a intérêt de ne le point perdre, ou si on craint qu'il n'endommage la Machine.

Mais ni l'un ni l'autre de ces moyens ne pourra convenir quand il sera nécessaire d'introduire une liqueur dans le vuide peu-à-peu ou à plusieurs reprises, quand il faudra l'y faire tomber goutte à goutte ou autrement sur quelques matières, & qu'une chute plus ou moins violente entrera pour quelque chose dans le dessein qu'on se sera proposé. C'est pour satisfaire à ces différentes vûes, que je propose l'opération suivante.

Le Récipient dans lequel on doit raréfier l'air, porte en



la partie supérieure un robinet dont le canal aboutit au col d'un autre vaisseau de verre placé verticalement, & qui contient la liqueur qu'on a dessein d'introduire dans le vuide. Ce dernier vase peut avoir telle figure qu'on voudra, mais il est à propos qu'il soit rétréci par le haut en forme de goulot, pour être garni d'une virole de métal dans laquelle on ajustera un bouchon de pareille matière, à la manière des clefs de robinets, & qui en doit faire la fonction. Cette clef sera percée sur le côté & dans l'axe par deux trous communicants d'une ligne de diamètre, & on en fera un semblable à la virole, qui puisse correspondre à celui de la clef, quand il en sera nécessaire.

Ces différentes pièces jointes ensemble par des vis & par des anneaux de cuir interposés, comme il est représenté par la Figure 15<sup>me</sup>, le robinet de communication *X* étant fermé, si on met une liqueur dans le vaisseau d'en haut, & qu'on fasse le vuide dans le Récipient, en ouvrant le canal de communication, l'on y fera nécessairement passer cette liqueur qui tombera sur tout ce qu'on aura jugé à propos d'exposer à sa chute.

Il est presque inutile de dire qu'on pourra rendre l'écoulement continu ou intermittent, en ouvrant & en fermant alternativement le robinet de communication, & qu'on en pourra modérer la quantité ou la vitesse, en bouchant en partie l'extrémité du canal avec une plume, du coton, ou toute autre chose équivalente.

Mais il n'est pas hors de propos d'avertir qu'on pourra aussi rendre la chute de la liqueur plus violente par degrés qu'elle ne le seroit naturellement si elle n'obéissoit qu'à son propre poids, & c'est pour cet effet que j'ai pratiqué un autre robinet *Y* à la partie supérieure du vase qui contient la liqueur ; pour peu qu'on y réfléchisse, on concevra que c'est un moyen bien simple pour joindre la pression de l'atmosphère au poids de la liqueur ; & comme il est aisé de ne point laisser rentrer autant d'air qu'il en faudroit pour remplir le vuide causé par l'écoulement, on doit convenir

360 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
que la pression peut être augmentée & diminuée à volonté  
sur la surface.

Avec la préparation que je viens de décrire, on peut bien, comme on voit, introduire des liqueurs dans un lieu où l'air soit fort raréfié, mais on ne peut point empêcher qu'elles n'y portent avec elles celui qu'elles contiennent; & comme c'est le propre de l'air de se dilater & d'abandonner les corps dans lesquels il est retenu quand leur surface n'est plus comprimée par l'atmosphère, les liqueurs en entrant dans le vuide le font cesser en partie par une infinité de globules d'air qui les quittent.

S'il s'agissoit donc d'éprouver des mélanges où l'air ne dût point avoir de part, soit comme milieu, soit comme partie, on ne pourroit point se flater de réussir en introduisant les liqueurs ensemble ou successivement de la manière que je viens d'enseigner, il faudroit, s'il étoit possible, qu'elles fussent parfaitement purgées de l'air qu'elles contiennent, & qu'on les mêlât dans un lieu où il n'y en eût point. Les moyens que je vais indiquer ne satisferont point à ces deux conditions dans toute leur étendue, mais ils mettront en état de tenter tout ce qui m'a paru possible en pareil cas.

M. Muffchembroeck me fit voir il y a quelques années dans son Laboratoire une petite Burette suspendue en balance, qui me parut très-commode pour des expériences de ce genre; je l'ai imitée à très-peu de différence près, & en voici la description.

La Figure 16<sup>me</sup> représente une petite Fiole de verre faite en poire, qui a environ 2 pouces de diamètre sur 4 de longueur; le col est garni en dehors d'une virole de métal qui est fixée avec du mastic, & qui est percée de deux petits trous diamétralement opposés.

Le col de la Fiole garni comme on vient de le dire, entre avec aisance dans un petit châssis de cuivre (*Fig. 17. & 18<sup>me</sup>*) qui a 2 pouces  $\frac{1}{2}$  de longueur, & dont les deux grands côtés sont traversés au milieu par deux vis dont les pointes

pointes forment deux pivots qui entrent dans les trous de la virole, & sur lesquels la Firole se meut; & afin qu'elle ne se cassé point en retombant brusquement sur la traverse inférieure du chassis, elle est reçue sur un fil de soie qui est tendu un peu au dessus & parallèlement à cette traverse.

Le chassis glisse & tourne sur une tige ronde *AB*, & s'arrête par le moyen d'une vis *C* dans la direction & à la hauteur qu'on juge convenables.

Au bas de la tige est une espèce de clou *B* à tête plate, qui entre quarrément dans une pièce à coulisse (*Fig. 19.<sup>me</sup>*) & qui peut se fixer avec un écrou à oreilles *D* à telle distance qu'on veut du centre *E*.

Pour faire usage de cette invention, après avoir monté deux Burettes, comme celle de la Figure 18.<sup>me</sup>, sur la pièce à coulisse que la Figure 19.<sup>me</sup> représente, j'établis le tout sur la platine de la Machine Pneumatique, & je l'y retiens fixement, faisant passer la vis du centre par le trou *E*, sur quoi je serre la petite platine que représente la Figure 20.<sup>me</sup>, & qui sert à porter le vase dans lequel on veut faire le mélange. Je mets dans les Burettes les liqueurs qu'il est question de mêler sans air, & je les couvre d'un Récipient garni d'une boîte à cuir, dont la tige porte à son extrémité une petite patte qui fait avec elle un angle droit, ainsi qu'il est représenté par la Figure 21.<sup>me</sup>.

Ensuite je raréfie l'air le plus qu'il est possible dans le Récipient, & je le laisse en cet état pendant quelque temps, pour donner lieu à l'air qui est dans les liqueurs de se dégager; je réitère les coups de piston jusqu'à ce que je n'apperçoive plus de globules, alors je fais descendre la tige de la boîte à cuir, de manière que la petite patte fasse incliner celle des Fioles que je veux vider la première, & je fais la même chose pour l'autre.

En parlant du Baromètre d'épreuve, j'ai dit qu'il indiquoit d'une manière infailible si la Machine Pneumatique avec laquelle on l'employoit, étoit exacte ou défectueuse;

& en effet si le mercure baissé vers son niveau n'y demeure pas constamment, on peut conclurre avec certitude que l'air rentre dans le Récipient, mais on demeure incertain sur l'endroit où est le mal, & l'on a quelquefois bien de la peine à le découvrir; on pourra s'en assurer fort aisément, en introduisant dans le vuide une quantité d'eau suffisante pour couvrir la platine à la hauteur de 2 ou 3 pouces, car alors les bulles d'air qu'on appercevra sensiblement, indiqueront au premier coup d'œil l'endroit qui leur donne un passage.





Fig. 2.



Fig. 8.

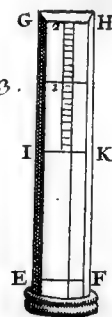


Fig. 3.



Fig. 4.

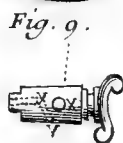


Fig. 9.



7.

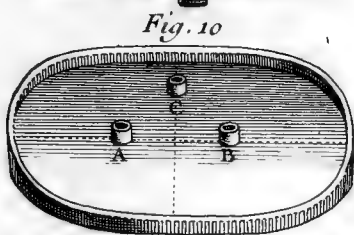


Fig. 10.

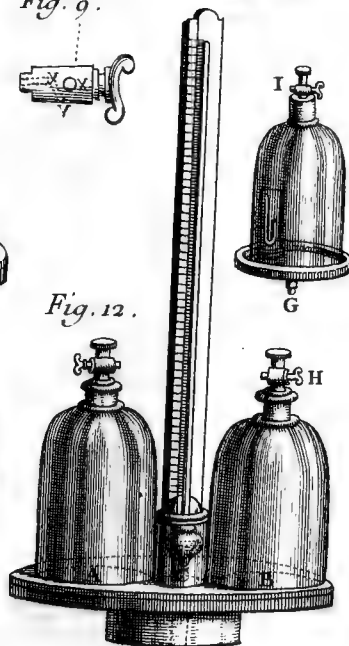


Fig. 12.



Fig. 19.

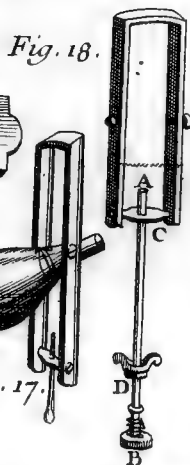


Fig. 18.



Fig. 16.

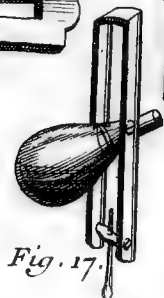


Fig. 17.

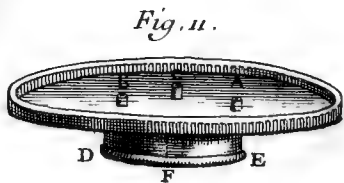
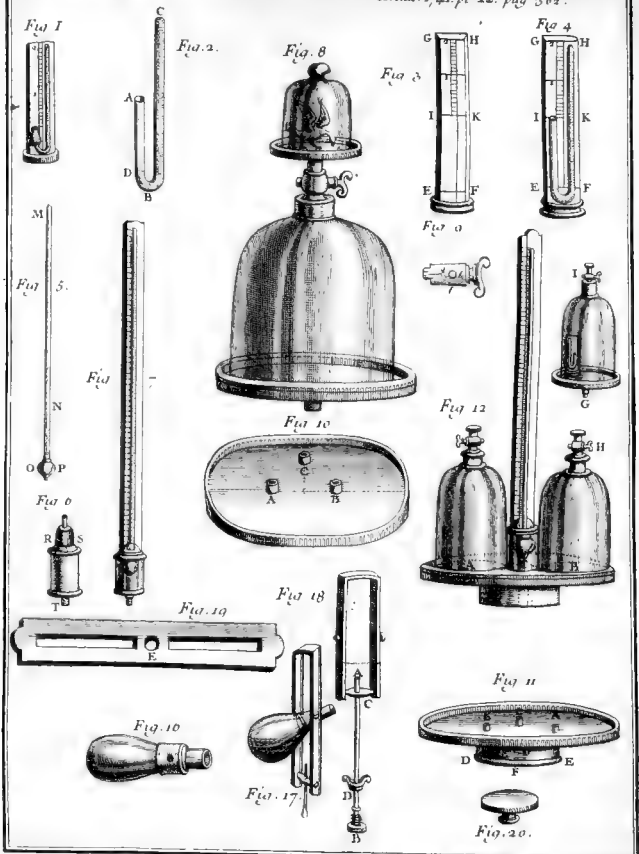
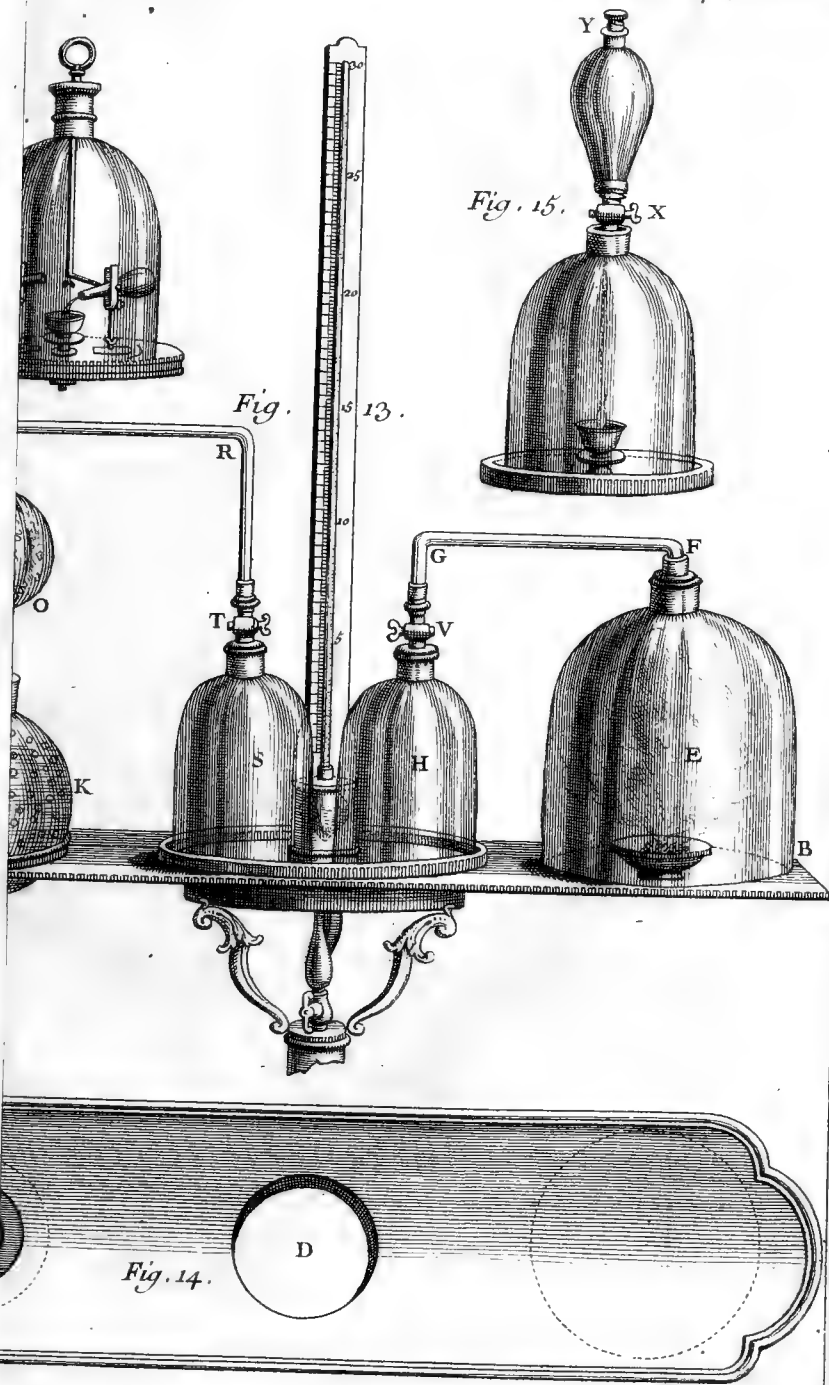


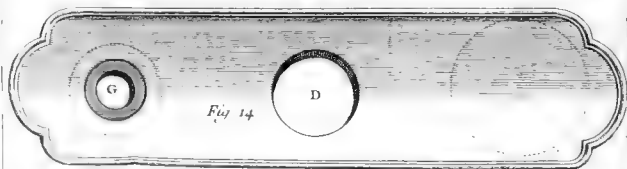
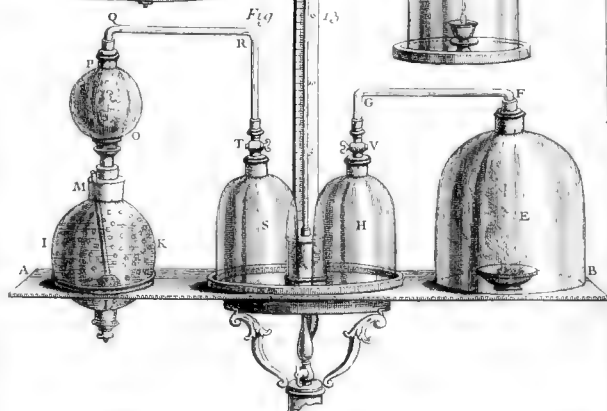
Fig. 11.



Fig. 20.









# MOYENS DE CONSTRUIRE UNE PENDULE

*Qui ne puisse point s'allonger par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.*

Par M. CASSINI.

COMME les Horloges à Pendule sont sujettes à avancer ou à retarder, suivant les divers degrés de froid & de chaud, M. Julien le Roy a imaginé un moyen de remédier à cet inconvénient, en appliquant au dessus de la boîte de la Pendule un Tuyau de cuivre avec une barre de fer au dedans, qui y est suspendue par le haut, & qui, à cause de la différence entre la dilatation de ces deux métaux, sert à raccourcir la Verge du Balancier pendant qu'elle est allongée par la chaleur, & à l'allonger au contraire lorsqu'elle est raccourcie par le froid.

6 Mai  
1741.

Cette invention a eu tout le succès qu'on en pouvoit espérer, suivant l'expérience qu'on en a faite depuis qu'elle a été mise en exécution; mais comme le tuyau de cuivre qui est au dessus de la Pendule doit avoir plus de 4 pieds  $\frac{1}{2}$  de hauteur pour faire l'effet requis, ce qui peut causer quelque embarras dans les lieux où l'on souhaite de la placer, & empêche que le tout ne soit renfermé dans une boîte pour la garantir de l'impression du dehors, on a pensé à d'autres méthodes fondées sur le même principe, pour faire en sorte que la Verge du Balancier se conserve toujours de la même longueur, sans que le chaud ou le froid puisse causer aucune variation sensible dans la durée de ses vibrations.

Comme le moyen de conserver aux Pendules le plus de régularité qu'il est possible, est un objet des plus intéressants pour l'Astronomie, puisque c'est de-là que dépend

principalement la précision des observations, j'ai cru devoir en proposer quelques-uns qui m'ont paru plus simples que ceux qui ont été exécutés jusqu'à présent, ou du moins qui sont venus à ma connoissance ; je les juge d'autant plus avantageux, qu'ils peuvent s'appliquer à toutes les Pendules qui ont été construites jusqu'à présent, & même à peu de frais, sans qu'on soit obligé de rien changer dans leur intérieur.

Fig. 1.

Soit pour cet effet  $AB$  une Lame ou Règle d'acier mince, vûe de profil, entièrement semblable aux verges de Pendule, d'environ 34 pouces de longueur sur 3 à 4 lignes de largeur & d'une ligne d'épaisseur, à laquelle soit appliquée une Règle de cuivre  $CE$ , aussi vûe de profil, de même largeur & épaisseur, & de 28 pouces de longueur, laquelle y soit arrêtée fixement à son extrémité supérieure au point  $D$ , à la distance de 6 pouces ou environ du point  $A$  de la suspension du Pendule. Soit enfin une autre Verge d'acier  $SO$  qui soutient la Lentille, de même largeur & épaisseur que la Verge  $AB$ , & qui puisse glisser librement le long de cette Verge, au moyen d'une ou de plusieurs chapes de cuivre ou de fer, telles que  $GH$ ,  $MN$ , arrêtées fixement sur la Verge de cuivre  $CE$  en  $G$  & en  $M$ , & qui embrassent toutes les Règles, de manière qu'elles ne puissent pas s'écarter les unes des autres.

On appliquera à l'extrémité inférieure de ces Verges une autre chape  $TRP$  qui puisse tourner verticalement autour d'un pivot  $R$  attaché fixement sur la Verge de fer  $AB$ , & l'on pratiquera, tant par devant que par derrière, des rainures  $T$  &  $P$  dans la direction de  $TP$ , afin que les pivots  $T$  &  $P$  attachés fixement sur les Verges  $CE$ ,  $SO$ , à la distance l'un de l'autre, telle qu'on la déterminera dans la suite, puissent s'élever ou s'abaisser librement lorsque ces Verges viendront à s'allonger ou à se raccourcir par l'effet du chaud ou du froid.

On suppose que la chape  $TP$  ait été placée d'abord dans une situation horizontale dans le temps que l'air étoit tempéré.

Il est évident que s'il ne survient aucune variation dans la température de l'air, le Pendule fera des vibrations égales autour du point *A* de suspension, le pivot *P* soutenant la Verge *SO* à une hauteur constante.

Mais lorsque par l'effet de la chaleur, par exemple, toutes les Verges viendront à s'allonger, celle de cuivre *CE*, dont la dilatation est plus grande que celle de la portion *DB* de la Règle de fer *AB*, auprès de laquelle elle est appliquée, la débordera d'une quantité telle que *BE*, ce qui abaissera le pivot *T*, & obligera le pivot *P* de s'élever suivant le rapport de la distance entre ces pivots ; d'où il suit que la Verge *SO* qui soutient la Lentille, & qui peut glisser librement le long de la Règle de fer *AB*, s'élèvera & raccourcira la distance du point *A* au point *O*, laquelle avoit été augmentée d'une certaine quantité par la dilatation du fer.

Le contraire arrivera par l'effet du froid qui raccourcira la Verge de cuivre *CE*, & augmentera la distance du point *A* au point *O*, qui étoit devenue plus petite que lorsque l'air étoit tempéré.

La longueur de la Verge de cuivre *CE* étant donnée, de même que le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, il s'agit de déterminer quelle doit être la distance entre les pivots *T*, *R*, *P*, pour que l'élévation ou l'abaissement causé par l'excès de la dilatation du cuivre sur celle du fer, soit d'une quantité égale à l'allongement ou raccourcissement du Pendule produit par l'effet du chaud ou du froid.

Soit *AO* qui mesure la longueur du Pendule plus le demi-diamètre de la Lentille, qu'on supposera de 39 pouces ; *CI* une Verge de cuivre de 27 pouces de longueur depuis le point *C* où elle est arrêtée fixement à la Verge de fer *AR*, jusqu'à son pivot en *I* ; *OQ* la quantité dont le Pendule s'est allongé par l'effet de la chaleur ; *HR* l'allongement de la portion *EH* de la Verge de fer *AH* depuis le point *E* jusqu'au point *H*, & *IT* celui de la Verge de cuivre *CI*.

Suivant les expériences qu'on a faites pour déterminer

le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, on l'a trouvé comme 10 à 17 : on aura donc  $HR$  à  $IT$ , comme 10 à 17, ou 27 à 46. Donc  $TV$  excès de l'allongement de la Règle de cuivre  $CI$  sur celle de fer  $ER$ , est à  $HR$ , comme 19 à 27. Mais les dilatations des diverses Règles de fer étant supposées proportionnelles à leur longueur,  $OQ$  est à  $HR$ , comme  $AO$  est à  $EH$ , c'est-à-dire, comme 39 pouces sont à 27. Donc  $TV$  est à  $OQ$ , comme 19 à 39 ; d'où il suit qu'il faut placer les pivots  $P, R, T$ , à une distance l'un de l'autre, telle que  $TR$  soit à  $RP$ , comme 19 à 39 ; car  $TR$  étant à  $RP$ , comme  $TV$  à  $VF$ , on aura  $TV$  à  $VF$ , comme 19 à 39 ; mais  $TV$  est à  $OQ$ , comme 19 à 39 ; donc  $VF$  ou  $PX$  qui mesure la quantité dont le Pendule  $AO$  a été élevé au dessus du point  $R$  par l'effet du levier causé par l'excès  $VT$  de la dilatation du cuivre sur celle du fer, est égal à  $OQ$  qui mesure la quantité dont toutes les Verges de fer qui composent le Pendule  $AO$  ont été allongées par le même degré de chaleur, ce qui est requis pour conserver l'égalité de ses vibrations.

Il en arrivera de même par l'effet du froid, avec la différence que l'excès du raccourcissement du cuivre sur celui du fer contribuera à allonger le Pendule d'une quantité égale à celle dont il s'étoit raccourci.

On voit que dans la construction de ce Pendule on peut faire la Verge  $SO$  qui soutient la Lentille, de telle longueur qu'on voudra, sans que cela puisse causer aucune altération dans la durée des vibrations.

On peut aussi pratiquer un autre moyen pour rendre uniformes les vibrations des Pendules, en plaçant une Règle de cuivre  $BD$ , telle qu'elle est représentée dans la 3<sup>me</sup> Figure, entre la Verge de fer  $AC$ , à laquelle est suspendu le Pendule & la Verge  $SO$  qui soutient la Lentille.

On arrêtera fixement la Règle  $BD$  à la Verge  $AC$  par son extrémité inférieure  $D$ , & on y appliquera vers son extrémité supérieure une chape  $TP$  qui embrassera toutes les Règles, & pourra tourner verticalement autour du pivot  $T$ ,

Fig. 3.

attaché fixement sur la Verge  $AC$ . On pratiquera sur cette chape, tant par devant que par derrière, des rainures en  $R$  & en  $P$  dans la direction de  $TP$ , afin que les pivots  $R$  &  $P$  attachés fixement sur la Règle  $RF$  & sur la Verge  $SO$ , puissent s'élever ou s'abaisser librement, lorsque ces Règles viendront à s'allonger ou à se raccourcir; ce qu'on peut aussi exécuter en plaçant le pivot  $R$  qui est sur la Règle de cuivre, au dessous de la chape  $TP$ , & le pivot  $P$  qui est sur la Verge  $SO$ , au dessus de cette chape. Enfin on embrassera toutes ces Règles par une ou plusieurs chapes, telles que  $GH$  &  $MN$ , de fer ou de cuivre, arrêtées fixement sur le plat de la Règle de fer  $AC$ , & construites de manière que ces Règles puissent glisser librement les unes sur les autres sans pouvoir s'en écarter.

Il est évident que la Règle de cuivre  $BD$  s'allongeant par l'effet de la chaleur depuis  $D$  jusqu'en  $R$ , d'une plus grande quantité que la partie  $TC$  de la Verge de fer  $AC$  qui lui étoit égale dans l'état de l'air tempéré, le pivot  $R$  s'élèvera, & obligera le pivot  $P$  de s'élever suivant le rapport de  $TP$  à  $TR$ ; d'où il suit que le Pendule  $SO$  qui peut glisser librement dans les chapes  $GH$ ,  $MN$ , s'élèvera dans la même proportion, & raccourcira la distance entre les points  $A$  &  $O$ , laquelle avoit été augmentée par l'effet de la chaleur.

Le contraire arrivera par l'effet du froid, auquel cas la Règle de cuivre  $DR$  venant à se raccourcir d'une plus grande quantité que la Verge  $CT$ , le pivot  $R$  qui soutenoit la chape dans une situation horizontale lorsque l'air étoit tempéré, s'abaissera, & le pivot  $P$  qui soutenoit le Pendule descendra par le poids de la Lentille, ce, qui augmentera la distance  $AO$  entre les extrémités du Pendule qui avoit été raccourci par le froid.

Si l'on veut déterminer quelle longueur on doit donner à la Règle de cuivre  $BD$ , pour que les distances entre les pivots  $P$ ,  $R$ ,  $T$ , soient égales entr'elles, ce qui est plus facile pour l'exécution :

Fig. 4.

Soit  $AO$  la mesure du Pendule depuis le point de suspension  $A$  jusqu'à l'extrémité inférieure  $O$  de la Lentille qui est de 39 pouces ou environ ; soient aussi  $CH$  &  $DI$  les deux Règles de fer & de cuivre depuis les points  $C$  &  $D$  où elles sont arrêtées fixement, jusqu'aux pivots  $H$  &  $I$ , lorsque l'air est tempéré ;  $OQ$  la quantité dont tout le Pendule s'est allongé par l'effet de la chaleur ;  $HT$  l'allongement de la Verge de fer  $CH$ , &  $IR$  celui de la Règle de cuivre  $DI$ . Il est évident que lorsque la Règle de cuivre  $DI$  se fera allongée de  $I$  en  $R$ , la Verge  $PO$  qui soutient la Lentille, se fera élevée par l'effet du levier au dessus du point  $X$ , d'une quantité  $PX$  qui doit être égale à l'allongement  $OQ$  du Pendule causé par la chaleur, pour que ses vibrations soient d'égale durée.

Supposant donc, comme ci-dessus, le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, comme 17 à 10, on aura  $IR$  moins  $HT$  ou  $RV$ , excès de la dilatation de la Règle de cuivre  $DI$  sur celle de fer  $CH$ , est à  $HT$  comme 7 est à 10 : mais à cause de  $TR$  qu'on a supposé égal  $RP$ ,  $PX$  est double de  $RV$  ; on aura donc  $PX$  ou  $OQ$  est à  $HT$ , comme 14 est à 10. Mais les dilatations des diverses Règles de fer étant proportionnelles à leur longueur,  $OQ$  ou  $PX$  est à  $HT$ , comme  $AO$  est à  $CH$ . Donc 14 est à 10, comme  $AO$  longueur de tout le Pendule supposé de 39 pouces est à  $CH$  ou  $DI$ , qu'on trouvera de 27 pouces 10 lignes qui mesurent la longueur qu'on doit donner à la Règle de cuivre  $DI$  pour faire l'effet requis.

Fig. 5.

On peut encore employer un moyen bien simple pour remédier aux variations du Pendule causées par le chaud & le froid, qui consiste à placer une Règle de cuivre  $BD$  entre la Verge de fer  $AC$  qui est suspendue en  $A$  à son extrémité supérieure, & la Verge  $SC$  qui porte la Lentille.

La Règle de cuivre  $BD$  aura 56 pouces ou environ de longueur, & passera librement au travers de la Lentille, de même que la Verge  $AC$  à laquelle elle sera arrêtée fixement en  $CD$ .

La Verge

La Verge  $SO$  qui soutient la Lentille, sera terminée à son extrémité supérieure par une vis qui entrera dans un écrou  $BE$  qui posera en  $B$  sur la Règle de cuivre  $BD$ , & soutiendra le Pendule auquel on donnera par le moyen de cet écrou la hauteur requise pour battre les secondes.

On voit aisément que la Verge  $DB$  de cuivre se dilatera ou se raccourcira par le chaud ou le froid d'une plus grande quantité que la Verge de fer  $AC$  à laquelle elle est attachée en  $CD$ , & obligera la Verge de fer  $SO$  qui soutient la Lentille, de s'élever ou de s'abaisser d'une quantité qui est mesurée par l'excès de la dilatation du cuivre sur celle du fer, qui doit être double de celle qu'on a trouvée dans l'exemple précédent; d'où il suit que la Règle de cuivre  $BD$  doit être de 55 pouces 8 lignes, comme on le déterminera immédiatement, en faisant, comme 7 est à 10, ainsi  $AO$  39 pouces est à  $AC$  55 pouces 8 lignes qui mesurent la longueur qu'on doit donner à cette Règle pour faire l'effet requis.

On peut faire en sorte que ce Pendule ne puisse point être altéré par l'impression du froid & du chaud, & déterminer en même temps avec assés d'évidence le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, en perçant les Règles  $BD$ ,  $SO$ , par des trous  $T$ ,  $R$ ,  $P$ , &c. près les uns des autres, où l'on appliquera successivement des clavettes pour soutenir la Verge du Balancier à une hauteur telle que ses vibrations soient toujours égales dans le plus grand chaud comme dans le plus grand froid.

Dans cet état la Verge de cuivre  $DB$ , depuis son extrémité inférieure  $O$  jusqu'au point  $B$ , que l'on a trouvé être celui de la suspension, sera à la longueur du Pendule supposé de 39 pouces, dans le rapport de la dilatation du fer à l'excès de la dilatation du cuivre sur celle du fer.

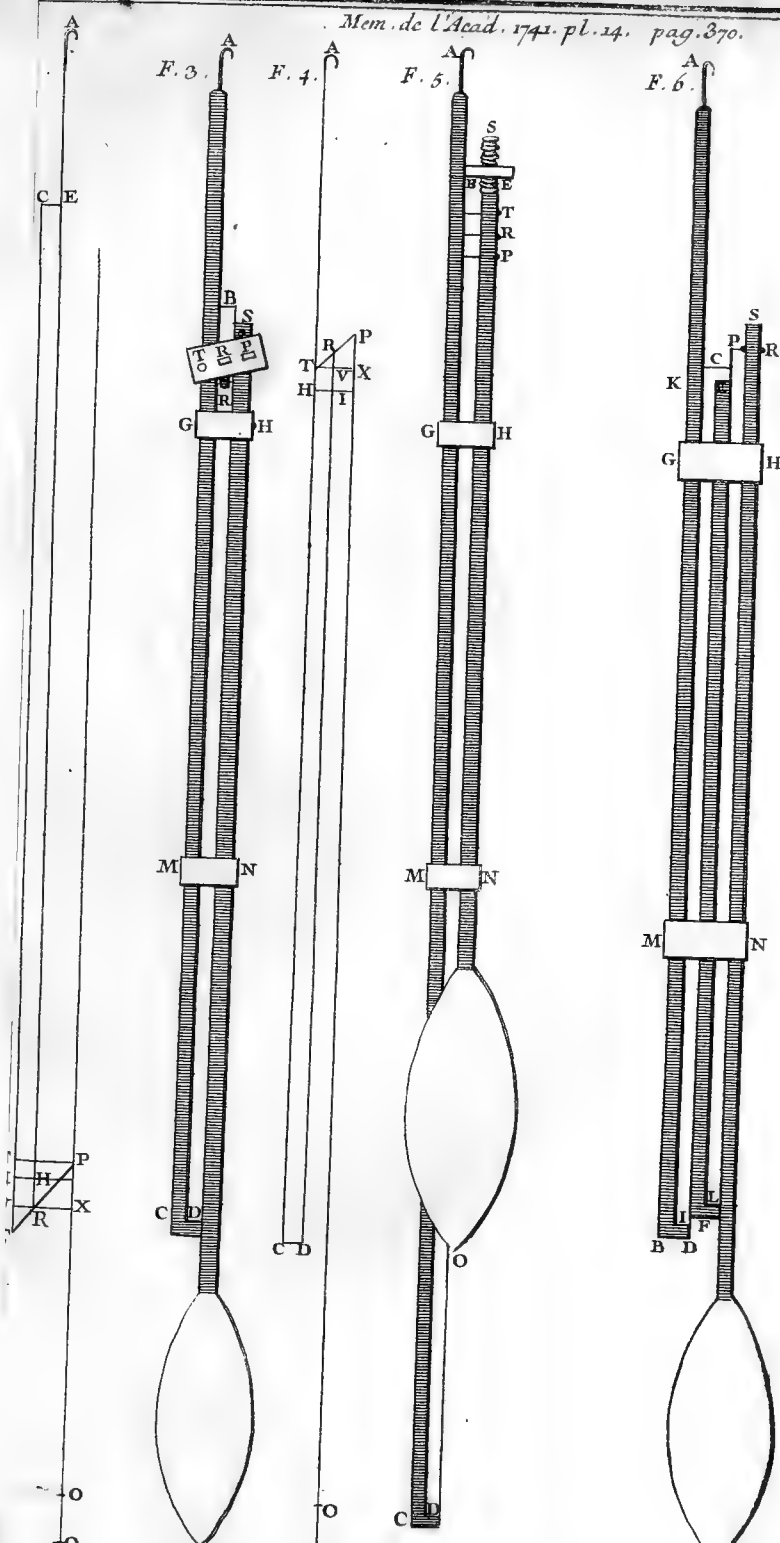
Comme dans la construction de ce Pendule les Règles de fer & de cuivre débordent la Lentille, ce qui peut n'être pas agréable à la vûe, on peut rendre égales les vibrations du Pendule suivant le même principe, en appliquant contre

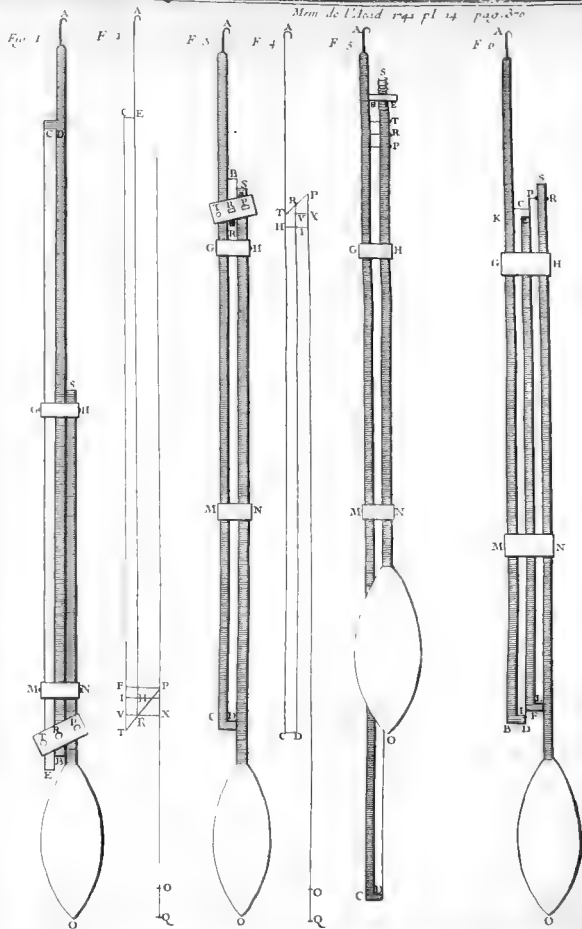
Fig. 6. la Verge de fer  $AB$  une Règle de cuivre  $CI$  de 28 pouces, à l'extrémité supérieure de laquelle on attachera une autre Règle de fer  $EF$  qui soutiendra à son extrémité inférieure une seconde Règle de cuivre  $LP$ , qui portera la Verge  $SO$ , par le moyen d'une clavette  $PR$  qui la traversera en  $P$ .

Il est évident que la première Verge de cuivre  $CI$  s'étant dilatée d'une plus grande quantité que la portion  $KB$  de la Verge  $AB$ , à laquelle elle répondoit lorsque l'air étoit tempéré, se sera élevée par l'effet de la chaleur au dessus du point  $K$  comme en  $C$ , & que la seconde Verge de cuivre  $PL$  qui est appuyée en  $L$  sur la Verge de fer  $EF$  qui est égale à  $KB$ , se sera allongée d'une quantité égale à celle dont la première s'étoit élevée, & qu'ainsi, toutes proportions gardées, il en résultera un effet égal à celui du Levier qu'on avoit proposé pour rendre égales les vibrations du Pendule.









# OBSERVATIONS SUR DE NOUVELLES ARTERES ET VEINES LYMPHATIQUES.

Par M. FERREIN.

3 Juin  
1741.

**L**Es vaisseaux du Corps humain sont communs à toutes les parties, ou propres à quelques-unes ; les seuls vaisseaux communs dont on ait jusqu'ici constaté l'existence, sont les Artères, les Veines & les Lymphatiques ordinaires ou Bartholiniens, connus de tout le monde depuis près d'un siècle.

Les Physiciens en ont supposé plusieurs autres, tels sont les vaisseaux nerveux, absorbans, adipeux, les artères lymphatiques, &c. mais tous ces vaisseaux n'ont été regardés jusqu'ici que comme des êtres *systématiques* que l'Anatomie ne sçauroit adopter, parce qu'elle ne reconnoît d'autre guide que la démonstration & le témoignage des sens ; les suppositions pouvant bien servir de matière à nos raisonnemens, mais non pas de principes à nos connoissances.

Je n'avois jamais pris parti sur ces questions, lorsqu'une observation nouvelle me força presque à reconnoître l'existence des vaisseaux artériels destinés à conduire la lymphé : je suivis cette observation, je fis des recherches exactes, & je découvris enfin les artères lymphatiques, leur origine, leurs distributions, avec de nouvelles veines lymphatiques qui les accompagnent. Ce n'est pas la première fois que les hypothèses ont fourni matière à des découvertes, ou plutôt qu'elles sont devenues elles-mêmes des découvertes : on sçait, & nous l'apprenons dans la Dissertation d'Asellius sur les Veines lactées, que de grands Anatomistes avoient admis l'existence de ces vaisseaux long-temps avant que ce Médecin les eût découverts : les vérités qu'on ne fait que soupçonner

*Gasp. Asellii  
Hisor. vasor.  
Chyli, cap. 13.*

ne sont pas des vérités pour nous, elles n'ont droit ni de régler nos vûes, ni de fixer nos jugemens, & l'Anatomie n'a jamais mis au rang des inventeurs ceux qui ont imaginé ou même deviné, mais uniquement ceux qui ont trouvé & démontré.

Avicenne, l'un des plus célèbres Médecins Arabes, prétend que les Ligamens, les Tendons, & grand nombre d'autres parties, se nourrissent d'un suc blancheâtre, connu chés les Anciens sous le nom d'*humor innominatus*, ou *insitus*, & chés les Modernes sous celui de *Lymphe*. Cette liqueur, suivant Avicenne, n'est qu'un sang dépouillé de sa couleur; elle remplit les extrémités capillaires des vaisseaux destinés à porter le sang dans ces parties. Ce sentiment a réuni les suffrages des Médecins qui ont paru jusqu'au milieu du dernier siècle, on peut même dire qu'il a trouvé depuis ce temps-là des sectateurs illustres; je mets dans ce nombre tous ceux qui pensent que le sang perd sa couleur rouge dans les artères les plus déliées: ce qui peut en avoir fait naître l'idée, est l'état de certaines parties enflammées, comparées à leur état naturel. L'inflammation découvre dans le blanc de l'œil une infinité d'artères & de veines qu'on ne pouvoit distinguer auparavant; sur cela voici comme on a raisonné: si tous ces vaisseaux étoient naturellement pleins d'une liqueur rouge, pourquoi ne se laisseroient-ils pas appercevoir? pourquoi le blanc de l'œil ne seroit-il pas lui-même rouge? comme cela n'est point, on doit, ce semble, penser que la plûpart des ramifications qu'on voit dans le blanc de l'œil enflammé, ne charient naturellement qu'une liqueur blancheâtre ou lymphatique. Cette idée a frappé nombre de Physiciens, & fait naître deux principales hypothèses. Lewenock, Ruysch & plusieurs modernes pensent avec Avicenne que le sang change de couleur dans les vaisseaux les plus déliés. D'autres ont mieux aimé supposer des Artères d'un genre nouveau, destinées à recevoir des vaisseaux sanguins la portion blanche ou lymphatique du sang. M. Boerhave croit que chaque liqueur a ses artères parti-

culières destinées à la charier : il admet donc des artères spiritueuses, adipeuses, mucilagineuses, salivaires, biliaires, lymphatiques, &c. Plusieurs Médecins se sont déclarés pour ces dernières : M. Helvétius en parle beaucoup au sujet de l'inflammation, & M. Falconet fonde sur leur usage la théorie de la nourriture du Fœtus, mais aucun d'eux n'a cru qu'il fût permis de compter sur les promesses de M.<sup>rs</sup> Vieussens & Hovius.

*Boerrh. Instit.*  
f. 246.

Vers le commencement de ce siècle ces deux Auteurs formèrent un projet dont l'exécution seroit glorieuse à l'Anatomie ; ce fut de mettre à la portée des sens tous ces objets fins & délicats que la Nature semble avoir pris plaisir à nous cacher, & que l'Anatomie est forcée d'abandonner aux conjectures, aux hypothèses : ils entreprirent donc de démontrer ce que les autres hommes se contentent d'imaginer, comme sont, la première origine des tuyaux sécrétoires de la graisse, de la bile, de l'urine & des autres liqueurs ; la structure anatomique des fibres, leur résolution en vaisseaux sensibles, la naissance & le progrès des vaisseaux absorbans, & tant d'autres mystères de cette nature. Les artères lymphatiques ne furent pas oubliées, les fibres de la matrice, du cristallin, &c. en sont, suivant eux, autant d'exemples. Pour voir la plûpart de ces merveilles, M. Vieussens propose la coction, le desséchement des parties, &c. & M. Hovius une prétendue injection chymique dont il se réserve le secret. Je ne pousse pas plus loin ce détail, je me contente de faire remarquer ici que ni M.<sup>rs</sup> Ruysch, du Verney, Morgagni, Winslow, Heister, ni aucun des autres Anatomistes qui ont vécu depuis cette époque, ou qui vivent encore aujourd'hui, n'ont rien vu qui approche de toutes ces choses : je n'en excepte pas même les partisans des artères lymphatiques, bien loin de regarder l'existence de ces artères comme un fait démontré en anatomie, ils ne pensent pas même qu'on puisse jamais réussir à les observer. Rien n'a plus servi à les accréditer que le suffrage de M. Boerrhave : il assure néanmoins qu'elles sont invisibles, & c'est-là l'idée qu'en ont

*Ibidem*

tous ceux qui les admettent : on les conçoit, disent-ils, d'une finesse & d'une transparence qui les dérobent à la vûe, aidée même des meilleurs verres ; d'ailleurs ces verres peuvent faire prendre le change, par exemple, si l'on place la partie entre la lumière & l'œil, on ne peut plus compter sur ce qu'on apperçoit, de petits objets, comme des poils, des filets de sang, paroissent transparens, cristallins, & , pour ainsi dire, lymphatiques : on ne sçauoit plus distinguer les différens genres de fluides, ni par conséquent les différens genres de vaisseaux destinés à les conduire. Il en est de même de l'inflammation & des injections, elles n'offrent que des vaisseaux sanguins, du moins, si les apparences ne trompent pas ; comment pourroient-elles donc nous faire voir que certaines artères portent la lympe, & nous démontrer anatomiquement leur existence ? On ne sçauoit même tirer des conséquences légitimes de l'inflammation de la conjonctive sur laquelle on s'est principalement étayé. En effet, on suppose qu'il n'y a naturellement qu'un très-petit nombre de vaisseaux sanguins dans le blanc de l'œil, mais il est certain que la dissection de cette partie faite avec attention, en découvre une multitude : ceux qui sont insensibles quand on regarde avec les yeux nuds, deviennent sensibles lorsqu'on s'aide du secours des verres, & leur nombre se multiplie toujours de plus en plus à mesure que ces verres grossissent davantage. On a beau dire que la conjonctive seroit rouge dans l'état naturel, si tous les vaisseaux qu'on y voit dans l'inflammation contenoient ordinairement du sang : cela seroit vrai si le blanc de l'œil étoit purement & uniquement composé de ces mêmes vaisseaux, car la couleur du tout doit tenir de la couleur des parties, lorsque ces parties sont les seules dont ce tout est formé ; mais cette condition ne se trouve pas dans le blanc de l'œil, on ne l'a même jamais supposée : il peut donc avoir une couleur très-différente de ses vaisseaux ; quelque nombreux qu'ils soient, leur quantité seule ne suffit pas pour effacer le blanc de l'œil, s'ils ne se gonflent au point

d'effacer aussi les interstices qui les séparent naturellement.

Les adversaires des artères lymphatiques opposent enfin ce qu'on voit arriver tous les jours en conséquence d'une irritation passagère de l'œil. Une inflammation commence & finit, un nombre infini de vaisseaux paroissent & disparaissent presque en un moment, & il n'est pas raisonnable de penser que les artères lymphatiques se remplissent & se vuident alors avec tant de promptitude.

Ces réflexions suffisent pour justifier ceux qui ne veulent pas reconnoître l'existence de ces vaisseaux, ou qui refusent de prendre parti sur cette matière. J'étois moi-même du nombre des derniers, lorsqu'une observation imprévûe changea ma façon de penser : je me souvenois d'avoir remarqué à la surface interne de la matrice une manière de velouté blancheâtre & assez transparent ; ce velouté est si mince, que souvent il m'a été impossible de l'observer : je l'avois examiné attentivement dans deux ou trois cas où il se présentoit d'une manière plus distincte qu'à l'ordinaire ; bien différent du blanc de l'œil, il m'avoit été impossible d'y reconnoître aucune trace de vaisseau sanguin. J'eus occasion d'ouvrir le cadavre d'une femme qui étoit morte dans le temps des règles : l'examen de la matrice me fit remarquer un changement singulier dans presque toute l'étendue du velouté ; ce n'étoit plus qu'un assemblage ou une espèce de lacis de vaisseaux artériels & veineux pleins de sang, les différentes ramifications de ces vaisseaux se présentoient d'une manière nette, distincte, & très-éloignée de la confusion qu'on voit régner dans la plûpart des inflammations : je ne reconnus aucune substance particulière dans l'interstice de ces vaisseaux, & je fus pleinement convaincu qu'il n'y en avoit point. Voici donc les conséquences que je tirai de toutes ces observations : la première fut que le velouté de la matrice n'est lui-même qu'un assemblage de vaisseaux artériels & veineux ; la seconde, que ce velouté étant naturellement blancheâtre & diaphane, le fluide qui coule alors dans les tuyaux qui le composent, est aussi blan-

376 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
cheâtre & diaphane, & non pas un fluide rouge ou du sang; car un objet uniquement formé de vaisseaux pleins de ce dernier, paroîtroit nécessairement lui-même rouge : la troisième & dernière conséquence fut que de pareils vaisseaux remplissent l'idée qu'on doit avoir des nouveaux lymphatiques, ou qu'ils ne sont eux-mêmes que les lymphatiques dont nous parlons. Je sçais la différence qu'il y a d'un raisonnement à une démonstration anatomique, cependant celui-ci me parut au moins assés convaincant pour m'engager à faire des recherches, & je ne crus pas qu'il fût absolument impossible d'arriver à une découverte ; j'étois animé par l'importance du sujet. Les opérations les plus merveilleuses & les plus secretes s'exécutent dans les extrémités des vaisseaux artériels, & il s'agissoit de sçavoir si ceux qui conduisent le sang, sont les seuls que la nature ait formés, ou si la lymphe n'a pas aussi les siens. Qu'on fouille tant qu'on voudra dans les nouveautés du siècle passé, j'ose dire, & je n'en serai pas desavoué, qu'on en trouvera peu qui soient capables de fournir autant de lumières que feroit la découverte de ces artères. Convaincu de cette vérité, je fouillai dans un grand nombre de cadavres, je n'oubliai pas de chercher les vaisseaux dont je croyois que le velouté de la matrice étoit formé : le succès ne répondit pas à mon attente, & j'avois abandonné ce travail, lorsqu'en examinant l'œil d'un chien, je vis paroître dans le tissu celluleux qui est sous la conjonctive, un nombre considérable de vaisseaux cristallins fort déliés & fort distincts, pleins d'une liqueur diaphane ; ils s'avançoient depuis le haut de la sclérotique jusqu'à une ligne du bord de la cornée, en jettant des ramifications nombreuses : comme ils ne me paroissoient pas nouveaux & garnis de valvules, l'idée des nouveaux lymphatiques se réveilla en moi ; j'examinai d'autres yeux, je ne trouvai plus ces vaisseaux. Je cherchai dans l'homme, je réussis enfin à les voir dans un sujet âgé de 15 ans ; ils étoient moins distincts que dans le chien, mais d'ailleurs disposés de la même manière : je voulus m'attacher à leur  
origine,



origine, les soins que je pris pour cela furent inutiles; cette observation n'a pas été poussée plus loin. C'en fut assez cependant pour piquer ma curiosité & pour m'engager à d'autres recherches sur les artères lymphatiques. Je revins au velouté de la matrice, ce fut d'abord sans succès; mais après plusieurs tentatives je découvris enfin ce que je cherchois depuis long temps. Le microscope me fit voir dans ce velouté grand nombre de tuyaux blancheâtres extrêmement fins, ramifiés à la manière des artères & des veines ordinaires; je découvris, en un mot, avec le plaisir que la curiosité & l'importance du sujet m'avoient préparé, les nouveaux lymphatiques dont j'étois si occupé. Je les vis ensuite pour la seconde fois dans la matrice d'une fille âgée de 25 ans, mais je ne puis m'empêcher d'avouer qu'ils paroissent moins distinctement, & qu'ils m'ont échappé dans toutes les autres occasions: cependant leur existence dès-lors fut pour moi une vérité anatomique dont je ne pouvois douter, car je m'étois bien assuré que le microscope ne me trompoit pas; mais pour faire connoître au public les nouveaux lymphatiques, il falloit les découvrir dans des parties où ils fussent visibles en tout temps & pour tout le monde.

Je sçavois qu'on distingue mieux les parties d'un objet à demi-transparent, lorsqu'on le place sur un fond noir, & j'avois reconnu que cette disposition se trouve dans l'uvée des enfans: je tire donc de l'orbite l'œil d'un sujet âgé de six ans, mort depuis environ 24 heures; j'enlève la partie antérieure de la sclérotique & la cornée, pour mettre la choroïde & l'uvée à découvert; je les regarde de front, les yeux armés d'une lentille de 5 lignes de foyer, la choroïde m'offre une quantité extraordinaire de vaisseaux sanguins; je n'en vois aucun dans l'uvée, mais en revanche j'y découvre, & s'il m'est permis de le dire, avec une espèce de ravissement, une multitude innombrable de vaisseaux blancheâtres & transparens, que je ne pus douter être les nouveaux lymphatiques tant désirés: ils étoient d'une finesse extraordinaire, mais tous avec cela si distincts & disposés

d'une manière si régulière, qu'on ne peut rien imaginer de plus frappant ni de plus merveilleux. Curieux de vérifier & de suivre mon observation, j'examinai ensuite un grand nombre d'yeux humains, les uns frais & les autres plus ou moins flétris : je n'y vis pas seulement ces vaisseaux, je découvris leur origine, leurs différences, leurs ramifications, &c.

Comme la curiosité ne peut manquer d'inviter les Anatomistes à vérifier un fait de cette nature, je juge à propos d'entrer ici dans un détail qui serve à conduire les observateurs comme par la main. Dans cette vûe, qu'il me soit permis de poser pour préliminaires les faits suivans, dont une partie n'a pas été assez développée.

I. La choroïde considérée indépendamment de l'enduit noir qui la tapisse, paroît d'un rouge très-vif\*, particulièrement dans les enfans, à cause de la quantité prodigieuse de vaisseaux sanguins qui l'arrosent : il n'en est pas ainsi de l'uvée, j'ose assurer qu'elle n'en a point de visibles ; je sçais que plusieurs Anatomistes lui en ont attribué un grand nombre. Je ferai voir dans la suite la cause de cette erreur.

II. La face interne de l'uvée est couverte d'un enduit noir, qui se détache très-souvent quand on laisse flétrir l'œil d'un cadavre.

III. En examinant l'uvée à travers le jour après la séparation de l'enduit noir, j'ai constamment observé qu'elle est d'un tissu transparent dans les yeux bleus ou bleuâtres, comme sont presque tous ceux des enfans, mais qu'elle est opaque dans les yeux noirs, feuille-morte, &c.

IV. J'ai découvert entre la sclérotique & la choroïde un corps annulaire très-distinct & très-aisé à séparer de ces deux membranes ; il est formé d'une substance grisâtre, & il embrasse circulairement la choroïde près du grand cercle de l'uvée : je le nomme l'*anneau de la choroïde*.

\* On peut reconnoître par-là que M. Ruisch s'est trompé, en s'imaginant que le sang n'étoit pas rouge dans les artères de la choroïde, *sanguinem rubicundum non gerunt*, ce sont ses termes. *Ruyfch epist. problem. 13. in explicatione Tabularum.*

V. La carotide interne fournit un petit tronc qui suit le nerf optique : ce tronc arrivé dans l'orbite laisse échapper de petites artères qui percent ensuite la sclérotique.

VI. Après ce trajet, la plupart de ces artères se partagent d'abord en deux branches ; l'une se répand dans la lame externe de la choroïde, l'autre fournit séparément à la lame interne, comme on peut l'observer par les injections & par le secours des verres. On ne peut rien voir de plus merveilleux que le réseau formé par la réunion de leurs différentes ramifications : plusieurs passent sous l'anneau de la choroïde, & vont en partie accompagner les fibres du ligament ciliaire jusqu'au bord du cristallin.

VII. Parmi les petites artères qui percent la sclérotique, on en voit le plus souvent deux qui s'avancent entre la sclérotique & la choroïde pour aller former le cercle artériel : ce cercle se trouve dans l'homme entre l'anneau de la choroïde & la circonférence de l'uvée.

Tout cela étant supposé, si l'on veut voir distinctement les nouveaux lymphatiques de l'uvée, on choisira des yeux bleus ou bleuâtres, on les tirera de l'orbite, & ayant fait une incision circulaire à la sclérotique, on séparera sa portion antérieure du reste du globe pour mettre l'iris à découvert ; alors on n'aura qu'à regarder avec un verre lenticulaire l'uvée par dehors au grand jour, de façon que la lumière tombe presque à plomb sur l'objet, on ne pourra manquer de voir une forêt de vaisseaux blancheâtres & diaphanes ; ce sont les nouveaux lymphatiques. Leurs troncs extrêmement déliés & nombreux partent du grand cercle, ou de la circonférence de l'uvée, d'où ils vont vers le petit cercle : après demi-ligne de chemin, ils commencent à produire une quantité prodigieuse de ramifications qu'on voit placées les unes au dessus ou à côté des autres, à peine laissent-elles quelques espaces fort étroits ; on croiroit que l'uvée en est entièrement formée ; les divisions & subdivisions font avec les troncs d'où elles viennent, des angles aigus tournés presque tous du côté de la prunelle : la plupart des troncs s'avancent

en serpentant jusqu'au bord ou presque jusqu'au bord de cette ouverture ; j'ai souvent compté depuis le grand jusqu'au petit cercle de l'uvée dix & douze serpentins, qui rendent souvent ondée la surface de l'iris. Les branches primitives prennent en partie une route différente ; plusieurs croisent les troncs voisins, & vont se répandre à droite ou à gauche, mais ces branches fournissent elles-mêmes des rameaux dirigés vers le centre de l'uvée. Cette multitude de vaisseaux est disposée avec un ordre & une symétrie merveilleuse.

Les troncs paroissent de la grosseur des petits filamens qui forment le coton non filé. On ne sçauroit croire, sans l'avoir éprouvé, qu'avec cette extrême petitesse ils se présentent aussi nettement qu'ils le font : ce qui surprendra davantage, est qu'ils ne paroissent guère moins distincts dans les yeux déjà flétris que dans les autres, mais ils ne s'y montrent pas avec le même calibre, la même fraîcheur, ni dans le même nombre. En revanche on y suit plus aisément les distributions d'un même tronc ; elles sont plus confuses dans les yeux frais à cause de leur nombre. Enfin ces vaisseaux sont encore très-visibles dans l'œil d'un homme vivant, mais il est mal-aisé d'y reconnoître les divisions & subdivisions.

Les verres convexes de 6 à 8 lignes de foyer m'ont paru les plus commodes pour cette recherche : la lumière du Soleil est la plus favorable.

Au reste, quoique les nouveaux lymphatiques soient les mêmes dans les yeux noirs, feuille-morte, &c. que dans les yeux bleus, il n'est pas aisé de les suivre, à moins que d'employer des moyens dont je parlerai ailleurs au sujet des couleurs de l'iris.

Lorsque l'uvée a perdu l'enduit noir, il faut couvrir d'une enveloppe la sclérotique pour empêcher le jour de pénétrer & d'éclairer le dedans du globe, l'obscurité répare en partie la perte de l'enduit noir.

Nous avons encore deux points importants à examiner ; ces points sont l'origine & les différences de ces vaisseaux.

Les injections fines poussées avec force dans la carotide interne, portent plus ou moins dans les nouveaux lymphatiques de l'uvée; ceux qui reçoivent l'injection se présentent alors sous la forme de vaisseaux sanguins.

Ces injections ne serviront donc qu'à les déguiser aux yeux de ceux qui ne sont pas instruits; mais ces lymphatiques étant une fois connus pour tels, l'injection sera d'un grand usage, lorsqu'il s'agira de découvrir leur origine, leurs différences, &c. J'ai trouvé qu'ils sont de deux sortes, les uns artériels, les autres veineux: les premiers viennent immédiatement du cercle artériel; la liqueur injectée par l'artère carotide, porte dans celle qui accompagne le nerf optique, de-là dans les *artérioles* qui percent la sclérotique, ensuite dans le cercle artériel, & enfin dans quelques artères lymphatiques; il ne faut alors qu'une loupe d'un pouce de foyer pour voir distinctement la naissance de ces artères.

Il n'est donc pas exactement vrai que la première origine des vaisseaux sécrétoires soit toujours invisible; les artères lymphatiques sont de vrais sécrétoires, & nous venons de voir leur origine.

Les nouvelles veines lymphatiques passent sous le cercle artériel, elles vont se rendre dans les veines sanguines de la choroïde, je l'ai vû distinctement après avoir fait plusieurs tentatives; c'est de tous les faits que j'ai rapportés, celui qui m'a donné le plus de peine. J'en ai pris beaucoup pour injecter les veines de l'œil, & pour faire porter la liqueur dans les veines lymphatiques: ce n'est pas sans effort qu'elle passe même dans les artères lymphatiques; celles qui l'admettent, sont toujours peu nombreuses en comparaison des autres.

Telle est l'histoire des nouveaux vaisseaux de l'uvée; il y a lieu de croire qu'on les avoit apperçus sans les connoître, & peut-être plus d'une fois. L'idée des Fibres que plus d'un illustre Anatomiste ont attribuée à la face antérieure de l'uvée, ne seroit-elle pas fondée là-dessus? Les vaisseaux

• *Eustach. Tab.*  
40. fig. 8 & 9.  
*Boerrh. Institut.*  
S. 520.

*b Ruysch Epist.  
probl. 13. fig.  
17 & 18.*

sanguins que M. Ruysch <sup>b</sup> reconnoît dans cette membrane, & dont il paroît avoir entièrement ignoré l'origine, ne sont sans doute que ces mêmes artères lymphatiques, ou, pour parler plus exactement, quelques-unes de ces artères déguisées par l'injection dont elles étoient remplies; on pourroit penser la même chose des vaisseaux sanguins que M. Hovius dit avoir vûs dans l'uvée du mouton & du veau: c'est ainsi que de grands Anatomistes avoient, je ne dis pas connu, mais apperçu les veines lactées, le canal thorachique, les lymphatiques Bartholiniens, qu'ils en avoient même publié des descriptions long-temps avant qu'on les eût découverts.

Après ce que nous avons dit, l'existence des nouveaux lymphatiques, que communément l'on croit invisibles, devient un fait réel dans l'Anatomie: les observateurs qui ont paru jusqu'ici se reposer sur l'idée de leur invisibilité, nous fourniront vraisemblablement d'autres découvertes sur ce sujet; en les attendant, voici l'idée qu'on doit s'en faire.

On sçait que le sang est composé de deux substances, l'une lymphatique, transparente & conrescible, l'autre rouge & globuleuse; elles roulent ensemble dans les troncs artériels & dans les branches qui conservent encore un certain calibre, mais elles se séparent l'une de l'autre dans les capillaires.

Tandis que les globules vont avec peu de véhicule par la même route jusqu'aux extrémités des artères sanguines; d'où ils reviennent par les veines congénères, la partie lymphatique enfle des tuyaux plus déliés, dont le diamètre intérieur est plus petit que celui des globules rouges; ces tuyaux se divisent à la manière des artères ordinaires pour faire la distribution de la lympe, & ce sont-là les artères lymphatiques.

Cette lympe est reprise, au moins en partie, par de petits tuyaux dont la réunion forme des troncs veineux presque aussi déliés que ceux des artères lymphatiques; ils aboutissent dans les veines sanguines les plus voisines, où la lympe se réunit de nouveau avec la partie rouge du

sang. Ces petits troncs veineux sont les nouvelles veines lymphatiques qu'on doit bien distinguer des lymphatiques Bartholiniens ou anciennes veines lymphatiques, dont les troncs, infiniment plus considérables que les précédens, se terminent après un long trajet, dans les vaisseaux chylières, ou dans les veines sous-clavières.

Nos yeux ne sont pas assez fins pour voir la première origine des veines lymphatiques, mais on ne peut guère douter que les unes & les autres ne soient formées par le prolongement des artères lymphatiques, l'exemple des artères & des veines sanguines en est une preuve convaincante. On doit penser la même chose des tuyaux sécrétoires particuliers, comme sont ceux de la salive, de l'urine, du suc pancréatique. Ces sucs ne se forment pas de la partie rouge du sang, ils se prennent sur la portion blanche, c'est donc aux artères lymphatiques qu'il appartient de fournir les canaux destinés à les recevoir & à les conduire.

Il est à présent certain par expérience, que la partie rouge du sang entre quelquefois dans les artères lymphatiques. 1.° Nous avons vu celles de la matrice dilatées & remplies de sang. 2.° J'ai fait la même observation sur l'uvée, en disséquant des yeux enflammés extérieurement & intérieurement, mais le nombre des lymphatiques qui avoient admis du sang, n'étoit pas la centième partie de ceux qui n'en avoient point. La moitié, un tiers même de ces vaisseaux pleins de sang suffiroit pour faire paroître rouge l'uvée d'un homme vivant qui a les yeux bleus; c'est ce qui n'est jamais arrivé, malgré tous les signes d'inflammation interne, dans nombre d'ophthalmies que j'ai examinées.

Le sang que les artères lymphatiques ont reçu, passe enfin dans les veines lymphatiques ou dans les vaisseaux sécrétoires particuliers qui naissent de ces artères; en voici des preuves: 1.° en ouvrant des cadavres encore frais j'ai souvent trouvé dans les lymphatiques bartholiniens une lymphe teinte de sang, lorsque les parties d'où ils viennent,

étoient enflammées ; c'est ce qu'on voit principalement dans ceux qui forment le réseau que j'ai découvert sur toute la surface du poulmon , & que j'ai décrit dans un Mémoire communiqué à l'Académie en 1733 \*. 2.° On a reconnu de tout temps que les excrétiions de sang ou mêlées de sang ne supposent pas toujous une solution de continuité, qu'elles se font souvent par les routes naturelles , & conséquemment par celle des vaisseaux sécrétoires ; les règles des femmes, les sueurs de sang & plusieurs autres sont sans doute de ce nombre.

\* V. l'Histoire  
de l'an. 1733,  
page 38.

Nous ne finirions point si nous voulions suivre toutes les idées raisonnables que la connoissance des Artères Lymphatiques fournit par rapport à l'Æconomie animale & aux causes des Maladies ; le peu que nous avons dit, suffit au dessein que nous nous étions proposé.





# SUR UN INSTRUMENT PROPRE A JAUGER LES TONNEAUX,

*Et les autres vaisseaux qui servent à contenir  
des liqueurs.*

Par M. CAMUS.

L'INSTRUMENT dont je vais donner la construction & l'usage, est un Bâton avec lequel on mesure les différens diamètres & la longueur d'un vaisseau proposé, & qui donne par sa gradation, sans aucun calcul, la capacité de ce vaisseau.

Quoiqu'on se serve depuis très-long temps de bâtons semblables en quelque chose à celui que je propose, & qu'on ait eu à Paris une communauté de Jaugeurs qui jaugeoient avec ces bâtons, on n'en connoît point la construction, & leur usage est un secret que les Jaugeurs ont conservé fidèlement à leur communauté.

La commodité de ces bâtons a fait souhaiter aux marchands qui commercent les liqueurs & aux fermiers du Roy qui en retirent des droits, d'avoir un instrument semblable pour connoître au juste la capacité des Tonneaux.

Les marchands ont fait faire des bâtons appelés *Velves*; qu'on introduit dans les tonneaux par le bondon, & avec lesquels on mesure, pour ainsi dire, diagonalement les distances qu'il y a du bondon aux extrémités inférieures des fonds.

Ces bâtons étant divisés en mesures, qui, à les prendre depuis l'extrémité du bâton, sont les racines cubiques d'une progression arithmétique, & qui sont numérotées par les termes de cette progression, font voir tout d'un coup la capacité du tonneau, si le tonneau est semblable à celui sur lequel la velle a été construite.

*Mem. 1741,*

Ccc

La Velte suppose donc que tous les tonneaux sont semblables ; & en effet, comme ils le sont à très-peu de chose près dans une même province, on peut, sans craindre de commettre une erreur sensible, se servir de la velte dans la province où elle a été vérifiée sur les futailles qui y sont en usage ; on peut même s'en servir dans les autres provinces où l'on sçait que la figure des futailles est à peu-près semblable, quoique les capacités en soient différentes. Mais il y a des provinces où la figure des tonneaux est si différente de celle pour laquelle la velte a été faite, & il est si aisé d'altérer la capacité d'un tonneau sans rien changer à la distance qu'il y a de son bondon à l'extrémité inférieure de son fond, que l'on commettrait des erreurs assez considérables, si l'on se servoit indistinctement de la velte pour mesurer toutes sortes de tonneaux.

La velte ne doit donc pas être regardée comme un instrument propre à mesurer sûrement toute espèce de tonneaux, & il faut avoir recours à quelqu'autre moyen dans les villes, comme Paris, où l'on amène de tous les pays des liqueurs dans des tonneaux de figure extrêmement différente.

Comme le bâton des Jaugeurs est propre à mesurer des tonneaux de toute espèce, les Fermiers du Roy qui lèvent des droits sur les liqueurs, ont fait faire une jauge à l'imitation de celle des Jaugeurs ; mais soit que cette jauge ait quelque défaut dans sa construction, soit que les Commis négligent quelques précautions dans l'usage qu'ils en font, elle passe pour être moins exacte que celle des Jurés-jaugeurs. Quoi qu'il en soit, comme la construction & l'usage de cette jauge ne sont connus que de très-peu de personnes, qui en font encore un mystère, le public n'a rien gagné à son invention, & n'est pas plus en état qu'il étoit de s'assurer si on lui rend justice sur la quantité de liqueur qu'on lui vend, & sur les droits qu'on lui fait payer.

Ces considérations m'ont excité à travailler sur la Jauge, & j'ai construit un Bâton avec lequel on peut, sans aucun calcul, trouver la capacité de toutes sortes de tonneaux.

*Construction de la Jauge.*

La Jauge que je propose, est relative à la pinte de Paris, qui contient 48 pouces cubes.

Pour construire ma jauge, j'ai supposé que la pinte étoit un cylindre de 5 pouces 9 lignes  $\frac{61}{100}$  de diamètre sur une hauteur de 1 pouce 9 lign.  $\frac{8}{10}$ . J'aurois pu prendre tout autre cylindre de même capacité, mais celui-ci m'a paru plus commode.

La division de la Règle qui sert à mesurer les diamètres, commence donc à 69 lignes  $\frac{61}{100}$  de son extrémité, & la division du bâton qui sert à mesurer les longueurs, commence à 21 lign.  $\frac{8}{10}$  d'un point qui peut être regardé comme l'extrémité du bâton, mais qui est à 46 lignes du bouton, parce que l'on compte 46 lignes pour les saillies des jables & les épaisseurs des fonds dans les tonneaux ordinaires.

Entre 69. 61 lignes, diamètre d'une pinte, & 696. 1 lignes, diamètre de 100 pintes, j'ai pris 999 moyennes proportionnelles, que j'ai marquées sur l'échelle des diamètres, & que j'ai numérotées de 5 en 5 par les termes de la progression arithmétique, 0. 5, 10. 15 ..... 1000, en mettant 0 au premier terme 69. 61 lignes, & 1000 au dernier terme 696. 1 lignes. Fig. 1.

Entre 21. 8 lignes, longueur d'une pinte, & 2180 lign. longueur de 100 pintes, j'ai pris aussi 999 moyennes proportionnelles géométriques, & j'ai numéroté de 5 en 5 les termes de cette progression, par les termes de la progression arithmétique, 0. 5, 10. 15. 20 ..... 1000, en mettant zéro au premier terme 21. 8 lignes, & 1000 au dernier 21. 80 lignes. Fig. 2.

Les divisions de mes deux règles étant les termes de deux progressions géométriques, & les nombres par lesquels je les ai cottées, étant les termes de deux progressions arithmétiques, il est clair que les numéros de mes divisions sont les logarithmes des divisions même, ou plutôt des distances de ces divisions à l'extrémité de chaque règle.

Fig. 3.

Le bâton a une rainure dans laquelle est logée une règle qui y coule : deux côtés de la règle sont divisés, & le bord de la rainure est aussi divisé. Je vais expliquer ces trois divisions.

Le bord de la rainure est divisé, à commencer de son extrémité où est zéro, en parties égales de grandeurs quelconques, numérotées de 10 en 10, qui sont destinées à représenter les logarithmes dont j'ai parlé, soit pour les diamètres, soit pour les longueurs.

Un côté de la règle cachée dans la rainure est aussi divisé en parties égales de même grandeur que celles du bord de la rainure, & ces parties de divisions sont faites pour représenter les logarithmes des capacités des vaisseaux qu'on aura à mesurer.

Enfin le côté supérieur ou apparent de la règle est divisé en parties inégales, numérotées des nombres des septiers & pintes qui répondent aux logarithmes marqués sur le premier côté. Voici comment cette division est faite.

Le diamètre d'un cylindre de 100 pintes, sa hauteur étant 21.8 lignes, est numéroté par 1000, qui est son logarithme, ou, ce qui revient au même, la longueur d'un cylindre de 100 pintes, dont le diamètre est 69.61 comme celui d'une pinte, est numéroté par son logarithme 1000 sur l'échelle des longueurs ; ainsi j'ai placé 100 pintes ou 12 septiers 4 pintes sur le dessus de la règle mobile, à l'endroit où répond le logarithme 1000.

Le nombre 100 pintes m'étant donné avec son logarithme 1000, j'ai placé les autres nombres de pintes par le moyen de la table des logarithmes, en faisant pour chaque nombre de pintes que j'ai voulu placer, cette proportion,

Comme le logarithme de 100 pris dans les tables,  
est à 1000, vis-à-vis lequel on a placé 100 pintes ;  
Ainsi le logarithme du nombre de pintes que j'ai voulu  
placer,

est au numéro de la division, à côté duquel j'ai placé  
ce nombre de pintes.

Par cette proportion l'on voit que je n'ai pris que la moitié des 4 premiers chiffres des nombres artificiels des tables, en supprimant le point, & que ces moitiés m'ont donné les numéros des divisions vis-à-vis lesquels j'ai placé les termes de la progression naturelle des pintes.

### *Usage de l'Instrument.*

L'usage de l'instrument dont je viens de donner la construction, est extrêmement facile, lorsque les vaisseaux qu'on propose à mesurer sont cylindriques, parce que la pinte sur laquelle il a été construit, a été regardée comme un cylindre ; mais comme les tonneaux qui sont le principal objet de la jauge, n'ont pas la figure d'un cylindre, je vais examiner si on ne peut pas les rapporter à quelques figures qui ayent avec le cylindre un rapport facile à trouver. Jusqu'à présent on n'a rapporté les figures des tonneaux qu'à trois espèces de solides connus.

1.° On a regardé le tonneau comme deux cones tronqués, opposés par leurs grandes bases.

2.° Il a été considéré comme deux troncs de paraboloïdes, opposés par leurs plus grandes bases.

3.° Enfin on l'a regardé comme un ellipsoïde allongé & tronqué par les deux bouts perpendiculairement à son axe de révolution.

Il est évident que la première figure est celle des trois qui est la plus éloignée de la figure d'un tonneau. Le second solide en approche davantage, mais il a le défaut de représenter le tonneau comme s'il étoit tranchant par le cercle de son milieu. Enfin le troisième solide est défectueux, en ce que les douves du tonneau auroient leur plus grande courbure à leurs extrémités, au lieu que c'est dans le milieu qu'elles sont le plus courbées, de sorte qu'en calculant le tonneau suivant cette hypothèse, on lui pourroit attribuer plus de capacité qu'il n'en a véritablement. Connoissant les défauts de ces trois figures, j'en ai cherché une quatrième plus conforme à la courbure que les tonneaux paroissent avoir.

Fig. 4.

Une douve  $ABCDE$  qui auroit la courbûre d'une tête de parabole dans sa partie moyenne, qui répond à la moitié  $BD$  de la longueur du tonneau, & qui seroit droite dans ses parties restantes  $AB, DE$ , m'a paru exempté des inconvéniens que j'ai trouvés dans les trois solides auxquels ceux qui ont traité de la jauge ont cru devoir rapporter les figures des tonneaux; car avec une telle figure la douve aura la plus grande courbûre dans son milieu, & représentera assés bien celle que l'on connoît aux tonneaux. Je me suis donc arrêté à cette courbûre comme à celle qui me pouvoit donner la capacité que je devois trouver, ou dont je devois approcher sans erreur sensible.

## P R O B L E M E.

Fig. 4.

*Etant donnés, la longueur intérieure  $GF$  du tonneau, son diamètre  $CN$  pris dans le milieu de sa longueur, & le diamètre  $AM$  de son fond, trouver sa capacité lorsque les douves  $ABCDE$  ont dans leur partie moyenne  $BD$  qui répond à la moitié de la longueur du tonneau, la courbûre d'une parabole dont le sommet est en  $C$ , & que les bouts  $BA, DE$ , des mêmes douves sont des tangentes à la parabole.*

## S O L U T I O N.

Soit  $GI=l$ ,  $CI=a$ ,  $AG=b$ , on aura  $CL=a-b$ , & par hyp.  $BK=\frac{1}{2}l$ ; ainsi prolongeant  $AB$  jusqu'à l'axe de la parabole en  $O$ , on aura  $KL=KO$  &  $KC=\frac{1}{2}KO=\frac{1}{2}KL$ , & par conséquent  $KC=\frac{1}{3}CL=\frac{a-b}{3}$ .

Le segment parabolique  $BKC$  fera donc  $\frac{2}{3}BK \times KC=\frac{1}{3}l \times \frac{a-b}{3}$ . Le point  $P$  de l'axe où répond le centre de gravité  $P$  de ce segment, donnera  $CP=\frac{3}{5}CK=\frac{a-b}{5}$ , ainsi on aura  $IP=\frac{4a+b}{5}$ .

Prenant  $m$  pour le rapport de la circonférence au diamètre, on aura la circonférence décrite par le point  $P=2m$

$\times \frac{4a+b}{5}$  ; ainsi le solide engendré par la révolution du segment  $BKC$ , sera  $\frac{ml}{45} (8aa - 6ab - 2bb)$ .

Le cylindre engendré par la révolution du rectangle  $BI$ , est  $m \times BK \times (BH)^2$  ; mais  $BK = \frac{1}{2} l$ , &  $(BH)^2 = (\frac{2a+b}{3})^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9}$ , ainsi le cylindre engendré par la révolution du rectangle  $BI$  sur l'axe  $GF$ , sera  $\frac{ml}{2} (\frac{4aa+4ab+bb}{9})$ .

Enfin le tronc de cône engendré par la révolution du trapèze  $AGHB$ , est  $m \times \frac{GH}{3} \times [(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2]$  ; mais  $\frac{GH}{3} = \frac{l}{6}$  &  $(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9} + \frac{2ab+bb}{3} + bb = \frac{4aa+10ab+13bb}{9}$  ; ainsi le tronc de cône engendré par la révolution du trapèze  $AGHB$  est  $\frac{ml}{6} (\frac{4aa+10ab+13bb}{9})$ .  
Ajoûtant ensemble ces trois solides de révolution, on aura, après avoir tout réduit au même dénominateur,  $ml (\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$  pour la capacité du demi-tonneau.  
*Ce qu'il falloit trouver.*

## COROLLAIRE I.

Donc si l'on fait  $l$  égal à la longueur entière  $GF$  du tonneau, on aura la capacité du tonneau entier

$$= ml (\frac{64aa+37ab+34bb}{135}).$$

## COROLLAIRE II.

Donc  $(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$  est le carré du rayon moyen du tonneau.

## REMARQUES.

1.° En considérant le tonneau comme deux troncs de cones, on trouveroit pour sa solidité  $ml \left( \frac{aa+ab+bb}{3} \right)$ .

2.° En le considérant comme deux troncs de paraboloïdes, on trouveroit sa solidité  $= ml \left( \frac{aa+bb}{2} \right)$ .

3.° En le considérant comme un ellipsoïde allongé & tronqué par les deux bouts, on auroit sa solidité

$$= ml \left( \frac{2aa+bb}{3} \right).$$

4.° En donnant à ses douves la courbure d'une parabole dans leur milieu, & les faisant droites par les bouts, nous avons trouvé  $ml \left( \frac{64aa+37ab+34bb}{135} \right)$ .

5.° A ces quatre formules j'en ajoûterai une cinquième qui heureusement est extrêmement commode dans la pratique, elle donne la solidité du tonneau  $= ml \sqrt[3]{(a^4 bb)}$ .

Dans ces cinq formules le quarré du rayon moyen est entre les crochets.

Examinons maintenant dans différens rapports du grand diamètre au petit, quelles différences il y a entre les quarrés des rayons moyens,

## I.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 9.

Les deux cones tronqués donnent.....	90. 33.	} Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués....	90. 50.	
L'ellipsoïde tronqué donne .....	93. 66.	
La courbure mixtiligne que je propose....	92. 50.	
Et $\sqrt[3]{(a^4 bb)}$ .....	93. 2.	

## II.



## II.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 8,

Les deux cones tronqués donnent.....	81. 33.	} Carré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués....	82.	
L'ellipsoïde tronqué donne.....	88.	
La courbure mixtiligne que je propose... 85. 45.		
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ .....	86. 25.	

## III.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 7,

Les deux cones tronqués donnent.....	73.	} Carré du Rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués....	74. 50.	
L'ellipsoïde tronqué.....	83.	
La courbure mixtiligne.....	78. 93.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ .....	78. 8.	

## IV.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 6,

Les deux cones tronqués donnent.....	65. 33.	} Carré du Rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués....	68.	
L'ellipsoïde tronqué.....	78. 66.	
La courbure mixtiligne.....	72. 92.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ .....	71. 2.	

Comme les douves courbées en parabole dans leur milieu, & droites dans leurs deux bouts, ont évidemment la figure que les tonneaux affectent le plus ordinairement, ce seroit cette figure qu'il faudroit prendre si la formule qui vient de cette figure pour la capacité d'un tonneau, étoit commode dans la pratique; mais cette formule . . . . .

$m l \left( \frac{64aa + 37ab + 34bb}{135} \right)$  a trois termes avec des coëfficients

différens, ainsi les opérations qu'elle demande, ne peuvent point se faire avec la promptitude qu'on souhaite.

Mem. 1741.

D d d

dans l'art de jauger, il faut donc avoir recours à une autre formule.

Quoiqu'on puisse rejeter les deux cones tronqués & les deux paraboloides tronqués, comme donnant trop peu pour le quarré du rayon moyen, & qu'on puisse aussi rejeter l'ellipsoïde tronqué par la raison opposée, pour s'en tenir à la figure qui donne la formule  $\sqrt[3]{(a^4bb)}$  pour le quarré du rayon moyen ; comme on peut rencontrer des tonneaux où ces figures conviendront mieux que tout autres, qu'il y a des vases qui sont réellement de ces figures, & qu'il y en a même de cylindriques, je donnerai les méthodes pour jauger les cylindres, & pour trouver les capacités des tonneaux suivant les cinq formules que j'ai rapportées.

### PROBLEME I.

#### *Jauger un Cylindre.*

- Fig. 1. Mesurés le diamètre du cylindre avec l'échelle des diamètres, & la longueur du cylindre avec l'échelle des longueurs.  
 Fig. 2.  
 Fig. 3. Ensuite tirés la règle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre vienne à l'extrémité de la rainure.

Enfin cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous trouverez vis-à-vis ce numéro la quantité de septiers & de pintes que contient le cylindre.

On peut aussi tirer la règle mobile jusqu'à ce que le numéro de la longueur vienne à l'extrémité de la rainure ; alors il faut chercher le numéro du diamètre sur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la quantité de septiers & de pintes contenus dans ce cylindre.

Par cette opération, la distance qu'il y a depuis le zéro de la règle mobile jusqu'au numéro qu'on a trouvé sur le bord de la rainure, est la somme des logarithmes de la section du cylindre & de sa longueur ; ainsi le nombre de septiers & de pintes qui convient à cette distance, est le produit de la section & de la longueur, & est par conséquent la capacité du cylindre. *C. Q. F. T.*

## PROBLEME II.

*Jauger un Tonneau enflé par son milieu, en prenant pour le quarré de son rayon moyen  $\sqrt[3]{(a^4 b b)}$ , c'est-à-dire, la racine cubique de la quatrième puissance de son grand rayon, multipliée par le quarré de son petit rayon.*

## SOLUTION.

Le grand & le petit diamètre étant mesurés avec l'échelle des diamètres, ajoutés au numéro du petit diamètre les deux tiers de la différence qu'il y a du numéro du petit au numéro du grand, & prenés cette somme pour le numéro du diamètre moyen, c'est-à-dire, pour le logarithme de la section moyenne du tonneau. Fig. 1.

Mesurés aussi la longueur intérieure du tonneau avec l'échelle des longueurs. Fig. 2.

Enfin ayant tiré la règle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre moyen vienne à l'extrémité de la rainure, cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurés vis-à-vis ce numéro, sur le dessus de la règle mobile, la quantité de septiers & de pintes contenus dans le tonneau. Fig. 3.

## DÉMONSTRATION.

Prenant  $l$  pour signifier Logarithme :

Le numéro du grand diamètre est...  $l m a a$ .

Le numéro du petit diamètre .....  $l m b b$ .

Les deux tiers de leur différence...  $\frac{2}{3} l m a a - \frac{2}{3} l m b b$   
étant ajoutés au numéro.....  $l m b b$ ,

on aura le numéro du diamètre moyen..  $\frac{2}{3} l m a a + \frac{1}{3} l m b b$ .

Et passant de ces logarithmes à leurs nombres, la section du diamètre moyen sera  $\sqrt[3]{(m^3 a^2)} \times \sqrt[3]{(m b b)} = m \sqrt[3]{(a^2 b b)}$ , & par conséquent  $\sqrt[3]{(a^4 b b)}$  est le quarré du rayon moyen proposé.

Par le reste de l'opération l'on a ajouté le logarithme de la section moyenne avec celui de la longueur du tonneau; ainsi on a dû trouver au bout de la somme la capacité du tonneau en septiers & pintes sur le dessus de la règle mobile, C, Q. F. D.

## PROBLEME III.

*Jauger un vaisseau qui a la figure de deux Conoïdes paraboliques tronqués.*

## SOLUTION.

Quoique les tonneaux n'ayent pas la figure du vaisseau qu'on propose de jauger, je ne laisserai pas de donner la façon de jauger un tel vaisseau, afin qu'on ne croie point que l'instrument que je propose, soit incapable de jauger les tonneaux considérés comme deux conoïdes paraboliques.

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

1.° On mesurera le plus grand diamètre avec l'échelle des diamètres; on mesurera aussi la longueur avec l'échelle des longueurs, & ayant tiré la tringle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre soit à l'extrémité de la rainure, on cherchera le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la capacité que la pièce auroit si elle étoit un cylindre qui eût pour diamètre le plus grand diamètre mesuré.

2.° On mesurera le petit diamètre, & ayant tiré la tringle jusqu'à ce que le numéro du petit diamètre soit à l'extrémité de la rainure, on cherchera encore sur la rainure le numéro de la longueur, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité qu'auroit le vaisseau s'il étoit un cylindre qui eût pour diamètre ce petit diamètre.

3.° Enfin on prendra la moitié de la somme de ces deux capacités, & cette moitié sera la capacité du vaisseau proposé.

Cette opération est évidente, car la capacité du vaisseau proposé est un moyen arithmétique entre deux cylindres de même longueur que le vaisseau, dont l'un auroit pour

diamètre le plus grand diamètre du vaisseau proposé, & dont l'autre auroit pour diamètre le plus petit diamètre du même vaisseau.

# PROBLEME IV.

*Jauger un vaisseau conique.*

## SOLUTION.

Mesurés le diamètre de la base du cone avec l'échelle des diamètres, & la hauteur du cone avec l'échelle des longueurs ; ensuite ayant tiré à l'extrémité de la rainure le numéro du diamètre, comme on a toujours fait, cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la hauteur du cone, vis-à-vis ce numéro vous trouverez une capacité qui sera triple de celle du cone ; ainsi en prenant le tiers de cette capacité, on aura jaugé le cone.

Pour prendre le tiers de la capacité, j'ai mis sur le second bord de la rainure un chiffre 3 éloigné du bout de la rainure d'une quantité  $= l_3$  ; ainsi ayant amené le numéro de la capacité triple vis-à-vis ce numéro 3, on trouvera sur la tringle vis-à-vis le bout de la rainure, une capacité qui ne sera que le tiers de la première, & qui sera par conséquent celle du cone proposé.

# PROBLEME V.

*Jauger un vaisseau qui a la figure d'un Ellipsoïde tronqué par les deux bouts.*

## SOLUTION.

La section moyenne du vaisseau proposé est  $m \left( \frac{2aa + bb}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$ , ainsi ce vaisseau doit être jaugé en deux fois.

1.° Ayant mesuré le plus grand diamètre & la longueur du vaisseau avec leurs échelles, tirés la tringle jusqu'à ce que le numéro du plus grand diamètre soit vis-à-vis  $\frac{1}{2}$ , & cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurez vis-à-vis ce numéro la capacité de la première partie du vaisseau.

2.° Ayant mesuré le petit diamètre, tirés la tringle jusqu'à ce que le numéro de ce diamètre soit vis-à-vis le 3 qui est sur le second bord de la rainure, & cherchés sur le premier bord le numéro de la longueur, vous trouverez à côté de ce numéro la capacité de la seconde partie de la pièce.

## D É M O N S T R A T I O N.

1.° Le numéro ou logarithme du grand diamètre étant vis-à-vis  $\frac{3}{2}$  ou  $\log. \frac{3}{2}$ , le numéro qui est à l'extrémité de la rainure, est le logarithme de la plus grande section, moins le logarith. de  $\frac{3}{2}$ ; ainsi ce numéro est le  $\log.$  de  $m \frac{2aa}{3}$  ou de  $\frac{2}{3}$  de la plus grande section, & la capacité qu'on a trouvée, est au bout de la somme des logarithmes des deux tiers de la plus grande section & de la longueur du vaisseau, ainsi cette capacité est le produit des deux tiers de la plus grande section & de la longueur, & répond par conséquent à  $ml(\frac{2aa}{3})$ .

2.° Le numéro du petit diamètre, ou le logarithme de la petite section étant vis-à-vis 3, le numéro qui est au bout de la rainure, est le logarithme de la petite section moins le  $\log.$  de 3, il est donc le logarithme du tiers de la petite section; ainsi la seconde capacité qu'on a trouvée, est au bout de la somme du logarithme du tiers de la petite section & de la longueur du vaisseau, & par conséquent cette capacité est le produit du tiers de cette section & de la longueur, car ce produit est la seconde partie du vaisseau qui répond à  $ml(\frac{bb}{3})$ .

## P R O B L E M E VI.

*Jauger un vaisseau considéré comme deux Cones tronqués, opposés par leurs plus grandes bases.*

## S O L U T I O N.

La capacité de ce vaisseau est  $ml(\frac{aa+ab+bb}{3})$  ou

$ml [(a+b)^2 - ab]$  ; ainsi on le peut jauger en trois fois ou en deux fois ; nous allons le jauger en deux fois.

1.<sup>o</sup> Pour jauger la partie  $ml (\frac{(a+b)^2}{3})$ , on ajoutera ensemble la longueur du grand diamètre avec la longueur du petit, & ayant rapporté cette somme sur l'échelle des diamètres pour en avoir le numéro, on tirera la tringle jusqu'à ce que ce numéro soit vis-à-vis 3 ; on cherchera ensuite le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la première partie de la pièce.

2.<sup>o</sup> Pour jauger la seconde partie  $ml (-\frac{ab}{3})$ , on mesurera avec l'échelle des diamètres le plus grand & le plus petit diamètre, & l'on prendra un numéro moyen arithmétique entre leurs numéros, & ayant amené ce numéro moyen pris sur la tringle, vis-à-vis 3, on cherchera sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, & vis-à-vis ce numéro on aura la seconde partie de la capacité, laquelle étant négative, doit être retranchée de la première.

La démonstration de cette opération est trop semblable à la précédente pour nous y arrêter.

## PROBLEME VII.

*Jauger un Tonneau dont la capacité est exprimée*

par  $ml (\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135})$ .

## SOLUTION.

La formule de la capacité du vaisseau proposé ayant trois termes, on jaugera le tonneau à trois fois.

1.<sup>o</sup> Ayant mesuré la longueur & le plus grand diamètre avec leurs échelles propres, on amenera le numéro du diamètre pris sur la tringle, vis-à-vis le numéro  $\frac{135}{64}$  écrit sur le second bord de la rainure, & cherchant sur le premier bord le numéro de la longueur, on aura vis-à-vis ce numéro la première partie de la capacité du tonneau.

2.<sup>o</sup> Ayant mesuré le petit diamètre, on prendra un numéro moyen arithmétique entre le numéro du grand & celui du petit, & on tirera la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen soit vis-à-vis  $\frac{135}{37}$ , & cherchant le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis la seconde partie de la capacité de la pièce.

3.<sup>o</sup> Enfin on tirera la tringle jusqu'à ce que le numéro du petit diamètre soit vis-à-vis  $\frac{135}{34}$ , & cherchant le numéro de la longueur sur le premier bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la troisième partie du tonneau.

Il est évident que ces trois parties de capacité étant ajoutées ensemble, leur somme sera la capacité entière du tonneau.

La démonstration de cette pratique est encore la même, car les distances du bout de la rainure aux nombres  $\frac{135}{64}$ ,  $\frac{135}{37}$ ,  $\frac{135}{34}$ , sont les logarithmes de ces nombres.

### PROBLEME VIII.

*Jauger un Ellipsoïde, quel que soit le rapport de ses deux axes.*

#### SOLUTION.

Ayant mesuré le diamètre du plus grand cercle, & la longueur de l'axe qui est perpendiculaire à ce cercle, chacun avec son échelle propre, tirés la tringle jusqu'à ce que le numéro du diamètre soit vis-à-vis le nombre  $\frac{2}{3}$  marqué sur le second bord de la rainure, & cherchés sur le premier bord le numéro de l'axe, vous trouverez vis-à-vis ce numéro la capacité du sphéroïde elliptique.

La démonstration est encore la même, car le solide de l'ellipsoïde est  $m l \left( \frac{2aa}{3} \right)$ .

Il est évident que cette opération convient aussi à la jauge d'une sphère, car la sphère est un ellipsoïde dont l'axe est égal au diamètre de l'équateur.

Si l'ellipsoïde n'étoit point un sphéroïde, & si toutes les sections



les sections perpendiculaires à l'axe ou longueur étoient des ellipses, on prendroit un moyen arithmétique entre les numéros des deux axes de la plus grande section, & l'on tireroit la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen fût vis-à-vis  $\frac{3}{2}$ , ensuite on chercheroit le numéro de la longueur perpendiculaire à cette section sur le premier bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouveroit la capacité de l'ellipsoïde non sphéroïde.

## PROBLEME IX.

*Jauger des Parallélépipèdes.*

### SOLUTION.

On peut jauger les parallélépipèdes en deux manières.

1.<sup>o</sup> On mesurera deux dimensions du parallélépipède proposé, avec l'échelle des diamètres, & l'on prendra une moyenne arithmétique entre les numéros de ces dimensions. On mesurera aussi la troisième dimension avec l'échelle des longueurs, ensuite on tirera, comme pour le cylindre, la tringle jusqu'à ce que le numéro moyen des deux premières dimensions soit à l'extrémité de la rainure, & cherchant sur le côté du bord de la rainure le numéro de la troisième dimension, l'on aura vis-à-vis ce numéro une capacité qu'il faudra multiplier par  $\frac{14}{11}$  ou par  $\frac{400}{314}$  pour avoir celle du parallélépipède; mais on s'épargnera la multiplication, en apportant la capacité trouvée à l'extrémité de la rainure, car on aura alors la capacité demandée vis-à-vis une division cottée  $\frac{14}{11}$  ou  $\frac{400}{314}$  sur le second bord de la rainure.

La démonstration de cette opération est semblable aux précédentes, & est fondée sur ce que la division marquée  $\frac{14}{11}$  ou  $\frac{400}{314}$  est éloignée du bout de la rainure d'une distance qui est le logarithme de  $\frac{14}{11}$  ou de  $\frac{400}{314}$ .

2.<sup>o</sup> On peut mesurer les trois dimensions du parallélépipède proposé, avec l'échelle des longueurs, alors il faudra tirer la tringle jusqu'à ce qu'on ait le numéro d'une dimension au bord de la rainure, & tirer encore la tringle d'une

quantité égale au numéro de la seconde dimension, ce qui est facile ; car ayant remarqué sur le bord de la rainure le numéro de la seconde dimension, l'on peut aisément tirer à l'extrémité de la rainure le point de la tringle qui est vis-à-vis ce numéro : enfin on cherchera sur le bord de la rainure le numéro de la troisième dimension, & vis-à-vis on trouvera la capacité en huitièmes de pintes, c'est-à-dire, qu'il faudra compter les septiers pour pintes, & les pintes pour des huitièmes de pintes.

La démonstration de cette opération est fondée sur ce que l'unité des mesures des longueurs est de 21. 8 lignes, qui est le côté d'un cube de 6 pouces cubiques, ou de la huitième partie d'une pinte.

J'aurois pu ajouter un plus grand nombre de Problèmes, pour faire voir que la Jauge que je propose, est un instrument propre à mesurer tous les solides dont on peut avoir les expressions ; mais je crois que les solides dont je me suis proposé d'avoir la capacité, suffisent pour donner une idée des opérations qu'il faudroit faire pour jauger d'autres solides.



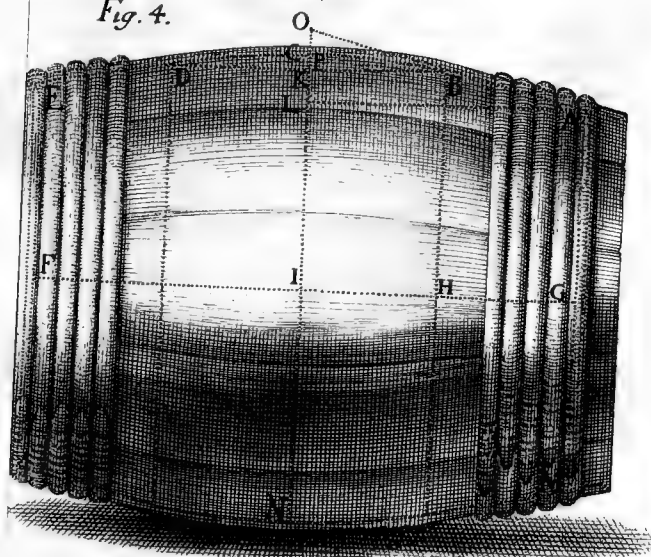


Fig. 1.

Fig. 2.



Fig. 4.



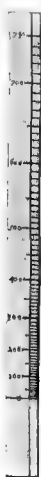


Fig. 1

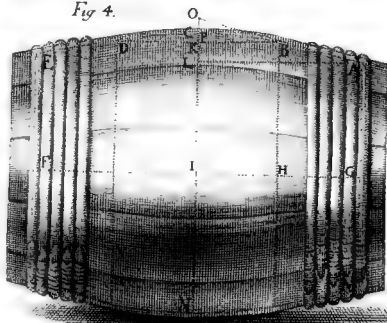


Fig. 7.



Fig. 2

Fig. 4.



## REMARQUES

SUR

## L'ASCENSION DROITE D'ARCTURUS.

Par M. LE MONNIER le Fils.

COMME on a lû il y a quelques jours dans l'assemblée 23 Août  
1741.  
de l'Académie diverses réflexions au sujet des Observations astronomiques publiées dans les Mémoires de l'année 1738, j'ai cru devoir les calculer de nouveau, ou plutôt les comparer à celles que j'ai continué de faire pendant ces trois dernières années. Je ne parlerai point ici des différences en ascension droite entre le Soleil & Arcturus, observées le 20 & le 21 Juin 1738; c'est aux Astronomes à se décider sur le choix de celles qui ont été faites suivant deux méthodes différentes, pour en déduire le vrai moment du Solstice d'été; d'ailleurs les différences qui en résultent ne paroissent peut-être pas assez considérables pour nous y arrêter. Toute la question roule donc principalement sur la situation d'Arcturus, que l'on auroit supposé trop avancé dans le Ciel: c'est du moins ce qui s'ensuivroit d'un calcul fondé sur quelques observations qui donneroient, selon M. de Thury, le vrai tems du Solstice d'été à  $6^h 36'$ , au lieu de  $6^h 23'$  que nous avons établi, en limitant l'ascension droite d'Arcturus. Cette dernière détermination de l'heure vraie du Solstice n'étoit fondée, comme l'on voit, que sur les résultats des deux premières tentatives qui furent faites en 1738 pour déterminer la situation de cette Étoile, que nous jugeames pour lors n'être pas bien éloignée de sa vraie position dans le Ciel, en fixant son ascension droite au 21 Juin à  $210^{\circ} 56' 0''$ .

Je trouve présentement qu'au lieu de supposer l'ascension droite d'Arcturus plus petite que je ne l'avois faite, il faudroit au contraire l'augmenter d'environ un huitième de minute. On voit donc par-là qu'au lieu de prendre  $6^h 36'$  pour le

E e ij

tems vrai du Solstice, il faudroit au contraire qu'il fût arrivé avant  $6^h\ 23'$  ; mais il reste à exposer les principaux motifs qui m'ont déterminé deux fois consécutives à augmenter l'ascension droite de cette Etoile, en un mot pourquoi je l'ai faite dans l'Histoire Céleste de  $15''$  plus grande que selon le 1.<sup>er</sup> essai qui en a été publié dans les Mém. de l'Acad. & qui n'étoit fondé que sur quelques observations correspondantes faites environ 25 jours avant & après le Solstice d'été.

Pour cet effet nous remonterons d'abord à l'origine de toutes ces recherches. Pour peu que l'on veuille réfléchir sur l'état présent de l'Astronomie, il est certain qu'il n'y a personne qui ne sente la nécessité (sur-tout après les nouvelles découvertes qui ont été faites sur les mouvemens apparens des Etoiles depuis environ 20 ans) de rétablir par de nouvelles & par les plus exactes observations les vraies situations des Etoiles fixes dans le Ciel. En vain voudroit-on se servir de celles de M.<sup>rs</sup> de la Hire & Flamsteed : ces observations, quoique faites avec de fort bons instrumens, ne peuvent guère nous donner les ascensions droites des Etoiles que pour la fin du dernier siècle, car il y a telle Etoile observée depuis 1680 jusqu'à 1690, dont l'ascension droite corrigée & réduite à l'année 1740, differe de plus de  $2'$  de la véritable ascension droite.

Ayant donc remarqué que c'étoit aux Etoiles fixes de la 1.<sup>re</sup> grandeur que les Astronomes comparent le plus communément le Soleil & toutes les Planètes, pour en déduire leurs vrais mouvemens en longitude, & par conséquent les équations de leurs orbites, je me préparai dès le commencement de 1736 à rechercher celles de Sirius & d'Arcturus ; mais m'étant bien-tôt apperçu qu'il y avoit trop de difficultés à établir les ascensions droites de ces deux Etoiles, en les comparant immédiatement avec le Soleil, je m'attachai aussi-tôt après mon retour de la Lapponie, à rechercher celles de Procyon & de la Luifante de l'Aigle : ces deux Etoiles sont situées d'une manière plus avantageuse, parce que vers les Equinoxes, lorsque le mouvement du Soleil en

déclinaison est le plus rapide, on peut déterminer très commodément leurs différences de passages au Méridien avant ou après le Soleil; ce qu'il est facile de pratiquer en plein jour, ou par des hauteurs égales prises à l'Orient & à l'Occident, ou par leurs passages observés aux filets verticaux de la lunette immobile d'un Arc mural de *Graham*. Il n'en est pas de même de *Sinus* & d'*Arcturus*: d'ailleurs la première de ces deux Etoiles ne monte pas assez vite sur notre horizon; enfin *Arcturus* ne peut guère être comparé avec le Soleil qu'aux mois de Mai & de Juillet, & le mouvement diurne du Soleil en déclinaison est alors bien moins sensible que vers les Equinoxes: or il faut bien prendre garde ici que c'est principalement l'erreur que l'on commet dans les déclinaisons du Soleil observées qui doit influer le plus sur l'ascension droite de l'Etoile que l'on veut alors établir. Quand le Soleil passe dans la même ouverture de lunette qu'*Arcturus* le 24 Mai ou le 19 Juillet, son mouvement diurne n'est alors que de 13 à 11 minutes, c'est-à-dire, environ la moitié de celui qu'on observe vers les Equinoxes; mais plus on approche du Solstice d'été, plus une même erreur dans les déclinaisons observées doit influer sur les ascensions droites. Il pourroit donc arriver qu'au lieu de déterminer les ascensions droites à quelques secondes près, comme cela se pratique vers les Equinoxes, on ne les connoitroit peut-être, en y employant toujours la même méthode, qu'à quelques minutes près, si l'on n'observoit que 5 ou 6 jours avant & après le Solstice.

C'est pour cette raison qu'il vaut mieux rechercher l'ascension droite d'*Arcturus*, en comparant cette Etoile avec *Procyon* ou la *Luisante* de l'*Aigle*. Voici du moins de quelle manière j'y ai procédé. On trouve dans les Mémoires de 1738\* & dans l'Histoire Céleste les principaux résultats sur l'ascension droite de *Procyon*. Après l'avoir vérifiée trois années de suite, j'ai recherché en même tems non seulement l'ascension droite de la *Luisante* de l'*Aigle* qui en est éloignée d'environ  $183^{\circ}$ , mais je me suis appliqué sur-tout à connoître sa différence en ascension droite avec *Procyon*. J'y

\* Page 317,

# 406. MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

ai employé premièrement des hauteurs égales ou correspondantes, observées à différentes fois, & sur-tout en plein jour, le 18 & le 21 Septembre 1737. Je me suis servi aussi de lunettes fixes ou murales dont j'avois vérifié un grand nombre de fois la situation par rapport au Méridien; enfin j'ai vérifié toutes ces observations par plus de vingt passages observés à la lunette mobile, autour de son axe horizontal, & il sembloit qu'après tant de vérifications il ne devoit plus rester aucun doute sur les ascensions droites de ces deux Etoiles; mais de plus ayant comparé cinq fois Arcturus avec la Luisante de l'Aigle par des hauteurs égales ou correspondantes, & deux fois avec Procyon, il m'a paru que j'avois un assez grand nombre de preuves évidentes pour augmenter l'ascension droite d'Arcturus d'environ  $\frac{1}{8}$  de minute, c'est pourquoi je l'ai fixée au 1.<sup>er</sup> Janvier 1740 à 210° 57' 10".

*Observations \* faites pour déterminer la différence en ascension droite entre l'Etoile Procyon & la Luisante de l'Aigle.*

Le 18 Septembre 1737 au matin, hauteurs correspondantes.

à l'Orient	de Procyon	à l'Occid.	Pass. au Méridien	Passage de l'Aigle
5 <sup>h</sup> 13' 53" $\frac{1}{2}$	37° 50' 00"	9 <sup>h</sup> 53' 36" $\frac{1}{2}$	7 <sup>h</sup> 33' 44" $\frac{1}{2}$	à 7 <sup>h</sup> 44' 15" $\frac{1}{2}$ du soir.
5 14 15 $\frac{3}{4}$	37 50 + 100 P	9 53 13 $\frac{3}{4}$	44 $\frac{3}{4}$	Ainsi puisque 23 <sup>h</sup> 56' 12" de la Pendule répondoient à une révolution du Ciel ou 360 degr. on trouve qu'à proportion 122° 30' 45" valent 183 degr. 6' 36" 30". Donc la vraie différence en ascension droite apparente entre ces deux Etoiles, 183 degr. 06' 19".
5 18 08 $\frac{1}{2}$	38 20 00	9 49 21	44 $\frac{1}{2}$	
5 18 31	38 20 + 100	9 48 58	44 $\frac{1}{2}$	
5 22 27	38 50 00	9 45 01 $\frac{1}{2}$	44 $\frac{1}{2}$	
5 22 50 $\frac{1}{2}$	38 50 + 100	9 44 37 $\frac{1}{2}$	44	

Le 21 Septembre 1737 au matin,

à l'Occident	Procyon	à l'Orient	Passage au Méridien
5 <sup>h</sup> 24' 53" $\frac{1}{2}$	40° 20' 00"	9 <sup>h</sup> 20' 02" $\frac{3}{4}$	7 <sup>h</sup> 22' 23" $\frac{1}{8}$
5 25 08	40 20 + 100	9 19 37 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{3}{8}$
5 37 51 $\frac{1}{2}$	41 40 00	9 06 54	22 $\frac{5}{8}$
5 38 19	41 40 + 100	9 06 26	22 $\frac{1}{2}$

\* Ces observations auroient dû être rapportées dans les Mémoires de l'année 1738, page 356; mais on étoit persuadé pour lors qu'il suffisoit d'en donner un extrait.



Le même jour au soir,

à l'Orient	l'Aigle	à l'Occident	Passage au Méridien
6 <sup>h</sup> 0' 57 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	45° 00' 00"	8 <sup>h</sup> 04' 50 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> "	7 <sup>h</sup> 32' 53 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
6 4 41 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	45 20 00	8 01 06 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	53 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
6 8 34	45 40 00	8 57 14 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	54 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
6 9 06 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	45 40 + 100	8 56 43 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	55
6 12 37	46 00 00	8 53 10	53 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
6 13 11 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	46 00 + 100	8 52 37 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	54 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "

C'est pourquoi supposant que la Pendule retardeât chaque jour de 3" 47<sup>1</sup>/<sub>2</sub>" sur la révolution des Etoiles fixes, conformément aux observations du soir & du matin, on doit conclure la différence en ascension droite apparente entre Procyon & la Luifante de l'Aigle, de 183° 6' 47<sup>1</sup>/<sub>2</sub>". Prenant un milieu, & ayant égard à leurs aberrations & à la précession des Equinoxes, on a leur vraie différence en ascension droite au 1.<sup>er</sup> Juillet 1738, de 183° 6' 28<sup>1</sup>/<sub>2</sub>".

*Observations faites pour déterminer la différence en ascension droite entre Arcturus & la Luifante de l'Aigle.*

Le 7 Juillet 1738 au soir, hauteurs correspondantes,

à l'Orient	Arcturus	à l'Occident	Passage au Méridien
5 <sup>h</sup> 37' 15 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	55° 30' 00"	8 <sup>h</sup> 54' 52 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> "	7 <sup>h</sup> 16' 04 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
5 37 28	55 30 + 50	8 54 40 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	04 <sup>3</sup> / <sub>8</sub> "
5 41 43	56 00 00	8 50 26 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	04 <sup>3</sup> / <sub>2</sub> "
5 41 55	56 00 + 50	8 50 14 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	04 <sup>1</sup> / <sub>8</sub> "

Le même jour au soir, & le 8 Juillet au matin,

à l'Orient	l'Aigle	à l'Occident	Passage au Méridien
9 <sup>h</sup> 37' 15 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	32° 50' 00"	4 <sup>h</sup> 01' 46"	12 <sup>h</sup> 49' 30 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
9 37 25	32 50 + 50	4 01 36 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	30 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
9 40 44 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	33 20 00	3 58 18 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	31 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "
9 40 54 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> "	33 20 + 50	3 58 09	31 <sup>1</sup> / <sub>8</sub> "

Notés que 23<sup>h</sup> 56' 19" de la Pendule répondoient alors à 360° 0' 0", c'est pourquoi selon ces observations la différence en ascension droite apparente entre Arcturus & la Luifante de l'Aigle auroit été de 83° 34' 28<sup>1</sup>/<sub>2</sub>", mais corrigée par l'aberration, la vraie différence en ascension droite, 83° 34' 15".

Comme on a déjà publié dans les Mémoires de l'année 1738 les observations des hauteurs correspondantes de l'Etoile Arcturus, observées le 20 & le 21 Juin, on croit

qu'il est inutile de les répéter ici ; mais on avoit trouvé pour lors par des hauteurs correspondantes de l'Aigle observées avant & après minuit, le moment du passage de l'Aigle au Méridien le 21 Juin au matin à  $1^h 51' 18''$  de la Pendule, ce qui donnoit pour différence en ascension droite apparente entre les deux Etoiles,  $83^{\circ} 34' 34'' \frac{1}{2}$ , ou plutôt  $27''$  ayant égard à l'aberration. On peut donc conclure par ces premières observations la différence en ascension droite entre les Etoiles Arcturus & la Luifante de l'Aigle, de  $83^{\circ} 34' 20''$  au premier Juillet 1738.

Cette méthode de déterminer les différences en ascension droite des Astres nous a toujours paru la plus certaine, surtout lorsque nous avons observé en plein jour les hauteurs, tant orientales qu'occidentales, ce qui n'avoit pas encore été tenté jusqu'ici. Il est vrai qu'on auroit pu parvenir à connoître ces différences en ascension droite avec bien moins de peine, & peut-être avec autant de certitude, si l'on eût employé à cette recherche un excellent instrument des passages ; mais outre que celui que nous faisons construire, n'étoit pas encore achevé, il y a d'ailleurs une infinité de précautions à prendre lorsqu'on se sert de cet instrument, qui néanmoins n'est pas sujet de même que nos anciens Quart-de-cercles muraux, aux variations causées par le froid & par le chaud, à moins que les rayons du Soleil ne l'échauffent inégalement en plein jour, si par hazard ils viennent à tomber dessus, ou plutôt lorsque cet instrument n'est pas renfermé dans une chambre obscure.

On remarquera que le mouvement d'Arcturus en ascension droite pour trois années, est de  $2' 2'' \frac{1}{2}$ , & que le Catalogue de *Flamsteed* donne la différence en ascension droite entre Procyon & la Luifante de l'Aigle, de  $1' \frac{3}{4}$  trop petite.



# DE LA FORMATION DE LA VOIX DE L'HOMME.

Par M. FERREIN.

**L'**EXAMEN de la structure & du jeu de tous les organes du Corps humain est du ressort de l'Anatomie; l'Anatomie est une des principales parties de la Médecine, on ne doit donc pas être étonné qu'un Médecin ait fait des recherches sur la formation de la Voix humaine : d'ailleurs ces recherches ne se bornent pas à de simples spéculations ; les vérités qu'elles présentent à la Physique ont leur utilité particulière dans la Médecine.

15 Novemb.  
1741.

L'organe de la voix a ses maladies ; la voix elle-même est sujette à des accidens dont la connoissance sert à fixer en bien des occasions les attentions & les vûes d'un Médecin, & c'est, s'il m'est permis de le dire, dans les découvertes dont je vais rendre compte, qu'on peut puiser les principes de cette connoissance.

L'instrument de la voix de l'homme a été comparé aux flûtes, aux jeux à biseau de l'orgue, &c. Le larinx situé au haut du col en est le principal organe, l'air en est la matière, le poumon est regardé comme le soufflet, la trachée-artère comme le porte-vent ; on considère enfin l'effort de la poitrine sur le poumon comme le poids dont on charge le soufflet de l'orgue.

I.  
Idée qu'on a  
de l'instrument  
de la voix hu-  
maine.

La théorie de la voix est peut-être le sujet de physique sur lequel les Anciens & les Modernes ont été le moins partagés ; c'est un même langage depuis plus de deux mille ans, & il semble que M. Dodart, membre illustre de cette Académie, a dissipé tous les doutes qui auroient pu naître sur ce sujet.

Je ne viens point offrir de nouveaux commentaires sur l'opinion des Anciens, je veux montrer au contraire que

II.  
L'organe de

Mem. 1741.

Fff

la voix est un  
instrument à  
corde & à vent.

leur théorie est peu d'accord avec la Nature, & présenter un instrument nouveau également inconnu aux Anatomistes & aux Musiciens. Il y a des instrumens à corde, tels que le violon, le clavecin; il y en a d'autres à vent, comme la flûte, l'orgue, mais on n'en connoît point qui soient à corde & à vent tout à la fois : cet instrument, l'objet des vœux de deux grands hommes\*, je l'ai trouvé dans le corps humain. Cette découverte est fondée sur les expériences que j'ai faites; mais avant que de les rapporter, je crois devoir donner une idée des instrumens auxquels on a comparé celui de la voix, & de la doctrine qu'on a suivie jusqu'ici.

\* Les PP. Mersenne & Kircher.

## III.

Deux diffé-  
rens genres  
d'instrumens  
de musique.

On convient parmi les Physiciens que les instrumens de musique se réduisent presque tous à deux genres (a) : les uns tirent leurs propriétés de la nature, de la roideur, des dimensions, &c. de la matière dont ils sont faits, telles sont les cordes sonores, les cloches, &c. les autres au contraire, comme les flûtes, les flageolets, les jeux à biseau de l'orgue, tirent ces propriétés de la figure & de l'étendue de leurs cavités.

Les premiers ne sonnent jamais sans être agités de tremblemens sensibles; leur son s'éteint au moment qu'on arrête ces tremblemens, il change suivant la qualité des matières, on les distingue même au son qu'elles rendent : on ne sçauroit changer la longueur, la largeur & l'épaisseur de ces matières sans faire varier le son & le ton. Il n'en est pas de même des flûtes & autres instrumens du second genre; on peut les presser fortement (b), on peut les couvrir de plomb, d'argent, on peut leur donner indifféremment l'épaisseur d'une ligne ou d'un pied, on peut enfin employer tous les moyens propres à changer ou à éteindre les vibrations, sans altérer en rien le son & le ton; la diversité même des matières est incapable de le faire, il est du moins très-difficile à l'oreille d'y reconnoître quelque différence (c), je m'en suis assuré par moi-même. Des flûtes d'orgue faites de cuivre, d'étain,

(a) V. Perrault, *Essais de Physiq.*  
*Traité du Bruit*, part. 2. chap. 7.  
Euler, *Tentam. novæ theor. Musicæ*.

Perrault au même endroit.

(b) Voy. sur tous ces faits M.

(c) Voy. Mersenne, *Harmonie universelle*, liv. 5. & 6. en divers endroits; Perrault, *ibid.* Euler, *ibid.*

de plomb, de carton, m'ont fait entendre le même son & le même ton avec le même degré de force ; il faut écouter de fort près & prêter une oreille très-attentive, il faut les faire sonner d'abord les unes après les autres, & les comparer exactement pour en juger d'une autre manière ; on s'y trompe même souvent avec ces précautions, & l'on s'y trompe toujours si on les néglige ; on croit alors entendre un seul & même tuyau, sans pouvoir soupçonner aucun changement à cet égard (d).

Tout ce que nous venons de dire, sert à établir deux vérités importantes. La première est que dans les cordes sonores, les timbres & autres instrumens du premier genre, les vibrations du solide sont essentielles à la production du son (e), au lieu qu'elles ne servent en rien au son des flûtes,

(d) La longueur de ces tuyaux prise depuis la bouche, est d'un pied, le diamètre est de 13 à 14 lignes : si l'on se met à la juste portée de cet instrument ou dans une autre chambre, les différences les plus délicates échappent, je n'en ai pu sentir aucune. Il y a même quelque chose de fort singulier dans celles qu'on observe en les étudiant de plus près, c'est que le son du tuyau de plomb est un peu plus net & plus moëlleux, que les autres ; celui de carton l'emporte encore à cet égard sur celui de cuivre & d'étain ; ce dernier est le moins bon de tous, cela peut dépendre, des différences inévitables dans la construction. On fait que dans les tuyaux de même matière & de même grandeur, souvent le son est simple dans l'un, & accompagné de son octave dans l'autre, ici plus sec, plus aigre, plus perçant ; là plus doux, plus net, plus moëlleux ; un biseau plus ou moins saillant ; une surface plus ou moins unie, un peu de pousfière, le changement de tems, tout enfin peut produire de pareils effets ; le tuyau de carton devient sensible-

ment plus sourd en tems humide. Au reste j'ai entendu jouer le S.<sup>r</sup> Belle-jambe, d'Etampes, sur une flûte de terre qu'il a faite lui-même, & qui ne diffère en rien des flûtes ordinaires par la qualité, la force & l'agrément du son.

Je pourrais rappeler ici les expériences rapportées 1.<sup>o</sup> par M. Perrault au sujet des flûtes d'argent, d'yvoire, de cuivre, de bois, de plomb, de carton (*Traité du Bruit*, p. 2. ch. 7.) 2.<sup>o</sup> Par le P. Merfenne au sujet des trompettes d'argent, de fer, d'étain, de bois, de laiton (*Harmonie univers.* liv. 5. prop. 11. p. 237.) & au sujet des tuyaux d'orgue de plomb, d'étain, de bois, de fer, de carton, de cire, de plume (*Ibid.* liv. 6. prop. 5. p. 221. & prop. 18. p. 346.) Je pourrais enfin ajouter ce que dit M. Euler dans son *Tentamen novæ theoriæ Musicæ*, & faire voir l'accord de leurs expériences avec les miennes.

(e) C'est pour cela qu'ils doivent rassembler l'élasticité & la flexibilité jointes à une certaine roideur, qui les rendent capables de prêter & de se remettre promptement : les corps trop

412 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
des flageolets, des jeux à biseau de l'orgue, &c. Je sçais  
que M. Perrault & quelques Physiciens modernes ont voulu  
modifier cette proposition; ils n'ont garde d'attribuer à ce  
dernier genre d'instrumens les ébranlemens qu'on découvre  
si sensiblement dans les premiers, & dont ils reconnoissent  
d'ailleurs la nécessité, mais ils leur prêtent des vibrations  
insensibles, des vibrations qui n'ébranlent que les particules  
de la surface, des vibrations enfin supposées, inutiles & in-  
compatibles avec les phénomènes de ces instrumens, comme  
de sçavans Physiciens (*f*) l'ont démontré avant moi.

La seconde vérité est que les cloches, les cordes sonores  
& tous les instrumens du premier genre nous font entendre  
le son de l'or, de l'argent, du cuivre, &c. dont ils sont  
faits, mais qu'il n'en est pas ainsi des flûtes, des sifflets, &c.  
les matières qu'on emploie pour les faire, le bois, le plomb,  
l'étain, l'ivoire, ne servent pas plus au son de ces instrumens  
que les forêts & les vallées au bruit de l'écho. Ces matières  
n'ont d'autre usage que celui de former des cavités, ou de  
présenter des surfaces favorables à certains mouvemens de  
l'air (*g*); l'argent sonne dans une cloche, mais non pas dans  
une flûte (car on en fait quelquefois de ce métal): ce sont  
des faits avoués de tous les Physiciens (*h*).

#### IV.

Exposition  
du système qui  
a régné jus-  
qu'ici.

On n'a jamais cru que l'organe de la voix humaine fût  
capable de sonner comme les timbres, les cordes sono-  
res, &c. on l'a toujours comparé aux flûtes, aux flageolets,  
aux jeux à biseau de l'orgue. Ce que disent là-dessus les An-  
ciens n'est pas moins formel que ce qu'en ont dit de nos  
jours M.<sup>rs</sup> Perrault & Dodart. C'est un point qui paroît  
décidé par le consentement unanime de tous les siècles, &

longs & trop grêles ont rarement cette  
roideur; on peut leur donner ce qui  
leur manque, & les mettre en état de  
sonner par le moyen de la tension, &  
c'est ce qu'on fait dans les instrumens  
à corde.

(*f*) Voyés Euler, *ibid*.

(*g*) Je n'examine pas si c'est un  
mouvement de toute la colonne, ou

seulement des parties *toniques* de l'air,  
suivant l'ingénieux système de M. de  
Mairan, qu'il seroit aisé d'accorder  
avec nos principes. Voyés les *Mem.*  
de l'Acad. 1737. p. 1. & suiv.

(*h*) V. Mersenne, Kircher, &  
principalement Perrault dans l'en-  
droit que j'ai déjà cité.

l'on ne sçauroit, ce semble, penser autrement, lorsqu'on vient à examiner l'organe qui fait, dit-on, la partie principale de l'instrument.

On trouve dans le larinx même une voûte en *tiers-point*, dont la clef laisse une fente horisontale, longue de 8 à 10 lignes, & profonde d'une ligne au plus ; cette fente est connue sous le nom de *glotte* : l'air que nous respirons n'a pas d'autre passage ; les portions de la voûte qui terminent cette ouverture à droite & à gauche, sont appelées *lèvres de la glotte* ; on l'a comparée à la fente de l'embouchûre des flûtes ou à celle des jeux à biseau de l'orgue, & considérée comme l'organe essentiel de la voix, mais comme un organe passif, uniquement propre à gêner le passage de l'air, semblable à cet égard aux fentes de rocher que l'air traverse en sifflant. On a donc jugé que la voix n'étoit que le son de l'air lancé impétueusement dans l'air qui repose (i), ou brisé par les obstacles qui s'opposent à son cours. C'est précisément le système que M. Dodart adopte dans son dernier mémoire sur la Voix (k), & qu'il croit pouvoir démontrer par l'exemple du sifflement humain ; il est vrai qu'il joint quelquefois à cette cause le frémissement que M. Perrault, son illustre maître, attribuoit aux particules insensibles de la surface des flûtes & des lèvres de la glotte, mais ce prétendu frémissement ne vient qu'en second, il est étranger à l'idée générale de son système & à l'explication qu'il donne des phénomènes, & son auteur paroît le désavouer en plus d'un endroit (l).

(i) *Galen. passim ; Fabricius, de laringe, vocis organo ; Casserius, de organo vocis.*

(k) *Mémoires de l'Académie, ann. 1707. p. 73. & suiv.*

(l) M. Dodart n'a jamais paru tenir beaucoup à ces vibrations des parties insensibles que la plupart des Physiciens de son tems admettoient dans les flûtes ou autres instrumens semblables, & par conséquent dans

la circonférence de la glotte ; il les suppose néanmoins dans plusieurs endroits de ses mémoires, mais dans d'autres il semble qu'il seroit assés porté à s'en éloigner, & principalement dans son mémoire de 1707. *V. les Mém. de l'Acad. ann. 1707, p. 74. V. aussi les Mém. de l'année 1700, depuis la page 241, jusqu'à la page 251, avec la note N. pag. 272 & 287.*

M. Dodart croit aussi après Aristote, Galien, Boëce (*m*), &c. que les tons aigus de la voix dépendent du rétrécissement de la glotte & des degrés de la vitesse de l'air causée par ce rétrécissement : cette opinion a pour elle le suffrage de tous les Auteurs qui ont écrit depuis deux mille ans, & un grand nombre de preuves qui forment le fond principal des mémoires de M. Dodart. Les plus grands Physiciens de nos jours regardent les preuves rapportées par ce sçavant Médecin, comme autant de démonstrations.

On a attribué la force du son de la voix à la dilatation de la glotte & à la quantité d'air lancé par cette ouverture ; l'autorité des Anciens & les raisons de M. Dodart se réunissent encore en faveur de ce sentiment.

V.  
Réfutation  
de ce système.

Cette théorie, quoique soutenue de l'autorité des Anciens & des Modernes, ne m'a point frappé ; j'y ai trouvé des difficultés insurmontables, & malgré ma vénération pour l'Antiquité, malgré le respect que doit inspirer le nom des célèbres Auteurs qui l'ont adoptée, j'ai osé en douter ; j'ai fait plus, je me suis mis en état de faire voir qu'elle pèche dans le principe & dans les conséquences. En effet, on compare la glotte à la fente des flûtes, des jeux à biseau de l'orgue, &c. elles ont, dit-on, l'une & l'autre les mêmes usages : j'y consens, & j'en conclus évidemment que la glotte n'est pas l'organe de la voix, car il est certain que la fente des flûtes & des tuyaux d'orgue n'est ni l'instrument, ni une partie essentielle de l'instrument proprement dit ; la flûte *traversière* n'en a point, l'ouverture des lèvres du joueur y supplée : cette fente sert uniquement à diriger l'air sur le biseau, sans contribuer en rien par elle-même à la production du son.

Le rétrécissement de la glotte & la vitesse de l'air ne sont pas plus propres, même dans ce système, à expliquer la diversité des tons de la voix. M. Dodart & ceux qui l'ont précédé, ignoroient que les fentes des flûtes, des

(*m*). On peut ajouter Fabricius, Casserius, le P. Merfenne, Kircher, Perrault, & une infinité d'autres.



flageolets, des tuyaux d'orgue, &c. ne font ni monter ni descendre le ton, quelque changement qu'on suppose dans leurs dimensions; le diamètre même des tuyaux y contribue si peu (*n*), que l'un des grands connoisseurs en ce genre compte pour rien la différence qui en résulte (*o*).

La part qu'on donne à la vitesse de l'air dans la production des tons n'est pas mieux fondée. Aristote croyoit que les sons aigus de tous les corps consistent dans cette vitesse (*p*), il fit l'application de cette doctrine aux tons de la voix (*q*) : personne n'ignore aujourd'hui la fausseté du principe, malgré les efforts que M. Dodart a faits pour le renouveler (*r*). Il y a donc lieu de s'étonner qu'on n'ait pas apperçu l'erreur d'une conséquence qui tient de si près à ce principe.

Les exemples tirés des instrumens à vent n'ont rien d'imposant que la manière dont M. Dodart les présente. Il est vrai que souvent les instrumens compris sous le genre de flûtes, montent à l'octave par un vent forcé (*s*), mais ils y montent de même par un souffle presque insensible, je l'ai éprouvé sur les flûtes d'orgue; d'ailleurs ces octaves n'ont aucun rapport avec la suite des tons de la voix humaine.

Il est encore vrai qu'indépendamment des octaves, ces tuyaux montent aussi comme par nuances à mesure qu'on pousse le vent, mais cette différence est si peu considérable qu'elle échappe aux oreilles peu attentives. Je consentirai néanmoins, si l'on veut, que toutes ces raisons soient comptées pour rien, & que les différens degrés de vitesse de l'air puissent produire tous les degrés imaginables d'aigu & de grave; mais on sçait que la force du son des instrumens à vent augmente par celle de l'air & par sa vitesse,

(*n*). Voyez les expériences du P. Merfenne dans son *Harm. univers.* liv. 6.

(*o*) Euler, *Tentam. novæ theor. Musicæ.*

(*p*) Aristotel. de generat. animal. lib. 5.

(*q*) Ibidem.

(*r*) Mém. de l'Acad. an. 1707.

(*s*) Les tuyaux d'orgue fort courts à proportion de leur diamètre, & ceux dont la bouche est fort haute, ne sont pas sujets à octavier; quelque vent qu'on puisse leur donner.

il est donc certain que les octaves, que les sons aigus qui dépendent de cette vitesse seront constamment plus forts, plus pleins & plus éclatans que les sons graves, sans que cela puisse être autrement (1), & je ne connois point d'exemple qui ne justifie l'universalité de la règle : les tons de la voix seroient donc dans le même cas, s'ils dépendoient de cette cause ; on ne pourroit faire monter le son sans le forcer, ni le faire descendre sans l'affoiblir. Cette réflexion suffit elle seule pour anéantir toutes les inductions qu'on a voulu tirer de quelques faits présentés sous des couleurs différentes.

## VI.

L'instrument  
de la voix com-  
paré à une  
viole.

Ces observations m'ayant découvert les défauts du système qui a régné jusqu'ici, j'ai cherché une théorie qui pût mieux expliquer le mécanisme admirable qui produit tous les sons différens qui charment nos oreilles. L'examen du larinx m'en a d'abord fourni l'idée. J'ai cru trouver dans les lèvres de la glotte des cordes capables de trembler & de sonner comme celles d'une viole ; j'ai regardé l'air comme l'archet qui les met en jeu, l'effort de la poitrine & du poumon comme la main qui fait promener l'archet, & je me suis servi de ce principe pour expliquer la force du son de la voix, la diversité de ses tons, & beaucoup d'autres phénomènes dont la cause avoit paru jusqu'ici se dérober à nos connoissances ; je me suis même cru en droit d'ôter à la glotte le titre d'*organe de la voix*, pour en revêtir les cordes dont j'ai parlé. Mais comme je sçais que l'Académie ne se contente pas de vraisemblances, j'ai voulu, avant que de proposer mon idée, l'établir sur des expériences certaines. L'entreprise étoit difficile : tout le monde croyoit, & M. Dodart l'avoit assuré\*, qu'on ne pouvoit rendre l'organe de la voix humaine visible en action, ni le faire sonner quand il n'est plus animé par le principe de la vie, cependant je résolus de le tenter. Je pris un cadavre, je soufflai à plusieurs reprises de bas en haut dans la trachée-artère, le larinx fut muet en cette occasion.

(1) A moins qu'à force de pousser le vent, ces octaves ou ces sons aigus ne viennent à excéder la juste portée de l'instrument.

\* Voy. les *Mem. de l'Acad.* année 1707. p. 66.

Je fis réflexion dans la suite que la voix ne demande pas seulement un vent plus fort, mais encore un nouveau degré de rétrécissement dans le larinx : je pris celui d'un chien, je rapprochai les lèvres de la glotte (u), & je soufflai fortement dans la trachée-artère ; à ce coup l'organe parut s'animer, & fit entendre, je ne dis pas seulement un son, mais une voix éclatante, plus agréable pour moi que les concerts les plus touchans.

VII.  
Voix de  
l'homme &  
des animaux  
après la mort.

J'avois un cadavre humain destiné à des usages publics, je ne pus m'empêcher de le sacrifier à mon impatiente curiosité, elle fut pleinement satisfaite ; les moyens dont j'ai parlé, ayant été mis en œuvre, le larinx du cadavre répondit par un éclat qui étonna les assistans, & c'est, je pense, la première fois qu'on ait vû pareil phénomène : ces expériences ont été souvent répétées avec le même succès. La voix du bœuf, celle du cochon, &c. se sont encore fait distinguer par la force & par la qualité du son qui les caractérisent.

Après ces expériences, je tournai mes réflexions sur les instrumens à vent connus en musique, & j'en tirai des conséquences peu favorables au système reçu de tout tems ; je me représentai les dimensions de ces instrumens réduites à celles de la glotte & de ses lèvres, à l'étendue de quelques lignes, & je compris évidemment qu'ils ne pourroient rendre qu'un son extrêmement foible & aigu en comparaison de ceux que ces larinx venoient de me faire entendre, ils alloient à l'unisson d'un tuyau long de plusieurs pieds. J'avoue que les cordes sonores placées dans ce point de vûe ne présentent pas des idées plus justes, mais un instrument à corde & à vent tout à la fois ne pourroit-il pas réunir des perfections que ces instrumens n'ont point séparément ? & ce prodige est-il au dessus des forces de la nature ? Voilà l'idée qui me frappa ; mais avant que de la suivre, je voulus éprouver d'abord s'il étoit vrai que l'élargissement de la

(u) Voyez l'instruction qui est à la suite de ce mémoire, sur la manière de faire ces expériences.

Mem. 1741.

G g g

## VIII.

Expériences  
qui détruisent  
le système reçu  
touchant les  
causes qui pro-  
duisent la force  
de la voix.

glotte réglât la force du son, comme on l'a cru depuis Aristote. Je repris donc mes expériences, j'examinai l'effet des différens degrés d'ouverture de la glotte, & je découvris au contraire que l'éclat de la voix augmentoit beaucoup par le rétrécissement, & qu'il diminuoit par l'élargissement.

Après m'être satisfait là-dessus, je donnai un vent tantôt plus fort & plus rapide, tantôt plus foible & plus lent, & je vis ce que la raison & l'exemple des instrumens m'avoient déjà fait comprendre, c'est-à-dire, que la force du son dépendoit aussi de celle du vent. L'une & l'autre suivoient sensiblement la même proportion.

## IX.

Ce qui cause  
la force du son  
de la voix.

Le rétrécissement de la glotte & la vitesse de l'air sont donc les deux différens moyens, & je puis dire les seuls que la nature emploie pour augmenter l'éclat de la voix, & pour aller du premier au dernier degré de son *intensité*. Toutes les expériences que j'ai faites, s'accordent parfaitement à cet égard, & la moindre est capable de convaincre les plus incrédules.

## X.

Erreur du  
système reçu  
touchant les  
causes qui pro-  
duisent les sons  
aigus de la voix.

Cette découverte suffit pour anéantir tout ce que les Anciens & les Modernes ont avancé sur la cause des sons aigus de la voix; on ne peut plus les attribuer au rétrécissement de la glotte & à la vitesse de l'air, l'éclat de la voix en dépend, & ces deux effets ne sçauroient être le produit de la même cause; les sons aigus (car il n'est pas inutile de le répéter) seroient nécessairement plus pleins & plus forts que les sons graves.

Quoiqu'il soit impossible d'éluder la force de cette démonstration, je ne laisserai pas de joindre ici les expériences que je fis au sujet du système que je combats.

Pour m'assurer s'il étoit vrai que l'élargissement ou le rétrécissement de la glotte, que le vent plus ou moins poussé donnât les variations de ton, je pris des larinx d'homme & de chien, je soufflai par degrés dans la trachée-artère, je serrai de même la glotte, j'observai toutes les gradations imaginables; la force du son varia à l'infini, sans que le ton souffrît aucun changement considérable, ou qu'il suivît à

cet égard aucune règle : souvent la voix se soutient au même degré d'aigu ou de grave, souvent elle monte d'un demi-ton, quelquefois d'un ton (*x*) ; une dilatation excessive, un souffle extrêmement foible, l'ont fait monter aussi plus d'une fois. Tout ce qu'il y a de constant là-dessus, c'est que le resserrement de la glotte & la vitesse de l'air n'ont jamais pu changer tant soit peu le ton, sans augmenter considérablement la force du son.

Je voulus chercher la cause des différences dont j'ai parlé, voici ce que j'observai par rapport aux effets de ce rétrécissement & de cette vitesse. L'air gêné dans son passage, pressant les lèvres de la glotte du dedans au dehors, les forçoit de s'étendre, de se courber & de s'écarter l'une de l'autre, & je vis que le son montoit plus ou moins sensiblement, suivant que la distension étoit elle-même plus ou moins considérable. C'est ainsi qu'une corde plie sous l'archet, & qu'elle peut monter plus ou moins suivant le degré de force qui la presse. Cette expérience a été faite, à ma prière, par un des plus grands maîtres que nous ayons en musique (*y*).

On voit combien ces observations sont favorables au sentiment que j'avois embrassé, & que tout nous invite à tourner nos vûes du côté des instrumens à corde. Il est étonnant que personne n'ait eu cette idée : la première inspection des lèvres de la glotte de l'homme, & plus encore de celle du chien, auroit dû suffire pour la faire naître. Le bord de chaque lèvre est une espèce de ruban large d'une ligne, couvert d'une membrane très-fine (*z*). Ce ruban

XI.  
Observation  
remarquable.

XII.  
L'Anatomie  
fait voir que  
l'organe de la  
voix est un  
instrument à  
corde.

(*x*) On se ressouviendra que ces expériences ont été faites sur le larinx de l'homme & du chien ; la différence peut être plus ou moins grande dans d'autres. Voyez l'instruction qui est à la suite de ce mémoire.

(*y*) M. Mondonville, maître de musique & violon de la Chapelle & de la Chambre du Roy. Il a trouvé que cette différence pouvoit aller à

un demi-ton lorsqu'on tient les cordes fort lâches, quoique la gradation qu'on observe en renflant & en adoucissant le son, rende ordinairement cette différence insensible à l'oreille.

(*z*) Dans le cochon cette membrane est beaucoup plus épaisse, elle forme seule le ruban, car le plan tendineux manque.

tendu horifontalement est arrêté par les deux bouts ; il est formé de fibres tendineuses très-élastiques, la glotte est l'intervalle qui sépare les deux rubans ; l'action de l'air qui la traverse ne peut se déployer que sur eux, d'où j'ai conclu que cette action devoit exciter dans les rubans, je ne dis pas précisément un frémissement ou une vibration des parties insensibles (a), mais des vibrations *totales*, & les faire sonner comme les cordes des instrumens de musique ; ce n'étoit qu'un raisonnement, je voulois des démonstrations, j'eus recours aux nouvelles expériences : ce furent d'abord plusieurs tentatives inutiles, mais enfin je m'avisai de retrancher du larinx tout ce qui pouvoit m'empêcher de voir distinctement les lèvres de la glotte, je le fis ensuite sonner, & dans le tems qu'il faisoit entendre un bruit considérable, je l'examinai au grand jour, les yeux armés d'une loupe ; le succès passa mon attente, j'y découvris, & si je l'ose dire, avec une espèce de ravissement, les vibrations totales des rubans tendineux, semblables à tous égards à celles des cordes d'un clavecin ou d'une viole ; j'en croyois à peine mes yeux, mais malgré leur extrême promptitude, elles se firent appercevoir d'une manière si claire & si distincte que la loupe ne fut plus nécessaire, & que tout le monde peut aisément voir la même chose ; l'image tracée par ces vibrations semble effacer la cavité de la glotte. J'ai vérifié cent fois l'observation sur le larinx de l'homme, du chien, du cochon, &c. je ne crains pas de le dire, ces ébranlemens sont aussi apparens & presque aussi considérables que ceux des cordes d'un clavecin.

Puisque les rubans tendineux ont des mouvemens semblables à ceux des cordes, & des mouvemens aussi prompts

XIII.  
Preuves tirées  
des vibrations  
des rubans tendineux,

(aa) Plusieurs Physiciens ont supposé un frémissement ou un mouvement des parties insensibles dans les flûtes & autres instrumens dont la matière ne sonne pas, parmi lesquels on a compté l'organe de la voix, mais ils leur ont refusé ces vibrations *totales*

qu'on remarque sensiblement dans les cordes & dans toutes les matières qui sonnent : ces dernières sont les seules qui nous intéressent ; les autres sont un être supposé, & d'ailleurs fort étranger à l'objet que nous nous proposons ici.

& aussi considérables, ne doit-on pas croire qu'ils sonnent aussi de même, & que le son de l'un est indépendant de celui de l'autre? cela suit nécessairement de l'observation que nous venons de faire. Mais comme les anciens préjugés laissent presque toujours quelque tache dans l'esprit, je veux bien qu'on ne s'en fie qu'à l'oreille. Voici les moyens que j'ai imaginés pour cela.

Je presse du bout du doigt (*b*) ou je serre avec des pinces les rubans tendineux; leurs vibrations & le son qui en est l'effet, cessent dans le moment.

XIV.  
Preuves tirées  
de plusieurs  
expériences  
nouvelles.

Je me contente ensuite de fixer une partie, la moitié, par exemple, ou le tiers de la longueur des rubans; l'autre portion monte aussi-tôt à l'octave, à la quinte, &c. suivant les règles connues des instrumens à corde.

Je saisis le point du milieu, je le fixe, je partage en un mot les rubans en deux portions à peu-près égales; ces deux portions tremblent alors séparément, & font entendre en même tems leur son à l'octave aigue du son de la totalité. Si les portions sont inégales, l'une monte au dessus, & l'autre s'arrête au dessous de l'octave.

Je fixe l'un des rubans dans toute sa longueur, tantôt le droit, tantôt le gauche; celui qui est en liberté tremble visiblement, & se fait entendre séparément, quelquefois même sur un ton différent de celui de l'autre.

J'arrête tout-à-fait l'un des rubans que j'appelle *A*, & je me borne à examiner l'effet des expériences précédentes sur le ruban *B* considéré en particulier; elles ont encore le même succès, si je fixe la moitié ou le tiers de ce ruban *B*, l'autre portion donne l'octave aigue, la quinte, &c. si je fixe seulement le milieu, les deux moitiés tremblent, sonnent à l'octave du son de la totalité.

Je cherche ensuite à marier ensemble & à comparer les différens sons de ces deux rubans; dans ce dessein, après les avoir fait sonner séparément, & avoir étudié leur son en particulier, je les mets tous deux en liberté; le son devient

(*bb*) Voyés l'instruction qui est à la suite de ce mémoire.

beaucoup plus fort, & l'on croit y démêler ceux qu'on avoit étudiés auparavant.

Je fais agir en même tems la totalité du ruban *A*, & environ la moitié du ruban *B*, que j'ai déjà entendus séparément, & qui sont à l'octave ou presque à l'octave l'une de l'autre ; c'est alors un accord dans lequel l'oreille la moins expérimentée en harmonie distingue nettement les deux sons simples qui l'avoient frappée auparavant.

Enfin je sépare, je détache toutes les parties qu'on pourroit soupçonner avoir quelque part au son de la voix ; je laisse uniquement les rubans attachés par les extrémités aux cartilages du larinx & par un bord seulement à la membrane qui tapisse la voûte de cet organe ; les rubans rendent encore le même son avec le même degré de force. On peut faire sur eux toutes les expériences dont j'ai parlé, le succès en est toujours le même.

Je fais plus, je sépare entièrement l'un des rubans dans toute sa longueur, de manière qu'il ne tient à rien que par les bouts, comme les cordes des instrumens de musique ; la totalité, la moitié du ruban sonnent comme auparavant & donnent les mêmes phénomènes.

Quand on fait ces expériences, on ne peut manquer d'apercevoir, d'admirer même le rapport qui règne entre les vibrations & le son des rubans tendineux. Ce son frappe ou cesse de frapper l'oreille au moment qu'on voit commencer ou finir les vibrations : s'il vient à monter d'une quinte, d'une octave, on observe que les vibrations sont beaucoup plus promptes ; s'il devient plus fort ou plus foible, on voit augmenter ou diminuer la grandeur des vibrations. En un mot, l'œil découvre avec facilité presque tous les changemens qui arrivent par rapport au son & au ton.

# XV.

L'instrument  
de la voix com-  
paré au clave-  
cin.

Ces rubans, que je nommerai dans la suite *cordes vocales*, peuvent donc être comparés aux doubles cordes isochrones du clavecin : la glotte n'en est que l'intervalle. Le vent qui choque les cordes vocales, fait la fonction des plumes qui pincient celles du clavecin ; la colonne d'air qui pousse celui



qui précède dans la glotte, tient lieu du sautereau qui fait monter la languette & les plumes ; enfin l'action de la poitrine & du poumon fait l'office des doigts & des touches qui élèvent le sautereau.

J'avois promis un instrument à vent & à corde tout à la fois, cet engagement est rempli : on vient de voir un *dicorde pneumatique* plus varié dans ses sons & plus harmonieux que tout ce que l'industrie humaine a pu imaginer.

Les expériences précédentes suffisent pour constater l'existence de cet instrument, & pour démontrer que la glotte ou fente du larinx ne mérita jamais le titre d'*organe de la voix* ; que ce titre appartient uniquement aux rubans tendineux, & qu'enfin ces rubans ne sont que deux cordes sonores d'un nouveau genre.

Les changemens de la voix par rapport à l'aigu & au grave sont un prodige sur lequel M. Dodart a épuisé son admiration.

On voit, après ce que nous venons de dire, que les différens tons ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales, car il est certain que la bouche & le nez n'ont aucune part à ce changement. Le nombre des vibrations règle le ton des cordes sonores, une quantité double en tems égal donne l'octave & les autres accords à proportion. Mais quel art est capable de monter celles du larinx sur tous les tons & sur toutes les parcelles imaginables de ces tons ? On ne sçauroit soupçonner que trois moyens, le premier seroit de partager ces cordes, ou de n'en laisser agir qu'une partie, la moitié pour l'octave aiguë, le quart pour la double octave, &c. ce qui est évidemment impraticable. Le second moyen seroit la *contraction* volontaire des cordes vocales, mais cette contraction est une propriété réservée aux fibres charnues, & ces rubans n'ont rien qui en approche. Le troisième & dernier moyen, le plus simple & le plus aisé de tous, est l'allongement ou plutôt la *dilension* produite par l'allongement des cordes vocales, en supposant des puissances qui les tirent

XVI.

Les tons de la voix ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales.

XVII.

La diversité des tons de la voix est causée

par la disten-  
sion & l'alonge-  
ment des ru-  
bans tendineux.

en sens contraires, c'est le seul mécanisme qu'on puisse imaginer avec quelque vraisemblance. Nous allons voir par une expérience frappante combien cette cause est propre à produire la variété des tons de la voix.

Expériences  
sur cela.

Je sépare le larinx d'un homme ou d'un chien indifféremment, je saisis avec les doigts ou avec des pincettes l'extrémité postérieure des rubans tendineux, & je les tire d'avant en arrière, ils sont forcés de s'alonger & de se tendre, je fais alors sonner ce larinx, & je considère le mouvement des rubans ; je vois distinctement que la promptitude de leurs vibrations augmente avec la tension jusqu'à ce que leur vitesse excessive les dérobe enfin à la vûe, j'entends au même instant leur son qui monte à la quarte, la quinte, l'octave, suivant le degré de tension des cordes vocales & le nombre de leurs tremblemens.

Si je tire inégalement ces cordes, elles quittent l'unisson, elles jouent différentes parties, tantôt sur de bons accords, tantôt sur de mauvais.

Ces effets sont constans ; le ton monte par la distension, soit qu'on élargisse ou qu'on rétrécisse la glotte pendant l'expérience, soit qu'on augmente ou qu'on diminue la force du vent.

Un ruban détaché dans toute sa longueur, tenant uniquement par les deux bouts, monte de même à mesure qu'on le distend.

La tension acquise par l'alongement de deux ou trois lignes m'a paru suffire pour remplir toute l'étendue de la voix humaine.

Démonstra-  
tion tirée de  
l'Anatomie.

L'artifice que nous venons de mettre en œuvre, ne fait qu'imiter celui de la nature. J'ai découvert que les cartilages du larinx tirent les bouts des cordes vocales en sens opposés, qu'ils les tendent par ce moyen, & les font monter à tous les degrés de l'étendue de la voix : ce n'est pas une conjecture, mais un fait constaté par ceux qui suivent.

*Premier*

*Premier fait anatomique.*

Les cordes vocales vont horizontalement d'avant en arrière, elles tiennent par le bout antérieur au cartilage scutiforme qui fait le nœud de la gorge, & par le bout postérieur aux cartilages *aryténoïdes*.

*Second fait anatomique.*

Le cartilage scutiforme a un mouvement propre & volontaire d'arrière en avant (c), comme tout le monde peut s'en convaincre par la dissection du larynx. Les cartilages *aryténoïdes* en ont un autre d'avant en arrière, moins étendu que le précédent, mais connu de tous les Anatomistes.

*Troisième fait anatomique.*

A la faveur d'un tel mouvement, ces cartilages tirent les cordes vocales en sens opposés, le scutiforme d'arrière en avant, & les *aryténoïdes* d'avant en arrière. Les cordes s'allongent donc & se tendent à proportion : la quantité de cet allongement peut aller à deux ou trois lignes dans les grands mouvemens.

Il n'y a point à raisonner ni à deviner sur tout cela, ce sont des faits qu'on peut voir aisément sur les pièces d'un cadavre.

La conséquence est évidente : on vient de s'assurer par expérience, 1.° que ces cartilages tirent en sens opposés les extrémités des cordes vocales ; 2.° qu'ils les allongent suivant tous les degrés compris dans l'étendue de deux ou trois lignes ; 3.° qu'ils les tendent à proportion ; 4.° qu'une distension pareille suffit pour faire monter le ton de la voix jusqu'aux derniers intervalles de son étendue. Il est donc évident que les tons aigus sont l'effet de la distension des cordes vocales

(c) Le cartilage scutiforme est appuyé à droite & à gauche sur le cartilage *annulaire* ; il se meut sur ces appuis comme autour d'un centre, en

décrivant un arc de cercle ; il se porte tantôt d'arrière en avant & de haut en bas, & tantôt en sens contraires.

*Mem. 1741.*

H h h

426 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
causée par le mouvement de ces cartilages. Les tons graves  
dépendent des causes contraires.

Autre expé-  
rience sur le  
même sujet.

Dans le dessein de rendre cette vérité plus sensible, s'il est possible, je fais sonner le larinx du bœuf, du chien, du cochon, &c. & pour imiter cette suite de tons différens qui caractérisent les plaintes, les cris qu'ils font souvent entendre, je fais mouvoir les cartilages du larinx pour tendre ou relâcher plus ou moins les cordes vocales ; par-là j'exprime le mugissement du bœuf, les plaintes du chien, les cris perçans du cochon, & souvent d'une manière qui imite parfaitement la nature même.

Expérience  
sur l'homme  
vivant.

Quoiqu'on ne puisse rien ajouter à la certitude & à l'évidence de ces faits, je vais encore donner les moyens de s'en assurer dans l'homme vivant, & d'y découvrir la mécanique que je viens d'expliquer. Si on porte les doigts sur le nœud de la gorge, on sent que le cartilage scutiforme se meut d'arrière en avant dans les tons aigus, & d'avant en arrière dans les tons graves ; mais voici un moyen plus sûr encore & plus exact, & qui ne laisse rien à désirer là-dessus. J'enfonce le bout du doigt dans un creux qu'on rencontre au dessous du nœud de la gorge ou du cartilage scutiforme ; ce cartilage ne sçauroit se mouvoir d'arrière en avant, & allonger les cordes vocales sans rétrécir ce creux & sans presser un peu le doigt : voilà précisément ce qui arrive en faisant cette expérience ; on ne peut faire monter la voix d'une octave, d'une tierce, d'un seul intervalle, sans faire sentir au doigt les effets de ce mouvement, c'est-à-dire, les nouveaux degrés de pression. On éprouve au contraire, en baissant le ton, que ce cartilage se meut en sens contraire, & qu'il rend au doigt sa première liberté ; on sent enfin l'alternative de ces mouvemens dans les cadences. Cela posé, mettons à côté le larinx d'un cadavre, faisons-lui rendre le son dont nous l'avons trouvé capable, & donnons à son cartilage scutiforme le même mouvement que nous venons de lui trouver en nous examinant nous-mêmes : qu'est-ce qui arrive en conséquence ? mêmes effets de part & d'autre ; le mouvement

qui rétrécit le creux, ou qui presse le bout du doigt, hausse le ton d'une tierce, d'une octave, dans le mort comme dans le vivant; le mouvement opposé le fait descendre.

Tel est le mécanisme de la Nature dans la production des tons; il ne suffit pas seulement pour remplir l'étendue de la voix pleine, mais encore celle du fausset & d'un petit filet de voix que nous entons sur le fausset.

Passons en montant d'une de ces voix à l'autre; suivons par degrés *conjoints* tous leurs intervalles selon l'ordre *diatonique*, chaque ton, chaque demi-ton fera sentir au doigt le mouvement du cartilage & le rétrécissement du creux dont j'ai parlé. Une chose bien remarquable, c'est que ni le passage d'une voix à l'autre, ni les ports de voix, ni le rire, ni les larmes, ni les sanglots, rien en un mot ne sçauroit déranger ce mouvement, ou lui faire quitter l'échelle des tons. Si on tient ferme sur une même note dans quelque circonstance que ce soit, en passant, par exemple, de la voix pleine au fausset, le cartilage s'arrête pendant toute la tenue, prêt à partir au premier changement de ton; on peut avancer là-dessus un paradoxe des plus singuliers, c'est qu'un homme qui auroit perdu l'ouïe, pourroit connoître, à quelque chose près, de combien la voix monte ou descend, il n'auroit qu'à porter le doigt dans le creux pour juger de la quantité du mouvement de ce cartilage & de la distension des cordes vocales.

Ce que nous venons de dire suffit pour mettre en évidence la cause de cette variété prodigieuse de tons & d'accords qui font l'objet principal de la Musique; la délicatesse, la justesse & la promptitude des mouvemens qui la produisent, sont admirables, tout dépend d'un alongement & d'un raccourcissement dont les différences sont renfermées dans les bornes de deux ou trois lignes. Cette petite étendue fait, pour ainsi dire, le manche de l'instrument.

Un Mathématicien célèbre divise l'octave en 301 parties, qu'une voix juste, conduite par une oreille fine, peut aisément entonner. Il n'y a rien que de très-ordinaire à une voix

XVIII.  
Merveille de  
la Nature dans  
la production  
des tons.

qui va à trois octaves, en comptant les tons forcés au dessous de la voix pleine & au dessus du fausset; ce sont donc 903 parties de ton qui doivent être marquées dans ce petit espace par des divisions & des subdivisions qui leur soient propres. L'imagination les confond, mais la nature les distingue; elle choisit le point nécessaire pour chaque parcelle de ton, & elle passe de l'une à l'autre avec une justesse qu'il est difficile de concevoir, & avec une rapidité que l'oreille a bien de la peine à suivre.

A la faveur d'un mouvement si simple en lui-même, deux petits rubans remplacent tout ce qu'il y a, que dis-je! tout ce qu'on pourroit imaginer de cordes ou de tuyaux dans l'étendue de trois octaves du clavecin ou de l'orgue: nous voyons à la vérité qu'un seul tuyau suffit dans quelques instrumens pour un certain nombre d'intervalles, mais la division des tons y est très-bornée; d'ailleurs combien de secours empruntés! quelle diversité dans les coups de langue du joueur, quelle variété dans le mouvement des lèvres; quelle combinaison dans l'action des doigts, quelle contention enfin dans le jeu de tant de muscles! que faudra-t-il donc, ou plutôt que ne faudra-t-il pas pour tous les tons & pour toutes les parties imaginables des tons de la voix? Cependant deux cordes, trois cartilages & quelques petits muscles font cette grande manœuvre: cela suffit à la nature pour exprimer toutes les différences qu'on peut concevoir dans la parole, dans la déclamation, & dans ce que les différentes parties de la musique vocale ont de plus recherché.

## XIX.

L'instrument  
de la voix com-  
paré à un in-  
strument peu  
sonnu,

Après tout ce qu'on vient de dire, il est aisé de voir que les instrumens à vent les plus propres à l'harmonie, ne sçauroient être comparés à celui de la voix; les flûtes, les trompettes, les jeux à biseau de l'orgue n'y ressemblent en rien: en un mot, un instrument à corde & à vent est encore inconnu en musique; mais ce qu'on ne sçauroit découvrir parmi les chef-d'œuvres de l'art, je le trouve au milieu des jeux de l'enfance, c'est un ouvrage fait en trois minutes.

On taille deux pièces de bois, longues de trois ou quatre

pouces, larges d'autant de lignes ; on les couche en long l'une sur l'autre, de manière qu'elles laissent une fente qui ressemble un peu à la glotte ; cette fente, dans toute sa longueur, est séparée en deux par le moyen d'un petit ruban arrêté par un bout & pendant par l'autre, on met l'instrument entre les lèvres sans l'enfoncer plus avant dans la bouche, le souffle le plus léger excite dans le ruban des vibrations très-sensibles à la vûe, comme je l'ai souvent observé. Ces vibrations produisent un son assés perçant, qui imite quelquefois la voix d'un petit enfant : on prend avec les doigts le bout pendant du ruban, on tire pour le tendre & le faire monter à l'aigu ; on le lâche au contraire pour le faire descendre. Il n'y a point de ton ou de partie de ton dont il ne soit capable, c'est donc un instrument à corde & à vent comme celui de la voix : le mécanisme de la production des tons est le même de part & d'autre.

Quelque vil que paroisse cet instrument, j'ai cru que l'avantage qu'il a de ressembler à celui de la voix, & de contribuer à éclaircir ses usages, méritoit cette description.

La nature agit par les voies les plus simples ; elles n'ont pas à nos yeux ce brillant fastueux que nous admirons dans les ouvrages de l'art, nous n'en jugeons que par nos sens, qui ne peuvent nous en représenter toutes les beautés.

La mécanique du vent appliquée aux cordes sonores est une source de prodiges, c'est elle qui fait que des cordes qui n'ont pas un pouce de longueur, sont capables de rendre un son mâle & vigoureux à l'unisson du *C-sol-ut* du clavecin. J'en donnerai la démonstration dans un autre mémoire ; j'expliquerai les causes qui font octavier la voix de certains animaux, & quelquefois celle de l'homme. Je développerai l'origine de ses variétés dans les différens âges, dans les différens sexes, & même dans ceux qui n'ont point de sexe.

Avant que de finir, je me crois obligé de faire une restriction à laquelle on ne s'attend pas, c'est que les cordes vocales ne sont pas l'organe de toutes les espèces de voix ; telles sont une certaine voix du gosier, & un fausset de

XX.

Second organe  
de la voix.

même nature. Les gens que nous entendons chanter dans les rues de Paris, & au lutrin dans nos provinces, ne font souvent aucun usage ni de la glotte, ni des cordes vocales que nous avons décrites ; ils se servent d'un nouvel organe que j'ai découvert, & dont j'ai eu grand soin de constater l'existence. Je connois des animaux qui font agir en même tems ces deux organes, & on distingue dans cet accord deux différentes voix qui sont à plus d'une octave l'une de l'autre. Ce sont des faits qui seront éclaircis dans un autre mémoire, d'une manière à lever tous les doutes.

## INSTRUCTION

*Sur la manière de faire les Expériences rapportées dans le Mémoire précédent.*

**P**OUR faire sonner le larinx, il faut serrer avec le pouce & l'indice les cartilages aryténoïdes l'un contre l'autre, & souffler de bas en haut dans la trachée-artère à la faveur d'un tuyau de 4 ou 5 lignes au moins de diamètre.

La poitrine a peine à fournir au larinx du bœuf, du cochon, &c. & je me sers alors d'un soufflet semblable à celui des Emaillieurs.

Lorsque je veux donner un plus grand degré de tension aux cordes vocales, & faire monter le son de la voix, je presse le cartilage scutiforme sur la partie antérieure du cartilage *annulaire*, & j'imité par-là son jeu naturel. Voy. la page 425, avec la note (c), & la p. 426 du mémoire.

On a quelquefois de la peine à bien rencontrer pour tirer la voix du larinx de cochon ; en revanche bien souvent elle imite si parfaitement la nature, qu'il seroit impossible de la distinguer de celle d'un cochon vivant qu'on bat & qu'on fait crier à outrance, & je n'y ai jamais mieux réussi qu'avec un larinx qui trempoit dans l'eau depuis plus de dix jours.

Lorsqu'on veut voir les vibrations des cordes vocales, il faut retrancher du larinx toutes les parties qui sont au dessus d'elles.

Pour faire plus commodément la plupart des expériences rapportées dans le mémoire, on aura une machine fort simple, composée d'une petite planche de bois & de trois bâtons hauts de 8 pouces, fichés perpendiculairement dans la planche ; chaque bâton porte une cheville mobile sur son axe comme celles d'un violon. Je suspens le larinx par le moyen de trois fils assez forts qui se roulent chacun autour d'une cheville, & qui tiennent par l'autre bout, l'un à la partie antérieure du larinx, vis-à-vis l'extrémité des cordes vocales, le second au cartilage



aryténoïde droit, & le troisième au cartilage aryténoïde gauche; ces fils servent à tirer en sens contraires les cordes vocales, à les tendre toutes deux également ou inégalement, & à les soutenir dans tel degré de tension qu'on veut leur donner. J'enfile aussi les deux cartilages aryténoïdes avec une aiguille sur laquelle on les fait ensuite couler pour les rapprocher ou les éloigner, & mettre la glotte au point de rétrécissement ou de dilatation qu'on peut souhaiter.

Lorsque je veux arrêter les vibrations, & faire cesser le son d'une corde ou d'une partie de la corde, comme dans les expériences des pages 421 & 422 du mémoire, je saisis cette partie avec de petites pincettes de fer blanc, ou de bois, qui meurtrissent moins que les autres; & je me sers alors des larinx d'homme, de chien, de cochon, &c. Ceux des jeunes animaux qui croissent encore, m'ont paru beaucoup moins bons que les autres. Comme la glotte du cochon est fort longue & la dépense d'air très-considérable, souvent je la raccourcis en faisant un point d'aiguille près des cartilages aryténoïdes.

Quand les cordes vocales sont inégalement tendues, celle qui sonne l'aigu reste quelquefois immobile.

Une portion de ces cordes, une moitié qu'on voudra faire monter à l'octave, sonne aussi d'autant plus difficilement qu'elle a moins de longueur, cependant cela me réussit à l'Académie sur le larinx du chien dès la première tentative, quoique ces moitiés ne fussent que d'environ 3 lignes, & que je n'eusse pas le secours de la machine; mais le larinx du cochon qui a les cordes vocales beaucoup plus longues & même plus mobiles, vaut mieux en cette occasion, sur-tout quand il s'agit d'accorder le son de la moitié, par exemple, ou des deux moitiés de l'une avec le son de la totalité de l'autre (*Voy. les expériences de la page 422 du mémoire*). Le plus souvent on y réussit du premier coup, & même à tous les coups, comme il arriva en faisant ces expériences devant M. le Comte de Caylus, M. le Marquis de Gouvernet, & quelques-uns des membres des Académies des Sciences & des Belles-Lettres; & dans une autre occasion, en présence de M. de Nicolai, premier Président de la Chambre des Comptes, de M. de Fouchy, de cette Académie, & bon juge en pareille matière, & de plusieurs curieux. Les deux sons, l'un à l'octave grave, l'autre à l'octave aigue, étoient même dans ces deux occasions forts & perçans.

Dans toutes ces expériences, quand on doute si l'une des cordes, ou si une partie des cordes sonne, il est aisé de sçavoir à quoi s'en tenir, il suffit d'y jeter les yeux, on voit si elle s'agite, ou si elle est sans mouvement. *Voyez la page 422.*

Dans le cours de ces expériences j'ai remarqué plus d'une fois des effets bizarres en apparence, mais dans le fond toujours soumis aux mêmes règles: 1.° Nous avons fait observer que la force de la voix augmente par celle de l'air & par le rétrécissement de la glotte, ou, ce qui revient au même, par l'approche mutuel des cartilages aryté-

noïdes (*Voy. la page 418 du mémoire*), c'est que l'air a plus de prise sur les cordes vocales, & qu'il leur imprime des mouvemens plus considérables ; par la même raison cet air semblable à un archet, faisant courber ces mêmes cordes, & les écartant l'une de l'autre, doit augmenter un peu leur tension, & faire monter le ton en forçant le son, soit que d'ailleurs il le fasse monter d'une quantité sensible ou insensible (*page 419.*) J'avois fait plus d'une fois cette expérience sur des larinx d'homme & de chien, sans fixer les cartilages auxquels les cordes vocales sont attachées : je n'avois remarqué nul changement sensible dans le ton ; mais je l'ai répétée depuis ce tems-là sur des larinx dont les cartilages étoient arrêtés sur la machine par le moyen des fils, cela m'a donné le plus souvent la différence d'un demi-ton, quelquefois d'un ton, &c. On voit aisément pourquoi le succès n'a pas été le même dans ces deux cas, c'est que les cordes pouvoient céder à l'effort de l'air dans le premier & non pas dans le second, parce que leurs extrémités étoient fixées dans celui-ci. 2.<sup>o</sup> J'ai fait remarquer dans le mémoire un effet bien différent de celui dont nous venons de parler : quelquefois le ton monte par la dilatation de la glotte & par la lenteur du mouvement de l'air (*page 419*) ; c'est ce qui arriva plusieurs fois en faisant les expériences devant M.<sup>rs</sup> de Mairan, Nicole & Camus, de cette Académie ; le rétrécissement de la glotte & la vitesse de l'air firent toujours descendre le ton, & au contraire la dilatation de l'une & le peu de mouvement de l'autre le firent monter très-sensiblement. La raison est que les cordes vocales n'étant pas d'elles-mêmes aussi libres & aussi mobiles que celles des instrumens ordinaires, ne cèdent souvent qu'en partie, lorsque le vent n'a pas assez de prise sur elles : quelquefois le bord inférieur est en repos, quelquefois les extrémités n'agissent pas, parce que ces endroits sont plus gênés que le reste. Dans le premier cas, c'est une corde plus grêle qui sonne ; dans le second, c'est une corde plus courte. Il en est de même lorsque les cordes vocales forment ensemble des angles trop aigus, & que les vibrations n'ont pas un espace suffisant, de manière qu'elles se nuisent ou s'arrêtent mutuellement, sur-tout lorsqu'elles sont fort considérables.

Il est inutile de dire que ces expériences supposent un peu d'habitude avec la musique-pratique & quelque connoissance de la théorie des instrumens à corde & à vent ; j'en ai rappelé les principaux chefs dans le mémoire (*pag. 410, 411, 412, 414 & 415*).

Au reste le creux dans lequel j'ai dit qu'on pouvoit porter le doigt pour juger de la tension des cordes vocales, n'est que l'espace qui se trouve entre les cartilages scutiforme & annulaire (*pag. 426, 427*).



## ECLIPSE DE LUNE

Observée le 13 Janvier 1740, à l'Hermitage qui est  
sur la Montagne de Sainte-Victoire, à trois lieues  
à l'orient d'Aix en Provence.

Par M. l'Abbé DE LA CAILLE.

**J'**AI observé cette Eclipsé avec une lunette de 7 pieds 22 Mai 1743.  
de longueur. La Lune étoit d'abord dans une brume fort  
épaisse, qui a duré jusque vers les dix heures & demie,  
tems auquel le Ciel s'est éclairci parfaitement. Les tems vrais  
de cette observation ont été marqués à une excellente Pen-  
dule de M. Julien le Roy, elle étoit réglée depuis un mois  
par des hauteurs correspondantes du Soleil.

**A** 8<sup>h</sup> 46' 50" du soir, commencement incertain à cause de la  
brume.

8 53 53 Képler ne paroît plus.

8 59 0 l'ombre à *Mare Humorum*.

9 2 34 on ne voit plus Skikardus.

9 3 50 on ne voit plus Copernic.

9 9 37 on ne distingue plus Tycho.

La brume est si épaisse, qu'on ne voit plus aucune  
tache évidemment.

9 43 0 on ne voit plus *Mare Crisum*.

9 50 25 immersion totale de la Lune, assés exacte.

9 50 50 on ne distingue plus le bord de la Lune.

11 38 16 commencement de l'émerfion.

11 38 30 l'émerfion est certainement commencée, & l'ombre  
est fort bien terminée.

11 42 27 Grimaldi commence à fortir.

11 42 52 il est forti.

11 45 16 Galilée fort.

11 47 3 Képler commence à paroître.

11 48 15 il est forti.

*Mem.* 1741.

Iii

- 11<sup>h</sup> 51' 14" *Mare Humorum* sur le bord de l'ombre.
- 11 57 34 *Mare Humorum* totalement hors de l'ombre.
- 12 1 18 Copernic paroît.
- 12 4 29 il est sorti.
- 12 8 13 Tycho au bord de l'ombre.
- 12 9 13 il est entièrement hors de l'ombre.
- 12 16 58 Manilius est sorti.
- 12 20 5 Menelaüs est sorti.
- 12 24 54 *Mare Serenitatis* hors de l'ombre.
- 12 33 32 *Mare Nectaris* hors de l'ombre.
- 12 38 37 *Mare Crisum* est sortie.
- 12 43 33 l'Eclipse paroît finie.
- 12 43 56 l'Eclipse est certainement finie.

A 12<sup>h</sup> 7' je remarquai que quoique l'ombre de la Terre fût fort bien terminée, elle paroissoit cependant courbée vers le milieu en forme d'un angle sphérique de 140 à 150 degrés. A 12<sup>h</sup> 30' cette apparence ne subsistoit plus, l'ombre paroissoit très-bien projetée.

Cette Eclipsé n'a pu être observée à Paris à cause du mauvais tems. Pour l'y réduire, il faudra retrancher 12' 58" de toutes les phases précédentes. C'est la différence exacte des Méridiens de Paris & de cet Hermitage, qui résulte des observations immédiates & des opérations géométriques. On en peut voir le détail dans le Livre que M. de Thury vient de publier sur la vérification de la Méridienne de l'Observatoire, dans toute l'étendue du Royaume.



R E C H E R C H E  
DU NOMBRE DES RACINES  
RÉELLES OU IMAGINAIRES,  
RÉELLES POSITIVES OU RÉELLES NÉGATIVES,  
*Qui peuvent se trouver dans les Équations  
de tous les degrés.*

Par M. l'Abbé DE GUA.

**P**LUSIEURS habiles Géomètres ont déjà écrit sur la matière que j'entreprends de traiter ; mais quoique ces Auteurs aient fait successivement sur ce sujet des découvertes importantes, les règles qu'ils nous ont laissées n'ont cependant pas l'avantage d'être tout à la fois exactes, générales, & aussi simples qu'elles pourroient l'être. C'est cet ouvrage imparfait que je me propose de porter, s'il m'est possible, à la perfection dont je le crois susceptible.

Je diviserai ce mémoire en deux parties.

La première contiendra un abrégé historique des règles qui ont été imaginées jusqu'à aujourd'hui pour déterminer le nombre des Racines ; je ferai mention à cette occasion de la plupart des autres découvertes de l'Analyse, & je tâcherai en même tems de remplir l'engagement que j'ai pris dans mon dernier mémoire, de détruire l'opinion que Wallis paroît avoir voulu établir, que c'étoit à Harriot, auteur Anglois, plutôt qu'à Viète & à Descartes nos compatriotes, qu'on en étoit principalement redevable.

Dans la seconde, j'expliquerai les règles que j'ai trouvées pour déterminer le nombre des Racines, réelles ou imaginaires, réelles positives ou réelles négatives, dans une Équation d'un degré quelconque ; je comparerai ces règles à celle que M. Stirling a donnée pour connoître le nombre

des Racines imaginaires, & avec laquelle elles ont assés de rapport ; enfin j'en ferai l'application aux Equations du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré, & dans le dernier de ces deux degrés leurs résultats se trouveront un peu différens des règles qu'on a eues jusqu'à présent.

## PREMIERE PARTIE.

Luc Paciolo, Cordelier Italien, connu aussi sous le nom de *Frater Lucas à Burgo sancti Sepulchri*, a été le premier qui ait rendu publiques les règles d'Algèbre (a), que les Arabes & les Maures avoient apportées dans l'Espagne, & qui de là s'étoient répandues dans tout le reste de l'Europe (b).

(a) Je n'examine point si Platon est en effet le premier inventeur de l'Analyse, selon que Théon paroît l'avoir cru. Je ne rechercherai point quel progrès pouvoient y avoir fait ou Diophante ou d'autres Auteurs anciens, qui, selon que Pappus nous l'apprend, s'y étoient principalement appliqués; Euclide, par exemple, Apollonius, Aristée, Eratosthène & Pappus lui-même, non plus que Mahomet ben Musa ou Geber & les autres Arabes cités par Wallis. Je me borne à ce que nous ont laissé là-dessus différens Auteurs qui ont écrit depuis le renouvellement des Mathématiques en Europe. Or, me resserrant dans cet espace de tems, ce que j'avance ici sur l'Algèbre est absolument certain ; car on ne connoît personne qui ait donné des règles de cette science avant Paciolo. Ne pourroit-on pas même en dire autant de l'Arithmétique, puisque le traité que Jean Sacrobosco, ou Halifax composa en 1232, selon Vossius, a toujours resté manuscrit ?

(b) J'embrasse ici avec Wallis le sentiment le plus commun. Je sçais néanmoins que quelques Auteurs Italiens, trop jaloux peut-être de la gloire de leur nation, ont prétendu que Léonard de Pise avoit été s'instruire dans l'Arabie même, & qu'il en avoit

apporté immédiatement en Italie l'Arithmétique & l'Algèbre. Cette opinion est sur-tout fondée sur l'autorité de Tartaglia, qui s'exprime en ces termes : *M'e stato anchor referto da piu persone, ch'un Leonardo Pisano trasportò la prattica di queste tre scienze, ovver discipline, Arithmetica, Geometria, ed Algebra di Arabia in Italia; perche essendo stato un tempo in quelle bande, ed havendo ottimamente imparato la prattica di dette tre scienze, ed essendo poi alla patria ritornato, compose una degna opera in la prattica di tai discipline, la qual opra giamai è stata data alla luce. . .* &c. Tartagl. Gen. Trat. di num. Par. 1. p. 1. fol. v.° Vineg. 1556.

Pour Cardan qui étoit Italien, ainsi que Tartaglia, il garde le silence sur cet article en particulier, & voici ce qu'il se contente de dire : *Hæc ars olim à Mahomete Mosi Arabis filio initium sumpsit: etenim hujus rei locuples testis Leonardus; reliquit autem capitula quatuor cum suis demonstrationibus quas nos locis suis adscribemus. Post multa verò temporum intervalla tria capitula derivativa addita illis sunt incerto Autore, quæ tamen cum principalibus à Luca Paciolo posita sunt. Denum. . .* &c. Card. initio Art. magn. Basil. 1570.

L'ouvrage de ce religieux, composé en mauvais Italien, & qui a pour titre *la divina proporzione della Disciplina Mathematica*, a été imprimé à Venise en caractère Gothique l'an 1494, 32 ou 33 ans seulement après la découverte de l'art de l'Imprimerie, & un an avant qu'on commençât à se servir du caractère Italique. On en fit dans l'année 1509 en ce nouveau caractère une seconde édition, qui a été la dernière; de sorte que par son ancienneté ce Livre est devenu aujourd'hui extrêmement rare, sur-tout en deçà des Monts.

On y apperçoit, pour ainsi dire, les premières traces de la détermination du nombre des Racines des Equations. L'Auteur, dont les recherches analytiques se bornent à la solution des Equations du second degré, & qui ne connoît d'utiles à cette solution que les seules Racines réelles positives, regarde comme insoluble le cas où les trois termes de l'Equation auroient le même signe, & se trouveroient placés du même côté du signe d'égalité; d'où il s'ensuivroit que l'Equation ne pourroit avoir que des Racines négatives. Il ne se propose donc en tout que trois cas à résoudre, & il donne la solution convenable à chacun d'eux dans autant de strophes de mauvais vers techniques Latins, qui comprennent quatre vers chacune. Les deux premiers de ces cas pourroient s'exprimer par les formules suivantes,  $xx + ax = b$ ,  $xx = ax + b$ , & Paciolo assigne à chacun une Racine seulement; ce qu'il doit faire en effet dans ses principes, puisque ces deux cas ont, comme on sçait, l'un & l'autre une Racine réelle positive & une Racine réelle négative. Quant au troisième cas, qui pourroit être représenté par cette formule  $xx + b = ax$ , il lui donne deux solutions, selon qu'on le peut voir par les vers dont j'ai parlé, & dont voici les derniers :

*At si cum numero<sup>1</sup> census<sup>2</sup> radices<sup>3</sup> æquabit.*

1. Le terme constant.

3. Le terme qui renferme la Racine

2. Le terme où se trouve le carré  
de la Racine cherchée.

linéaire.

*Drachmas a quadrato deme rei medietatis,*

*Hujus quod superit radicem adde trahere*

*A rebus mediis; sic census costa notescet.*

4. Le terme constant.

5. Le coefficient de la Racine linéaire.

6. Au lieu de *superit*.

7. Le coefficient de la Racine linéaire.

8. Au lieu de *a rerum dimidio*.

9. La Racine du quarré proposé, ou la Racine cherchée.

Ce n'est pas néanmoins qu'il pense que dans ce cas la solution soit toujours possible; il détermine au contraire les conditions qui le rendent *résoluble*, dans une remarque qu'on trouve après la distinc. 8, du 5.<sup>me</sup> trait. p. 147, fol. v.<sup>o</sup> de la première édition, & à laquelle il a donné pour titre, *Notandum utilissimum*; car les titres de cet ouvrage sont en Latin, quoique l'ouvrage même soit en vieux langage de Romagne, assés semblable au Napolitain (c).

A juger du mérite de Paciolo par les seules règles dont nous venons de parler, on pourroit dire qu'à cela près qu'il ne connoissoit pas quel parti on pouvoit tirer des Racines négatives, il auroit donné un traité assés exact des Equations du premier & du second degré.

Mais s'il n'a point ignoré que les Equations pouvoient avoir plus d'une Racine, il s'en faut bien qu'il ait connu toute l'étendue des usages de cette découverte: au contraire, dans le cas des deux Racines réelles positives, il paroît douter que les deux Racines puissent l'une & l'autre satisfaire généralement à la question proposée (d), & il est encore moins

(c) *El perche ancora, dit-il dans cette remarque, è da sapere, quando el censo el numero se aguagliano a le cose, recata che sia la equazione a un censo, sel numero qual si trova in la detta equazione, sel non è minore o veramente eguale al quadrato de la mita de le cose; il caso essere insolubile, e per conseguente detto agguagliamento non posse avvenire per alcun*

*modo, come avverria chi dicesse, tro-  
va mi uno numero che sopra il suo  
quadrato postovi 7, ovvero 8, ovvero  
qualunch'altra quantità maggiore di  
6  $\frac{1}{2}$ , faccia quanto el detto numero  
moltiplicato per 5, dico questo essere  
impossibile, perocche tu porrai. . .  
..... &c.*

(d) *Sicchè, dit-il, l'uno e l'altro  
modo satisfia el tema. Ma a le volte*



excusable de penser, comme il le témoigne ailleurs, que l'Analyse doive se borner aux règles seules qu'il donne pour les Equations du second degré, où pour celles des degrés supérieurs, qui par quelques transformations simples seroient réducibles au second (e).

Au reste, quoique nous ayons dû reprendre ces deux fautes dans le Livre dont nous parlons, si l'on juge néanmoins de cet ouvrage à d'autres égards, & sur-tout relativement au tems dans lequel il a été écrit, nous conviendrons sans peine avec Raphaël Bombelli (f), qu'il mérite de grands éloges. Outre les élémens précieux d'Algèbre & d'Analyse qu'on a vû qu'il contenoit, il comprend encore un traité d'Arithmétique fort étendu, & qu'on peut même regarder

*se have la verità à l'uno modo, a le volte, a l'altro; el perche se cavando la radice del ditto remanente de la mità de le cose non satisfacesse al zema, e tu la ditta radice aggiongni a la mità de le cose, e averai el quesito; e mai fallarà che a l'uno di li doi modi non sia satisfatto el quesito, cioe giogiondola, ovvero cavandola del dinneccamento de le cose...* &c. Et plus bas il ajoûte: *E mai avvirà che a l'uno o l'altro modo non venga el quesito; purchè (come di sopra l'ho detto) lo numero che si accompagna con lo censo sia minore ovvero eguale al quadrato de la mità de le cose...* &c. Ibid.

(e) *Le quali cose, ce sont ses termes, se perfettamente conoscerai (com' ho detto) senza dubbio a ciascuna quistione proposta potrai retta risposta dare; e mai te potrà occorrere caso del quale fin ora lo intelletto humano n'abbia potuto avere notizia, del quale mediante alcuno de le sei date regole, ovvero capitoli, ovvero de lor proporzione, ovvero proporzionalità non possi expedire; li quali capitoli (massime li tre composti) tutti sono fondati in su la sancta verità de la 5<sup>a</sup> e 6<sup>a</sup> conclusione*

*del secondo, ed a quelli doi tutte le quistioni che mai possino a l'operante pervenire a modo detto si possono redorre...* &c. Ibid.

(f) Cet Auteur, dans la préface de son Algèbre, dont nous parlerons plus bas, parle de Frère Luc de cette sorte: *Il quale in vero (sebben fù scrittore trascurato, e perciò commise qualch'errore), non dimeno egli il primo fù che Luce diede a questa scienza, anchorche alcuni sieno che se ne facciano cavaglieri, ed a se attribuiscono tutto l'onore, malvagiamente accusando i pochi errori del frate, e tacendo l'opere sue bone...* &c. Le Géomètre que Bombelli a ici le plus en vûe, est sans doute Tartaglia, qui, à la suite du passage que nous avons déjà rapporté de lui à la note (b), ajoûte: *La qual opéra (di Leonardo Pisano) giamai è stata data in luce, e dicono che la causa di questo è processa perche frate Luca Paciolo (come che ancora lui medesimo in piu luoghi testifica) ne ricolze tutti i fiori, e li interpose nell'opra sua: ma per quanto ho visto, e discorso, lui veli interpose senza ordine alcuno...* &c.

comme complet, quoique ce soit le premier qui ait été imprimé, & que l'Auteur, lorsqu'il l'a composé, n'ait guère pu être aidé que des manuscrits de Sacrobosco & de Léonard de Pise (g).

La première découverte marquée qui se soit faite dans l'Analyse depuis Luc Paciolo a été celle de la formule générale pour la résolution des Equations du troisième degré. Si nous en croyons Jérôme Cardan, Médecin de Milan (h); c'est principalement à Scipion Ferrei, Professeur de Mathématique à Bologne, que nous en sommes redevables. Cet Auteur rapporte encore qu'environ 30 ans après que cette

(g) Voyés ce qui a été dit aux notes (a) & (b).

(h) Cardan au 4.<sup>me</sup> ch. de l'édit. de Lyon 1663, p. 262, s'exprime en ces termes : *Verum temporibus nostris Scipio Ferreus Bononiensis capitulum cubi & rerum numero æquationum invenit . . . Hujus æmulatione Nicolaus Tartaglia Brixellensis, amicus noster, cum in certamen cum illius discipulo Antonio Mar. Florido venisset, idem capitulum ne vinceretur invenit . . . qui mihi illum multis precibus exoratus tradidit. Et plus haut, chap. 2 : Scipio Ferreus Bononiensis, jam annis abhinc triginta ferme, capitulum hoc invenit, tradidit verò Ant. Mar. Florido Veneto, qui, cum in certamen cum Nic. Tartaglia Brixellensi aliquando venisset, occasionem dedit ut Nicolaus invenerit, & ipse, cum nobis rogantibus tradidisset suppressâ demonstratione, freti hoc auxilio demonstrationem quævivimus, eamque . . . Il avoue, après le premier passage, avoir été aidé dans la recherche de cette démonstration par Louis Ferrari de Bologne son écolier.*

Au reste Tartaglia parle lui-même de cette dispute avec Antoine Mar. Fiore dans son 25.<sup>me</sup> dialogue, en date du 10 Décembre 1536, avec

Maestro Zuanne dé Tonnini ; il nous y apprend qu'ils y étoient convenus, Fiore & lui, de confier chacun 30 problèmes entre les mains d'un Notaire, pour être échangés respectivement, sous condition qu'après 40 ou 50 jours celui qui en auroit résolu le plus seroit réputé le plus habile, & outre cela qu'il recevrait de l'autre un petit repas par problème : *oltra non so che puocho di scotto che limitasti per ogni quesito*. Fiore qui se vantoit, pour faire peur à Tartaglia, *per farmi paura*, qu'il sçavoit résoudre cette équation  $x^3 + px = q$ , prétendant que le secret lui en avoit été enseigné 30 ans avant par un grand Mathématicien, prit le parti de ne proposer que des problèmes qui en dépendoient, au lieu que Tartaglia lui en proposa de toute espèce, pour faire voir, dit-il, *che io era universale, e ch'el mio fondamento non era ne in una, ne in due, ne in tre mie particolari invenzioni o secreti*.

Tout cela fut exécuté, & il arriva, si nous en croyons Tartaglia, qu'ayant trouvé la veillé la résolution de l'Equation dont nous parlons, il répondit en deux heures de tems à toutes les questions de son adversaire, & qu'il le remplit ainsi de confusion.

découverte

découverte eut été faite, Antoine-Marie Florido, ou Fiore, Vénitien de nation, disciple de Ferrei, & à qui celui-ci l'avoit communiquée, eut quelques disputes de sciences avec Nicolas Tartaglia de Bresse, l'un des plus grands Arithméticiens & Algébristes de son siècle. Tartaglia, par les efforts qu'il fit pour répondre aux différentes questions de Florido, qui n'étoient embarrassantes qu'autant qu'on n'avoit point connoissance d'une pareille formule, vint lui-même à bout de la découvrir ; & soit qu'il s'imaginât que la poésie dont on s'étoit servi autrefois pour envelopper les réponses obscures des oracles, seroit propre aussi à cacher les mystères de l'Algèbre, soit que l'estime qu'il avoit pour ses propres productions, les lui fît juger dignes d'être exprimées d'une manière noble & peu commune, il renferma l'énoncé de sa règle en trois tercets Italiens, que Nunez, auteur Espagnol, appelle du nom de *Soneto*, & que voici :

*Quando ch'el cubo con le cose appresso  
Si agguaglia a qualche numero discreto,  
Trovami dui altri differenti in esso,  
Da poi terrai questo per consueto,  
Ch'el lor prodotto sempre si eguale  
Al terzo cubo dalle cose neto,  
El residuo poi tuo generale  
Delli lor lati cubi ben sottratto  
Varrà la tua cosa principale.*

Ce qui se peut rendre en cette sorte : *E'tant donnée cette Equation  $x^3 + px = q$ , décomposés la quantité constante de l'Equation en deux autres, dont le produit soit égal au cube du tiers du coëfficient de l'inconnue linéaire ( problème qui dépend de la résolution d'une Equation du sixième degré réductible au second), & la différence des Racines cubes de ces deux parties de la quantité constante, ou de l'homogène de comparaison, sera la Racine que vous cherchez, pourvu que vous ayés attention de*

mettre dans cette expression avec le signe  $+$  la Racine dont il faut soustraire, & avec le signe  $-$  celle qu'il faut soustraire.

Quoiqu'une règle d'Algèbre écrite en vers ne paroisse pas destinée à rester secrète, néanmoins ce ne fut que sur les prières réitérées de Jérôme Cardan, que Tartaglia se détermina à lui communiquer ces trois tercets. Tartaglia ajoute même qu'il ne le fit qu'après en avoir exigé par serment la promesse (i) que sa découverte ne seroit point divulguée. Cela supposé, il a eu raison d'accuser, comme il l'a fait, Cardan de peu de fidélité à tenir sa parole : car celui-ci donna bientôt après dans son *Ars magna* la règle en question ; sous prétexte que lui ayant été communiquée sans démonstration, il étoit parvenu à la démontrer ; & assurant en même tems, comme nous l'avons déjà remarqué, que l'invention primitive en appartenoit à Ferrei, de qui Florido son disciple l'avoit apprise.

Tartaglia au contraire ne paroissoit point penser que lorsque Florido lui avoit proposé ses différens problèmes du troisième degré, ce Géomètre fût lui-même en état de les

(i) On a déjà vu dans la dernière note l'aveu de Cardan au sujet des prières qu'il lui avoit fallu faire pour avoir communication de la règle dont nous parlons. Ecoutons-le maintenant dans un dialogue où Tartaglia l'introduit parlant avec lui sur ce sujet, & qui est le 24.<sup>me</sup> ; c'est Nicolas, c'est-à-dire Tartaglia, qui commence : *Basta*, dit-il, *che in questo non vi ho voluto credere*. Maître Jérôme ou Cardan répond : *Io vi giuro..... e da real gentilhuomo, non solamente da non publicar giammai tale vostra invenzione, se mai me le insegnate, ma ancora vi prometto, ed impegno la fede mia..... da notarne in ziffera, acciocche da poi la mia morte alcuno non le possa intendere : se m'el volete non credere, se non lasciateli stare*. Et ce n'est qu'après ce serment que

Tartaglia dit ses tercets, qui sont en tout au nombre de huit, & où sont compris les trois que nous avons rapportés.

La Lettre que Tartaglia attribue à Cardan, dans la question 36.<sup>me</sup> confirme ces sermens d'une manière singulière.

Dans la même question il introduit Cardan lui disant en réponse au reproche qu'il lui faisoit de paroître vouloir manquer à sa parole : *Ancora circa a l'altra parte dico che zuyariati a dire che aveti inteso che voglia dar fora l'arte magna, e che voglia dar fora li vostri capitoli... Quanto al pentirvi havermi dato quel vostro capitolo, per questo non mi muovo per vostre parole a niuna cosa contra la fede vi promisi*.

réfoudre (k). Il fut donc outré d'entendre assurer qu'il ne faisoit que partager une invention qu'il prétendoit lui appartenir en propre. Il regarda cette allégation comme une espèce de reproche de plagiat, & il s'en plaignit si amèrement, que Nunez parlant de lui, & voulant faire comprendre, d'un côté quel cas il faisoit de la découverte qu'il s'attribuoit, & d'un autre combien il étoit piqué qu'on la lui contestât, n'hésite pas de dire qu'il paroïssoit en avoir perdu l'esprit (l).

Je ne sçaurois cacher ici que le reproche de plagiat pouvoit tomber sur Tartaglia avec quelque vraisemblance. Bombelli, auteur presque contemporain, nous le peint comme

(k) A la quest. 28 du Liv. des Inventiones, page 112; il dit à M. Zuanné de Tonnini: *Voi non havevi altra certezza che il mio avversario avesse tal secreto, salvo per avermi così proposto 30 casi che mi conducevano a quel difficultoso passo; la qual cosa non vi fa certo che lui avesse, over sapesse tal secreto; perche molti sogliono spesse volte per confutar il suo avversario proponere delle quistioni che loro medesimi non se intendono, ne le sapiano risolvere, siccome festi voi a me... &c.* Et à la quest. 14, il dit à la même personne: *Circa ciò vi dovesti arroffire alquanto a proponere ad altri quello che voi medesimo non intendeti, e fingere de intenderlo per farve reputare un gran che.*

(l) *El qual se aquexa tanto, y habla con tanta passion che pareçe aver perdido el seso, p. 334. fol. v.°* Et plus bas: *Y si esto assi es no vuiera da tener tanta gloria con sigo por la invencion desta regla; porque habla tanto en ella, y encareça la tanto che haze fastidio, p. 339. fol. v.°*

Rien au reste n'est plus capable de donner une idée juste du cas que Tartaglia faisoit de ses propres productions, qu'une épitre dédicatoire qu'il adresse à Henri VIII Roi d'Angleterre. Il dit à ce monarque qu'ayant

appris en 1537 les grands préparatifs que Soliman Empereur des Turs faisoit pour venir fondre sur la Chrétienté, il se dépêcha d'achever un petit ouvrage intitulé le Bombardier, comme pour l'opposer aux efforts de Soliman: *Ma più sentendo io l'anno 1537 con quanto gran preparamento si moveva Soliman Imperador dei Turchi per infestar la nostra christiana religione, compossi con gran celerità sopra a tal materia un operina, & quella publicai accioche tai mie particolari invenzioni si avessero a sperimentare, vedere, e considerare, se di quelle si poteva cavar qualche bon costrutto in beneficio e difenzion di quella. E quantunque, ajoûte-t-il, di tal cosa non ne seguitasse altro per vari accidenti (ne manco io me ne curai, perche tal guerra in fumo si risolse) non di meno tal mia operina a provocato varie qualità di persone, e la maggior parte non volgare, mia di supremo ed alto ingegno a travagliar mi di nuovo con altri vari quesiti.*

Une meilleure preuve encore de sa suffisance, c'est la devise qu'il a mise à la tête de ses ouvrages. On y voit un lion qui tient dans ses pattes de devant un dragon dont il se joue, avec ces mots: *Non pvo nuocer malignità a fortezza.*

un homme inquiet, qui par la jalousie qu'il avoit de la réputation des autres, se permettoit de parler d'eux d'une manière peu mesurée, & l'on sçait qu'une pareille disposition a souvent des suites injustes (*m*) ; Nunez assure de plus positivement qu'il s'étoit attribué plusieurs inventions des Anciens, & en particulier les Livres de *Ponderibus* de Jordan, dont il se trouvoit un exemplaire dans la Bibliothèque de Saint Victor de Paris (*n*).

Malgré cela on a rendu justice à Tartaglia, au moins en partie, c'est-à-dire qu'il a été regardé comme auteur de la formule, concurremment avec Ferrei. Les Auteurs postérieurs, si on en excepte Jérôme Cardan, se sont seulement restreints à ne point donner à cette découverte, quelque importante qu'ils l'aient jugée, des éloges aussi emphatiques que lui en donnoit Tartaglia lui-même.

Pour Cardan, qui pensoit y avoir eu quelque part, parce que, selon que nous l'avons déjà observé, il avoit démontré & rendu publique dans ses propres ouvrages la formule que Tartaglia s'étoit contenté de lui enseigner sans démonstration ; il en a parlé aussi avec une espèce d'enthousiasme : *Rem sanè*, dit-il, *pulchram & admirabilem, cum omnem humanam*

(*m*) *Allhora egli* (Tartaglia) *pensava haver dato honorato saggio di se, quando che di alcuno havessè sparlato; il che offese quasi tutti i nobili intelletti, vedendo com'egli e del Cardano, e del Ferrario straparli, ingegni a questi nostri tempi più tosto divini che umani.* Bomb. pref. di Alg.

(*n*) *Y lo peor es que se haze inventor di otras reglas muy antigas, e communes, que todos tenemos. Dize que en el anno 536, la noche de san Martin, la qual fiesta dize que cayerz entonces en sabado, fantastlicando en el lecho, quando non podia dormir, hallo cap. generale al cap. de censo de cubo y cubos yguales a numero x y para otros cap. de las*

*misimas dignidades* (cette histoire se trouve en effet dans Tartaglia, Livre des Inventions) *siendo esta doctrina muy comunne, la qual trahe fray. Lucas, y de la qual todos havemos usalo antes que et tal cosa fantastlicasse.* Nun. pag. 339, fol. v<sup>o</sup>.

Et plus haut, pag. 334, fol. v<sup>o</sup> *Mas pues esto Nic. Tartalea tanta celava los sus inventos, y tanto pesar ricebia porque otros los divulgasse, puesto que confesasse aver los deprendido, no viiera da attribuir a se los libros de Ponderibus de Jordano, los quales puso per obra suya en el dicho libro suyo de las invenciones, los quales libros de Jordano yo tengo escriptos a mano, y fueron trasladados de la libreria di S. Victor de Paris.*

*subtilitatem, omnis ingenii mortalis claritatem ars hæc longè superet, donum profecto cœlestè, experimentum autem virtutis animorum atque adeò illustre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere posse se credat.* Card. ars magn. tom. 4. pag. 222.

Ce n'est pas néanmoins que cet Auteur ne connût parfaitement que l'usage de cette formule étoit limité; il avoit même porté ses recherches jusqu'à vouloir découvrir à quel point il l'étoit. On sçait que lorsqu'une Proposée quelconque du 3.<sup>me</sup> degré doit avoir tout à la fois trois Racines réelles, ces Racines ne sont données par la formule dont je parle, & qu'on nomme communément la *formule de Cardan*, que sous des expressions imaginaires. Or Cardan avoit établi pour principe, lorsqu'il traitoit de la résolution des Equations du 2.<sup>d</sup> degré, que tout Problème dont la solution ne pouvoit conduire qu'à des effectons impraticables, étoit impossible dans son énoncé; *Semper autem pro regula generali in hoc tractatu toto est observandum quod cum ea quæ præcipiuntur fieri non possunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec esse potuit.* Et ainsi il paroîtroit s'ensuivre de-là qu'il auroit dû regarder comme absolument impossible, la solution du cas dont nous parlons, & qui bien-loin d'être en effet impossible, se construit au contraire en Géométrie de trois façons différentes.

Cependant il avoit apperçu qu'alors même il arrivoit souvent que l'addition d'un certain cube, faite à propos à chacun des deux membres de l'Equation, donnoit à ces deux membres un diviseur linéaire commun, & qu'abaissant ainsi le degré de l'Equation, elle fournissoit les moyens de la résoudre.

Il s'attacha donc à discerner généralement les cas où une telle addition pourroit se faire, ou bien, ce qui est la même chose, ceux où la Proposée pourroit avoir des diviseurs rationnels, & où par conséquent il seroit possible d'exprimer algébriquement les Racines d'une manière plus simple que la formule ne les exprimait.

Mais quant aux cas dont la solution ne peut se simplifier

par les méthodes qu'il décrit dans ce Livre, il ne prononce pas s'ils ont, ou s'ils n'ont point de Racines, ni en quel nombre ils peuvent en avoir; de sorte qu'on peut réduire à ces cinq chefs ce qui se trouve, ou ce qu'il y a à désirer dans cet Auteur sur le nombre des Racines: matière qui fait actuellement l'objet particulier de nos recherches.

1.<sup>o</sup> Il ne connoît point, non plus que Paciolo, l'usage des Racines réelles négatives.

2.<sup>o</sup> Il n'a point commis la faute que nous avons remarquée dans l'ouvrage de ce Religieux, au sujet des Equations du 2.<sup>d</sup> degré, qui peuvent avoir deux Racines réelles positives: il dit au contraire formellement qu'en ce cas *tam aggregatum quam residuum est rei aslimatio.*

3.<sup>o</sup> Il détermine fort bien (dans ses principes) la Racine des Equations du 3.<sup>me</sup> degré, dont le second terme est évanoui, lorsque ces Equations n'en peuvent avoir qu'une de réelle, c'est-à-dire que, si elle est négative, il n'en assigne aucune, & si elle est positive, il en donne la véritable valeur.

4.<sup>o</sup> Pour les cas où les trois Racines doivent être toutes ensemble réelles, il ne les examine qu'autant qu'ils peuvent être réduits aux degrés inférieurs, & ce n'est que dans cette supposition qu'il entreprend de déterminer le nombre des Racines réelles & positives; encore ne donne-t-il pas pour cela des règles absolument générales.

5.<sup>o</sup> Il réduit assés généralement à la formule où le second terme est évanoui les principales des autres formules qu'on peut imaginer dans le 3.<sup>me</sup> degré.

Raphaël Bombelli, de Bologne, qui n'étoit pas de beaucoup postérieur à Cardan, & dont nous avons eu déjà occasion de parler, au sujet des jugemens qu'il a portés de Luc Paciolo & de Tartaglia, paroît être tombé dans l'erreur de Paciolo, que Cardan avoit néanmoins évitée (o); mais cela n'empêche pas que son Algèbre imprimée à Bologne en 1579,

(o) Il dit, page 262, liv. 2 de son Algèbre, édit. de 1579. *Ma avvertiscasi che nei quesiti alcuna*

*volta, benchè di rado, il restante non serve, ma bensì la somma sempre.*



ne soit un Livre excellent, & qu'on n'y remarque différentes découvertes qui n'avoient point encore paru jusqu'alors.

En premier lieu c'est dans cet ouvrage qu'on trouve pour la première fois le calcul des Radicaux.

En second lieu, Bombelli est le premier qui ait fait entrer dans les calculs les Racines impossibles : il les appelle *piu di meno*, ou bien *meno di meno*, comme s'il vouloit dire, Racines positives ou négatives d'une quantité négative ; & il résout par leur moyen le cas impossible du 2<sup>d</sup> degré (*p*).

3.<sup>o</sup> Après avoir perfectionné (*p. 292. & suiv.*) les règles qu'avoit données Cardan pour reconnoître si les Equations du 3.<sup>me</sup> degré n'ont point de diviseur numérique, & ayant trouvé néanmoins que ces règles ne sont pas générales, il applique ici ses expressions des Racines impossibles : il tire les Racines cubes irrationnelles des deux binômes irrationnels que contient la formule de Cardan (ce qui est toujours praticable lorsque la Proposée admet des diviseurs), & ajoutant ensemble les deux Racines irrationnelles & impossibles trouvées, leur somme qui devient rationnelle & possible, représente la Racine cherchée.

4.<sup>o</sup> Bombelli donne assés au long (*page 353. & suiv.*) la solution des Equations du 4.<sup>me</sup> degré, dans lesquelles le 2.<sup>d</sup> & le 3.<sup>me</sup> terme manquent tout à la fois. Il observe (*p. 353.*) qu'entre les Problèmes du 4.<sup>me</sup> degré Diophante paroît n'avoir eu en vûe que la solution de ceux qui se peuvent réduire à ces sortes d'Equations, cet auteur n'ayant jamais employé de Racines cubiques ; & il a de plus attention d'avertir que les règles qu'il donne dans cet endroit ne sont

(*p*) Ibid. *E questo agguagliamento non si può fare, se non in questo modo sophistico: Cavi si 20 di 16 resta meno 4; il suo lato è di meno 2, e questo si cava, e si aggiunge alla metà delli tanti, che farà 4 più di meno due, ovvero 4 meno di meno due, e ciascuna di queste quantità da se sarà la valuta del tanto.*

Il est vrai qu'il ajoute incontinent après une règle qui me paroît ou peu intelligible, ou mauvaise, & que voici : *Vi e parimente un altro modo sophistico, che non si potendo cavar il 20 del 16, si sommino fa 36; il suo lato è 6, e questo si aggiunge alla metà delli tanti fa 10, e questo 10 e meno, ed è valuta del tanto.*

point de lui, mais qu'elles ont été découvertes par L. Ferrari de Bologne, qui avoit vécu quelque tems auparavant.

5.<sup>o</sup> Enfin on trouve à la page 369 un morceau plus précieux que tout le reste. C'est la fameuse règle que cet auteur a inventée pour résoudre les Équations du 4.<sup>me</sup> degré, dont le second terme est évanoui, en ajoutant des deux côtés de l'Equation, une quantité de cette forme  $2qx^2 + qq$ , pour faire du 1.<sup>er</sup>, qui est supposé ne contenir que  $x^4$ , un quarré parfait; & pouvoir ensuite déterminer  $q$  par la supposition que cette lettre soit propre à faire aussi un quarré parfait de ce que devient l'autre membre de l'Equation après l'addition de la même quantité  $2qx^2 + qq$ ; règle qui à la vérité n'est expliquée ici que sur des exemples rationnels, & avec un peu de confusion, mais qui n'en est pas moins bonne & moins sûre, & qu'on regardera à jamais comme une des principales découvertes qui se soient faites dans les Mathématiques.

Tel étoit l'état de l'Algèbre & de l'Analyse, lorsque la France vit naître dans son sein François Viète, ce grand Géomètre, qui lui fit seul autant d'honneur que tous les Auteurs dont nous venons de faire mention en avoient fait ensemble à l'Italie.

Ce que je pourrois dire ici à son éloge seroit certainement au dessous de ce qu'en ont dit déjà depuis long tems les Auteurs les plus illustres, même parmi les Anglois, dans la bouche desquels ces louanges doivent être moins suspectes de partialité que dans celle d'un compatriote. M. Edmund Halley, de la Société royale, & de cette Académie, en parle en ces termes : *Ac primus quidem ingens ille Algebrae hodiernae repertor ac restaurator Franciscus Vieta, amnis abhinc circiter centum, methodum generalem aperuit pro educendis radicibus ex æquatione qualibet; eamque sub titulo de numerosâ potestatum ad Exegefin Resolutione publico donavit, ubique, ut ait, observando retrogradam compositionis viam; hujusque vestigiis insistentes Harriottus, Ongtredus, aliique, tam nostrates quàm extranei, quæcumque de hac re scriptis mandarunt, à Vieta desumpta debent agnoscere.* V. les Transact. phil. n.<sup>o</sup> 190. art. 2. an. 1687.

Ce

Ce témoignage, quelque'avantageux qu'il soit pour Viète, est à peine égal à celui qu'Harriot rend au même auteur dans la préface du Livre qui porte pour titre, *Artis analyticae Praxis. Vir clarissimus*, dit Harriot de Viète dans cette préface, & ob insignem in scientiis mathematicis peritiam Gallicæ gentis decus. .... non tam Analysisi restitutam quàm propriis inventionibus auctam & exornatam, tanquam novam & suam nobis tradidisse videtur. ... Magnus ille in Analyticis architectus. .... (Exegetice) .... demùm inventâ fastuosum illud & universale problema suum, nullum non problema solvere, fidenter asseverare potuit. ... Novam artem potius, ut dictum est, magnâ saltem ex parte fecisse, quàm veterem restituisse non immeritò censendus est: éloges d'autant plus remarquables en cette occasion, qu'on les lit à la tête de ce même ouvrage où Wallis a prétendu appercevoir les découvertes les plus importantes qui se soient faites dans l'Analyse, quoiqu'il lui eût été facile de les trouver presque toutes dans Viète, à qui elles appartiennent en effet pour la plupart.

On peut entr'autres en compter sept de ce genre.

La première, c'est d'avoir introduit dans les calculs les lettres de l'alphabet, pour désigner même les quantités connues. Wallis convient de cet article, & il explique au chap. 14 de son traité d'Algèbre l'utilité de cette pratique.

La seconde, c'est d'avoir imaginé presque toutes les transformations des Equations, aussi-bien que les différens usages qu'on en peut faire pour rendre plus simples les Equations proposées. On peut consulter là-dessus son traité de *Recognitione Aequationum*, à la page 91 & suivantes, édit. de 1646, aussi-bien que le commencement du traité de *Emendatione Aequationum*, page 127 & suivantes (q).

La troisième, c'est la méthode qu'il a donnée pour reconnoître par la comparaison de deux Equations qui ne

(q) Je me contente de citer ici Viète & les Auteurs postérieurs, sans m'arrêter à en rapporter au long les passages, parce que leurs ouvrages sont entre les mains de tout le monde, &

qu'ainsi on peut facilement y avoir recours, ce qui auroit été plus difficile à l'égard de ceux dont j'ai parlé jusqu'à présent, & dont j'ai donné par cette raison quelques extraits.

différeroient que par les signes, quel rapport il y a entre chacun des coëfficiens qui leur sont communs, & les Racines de l'une & de l'autre. Il appelle cette méthode *Syncripsis*, & il l'explique dans le traité de *Recognitione*, page 104 & suiv.

La quatrième, c'est l'usage qu'il fait des découvertes précédentes pour résoudre généralement les Equations du 4.<sup>me</sup> degré, & même celles du 3.<sup>me</sup>. Voyés le traité de *Emendatione*, pag. 140 & 149.

La cinquième, c'est la formation des Equations composées, par leurs Racines simples, lorsqu'elles sont toutes positives, ou la détermination de toutes les parties de chacun des coëfficiens de ces Equations, ce qui termine le Livre de *Emendatione*, page 158.

La sixième & la plus considérable, c'est la Résolution numérique des Equations, à l'imitation des Extractions de Racines numériques, matière qui fait elle seule l'objet d'un Livre tout entier.

Enfin on peut prendre pour une septième découverte ce que Viète a enseigné de la méthode pour construire géométriquement les Equations, & qu'on trouve expliqué page 229 & suivantes.

Quoiqu'un si grand nombre d'inventions propres à Viète dans la seule Analyse, l'aient fait regarder avec raison comme le père de cette science, nous sommes néanmoins obligés d'avouer qu'il n'avoit pas beaucoup avancé dans la partie dont il est principalement question dans ce mémoire. Il ne s'étoit attaché à reconnoître combien il pouvoit y avoir dans les Equations de Racines de chaque espèce, qu'autant que cette recherche entroit dans le dessein qu'il s'étoit proposé d'assigner en nombres les valeurs ou exactes, ou approchées de ces Racines. Il ne considéra donc point les Racines réelles négatives, non plus que les Racines impossibles, que Bombelli avoit introduites dans le calcul, & ce ne fut que par des voies indirectes qu'il vint à bout de déterminer, lorsqu'il en eut besoin, le nombre des Racines réelles positives. L'illustre M. Halley lui fait même avec fondement quelques reproches

sur les règles qu'il donna pour cela après la prop. 18. du Livre qui a pour titre, *de numerosâ Potestatum Resolutione*, & où il laisse croire que si dans  $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$ ,  $\frac{1}{3}aa$  est plus grand que  $b$ , il y a toujours trois Racines réelles, ce qui emporteroit que les Équations du 3.<sup>me</sup> degré, où le second terme est évanoui, devroient avoir trois Racines réelles toutes les fois que leur troisième terme seroit négatif. Voyés les *Transact. philosoph. num.* 190. art. 2. ann. 1687.

Ce que Viète avoit obmis de faire au sujet du nombre des Racines, Harriot qui vint bientôt après, le tenta inutilement dans son *Artis analytica Praxis*. L'idée qu'on doit se former de cet ouvrage est précisément celle qu'en donne sa préface, dont nous avons déjà parlé; car pour celle qu'on pourroit en prendre par la lecture du traité d'Algèbre de Wallis, elle ne seroit point du tout juste. Non seulement ce Livre ne comprend point, comme Wallis voudroit l'insinuer, tout ce qui avoit été découvert de plus intéressant dans l'Analyse lorsque Wallis a écrit; on peut même dire qu'il mérite à peine d'être regardé comme un ouvrage d'invention. Les abrégés qu'Harriot a imaginés dans l'Algèbre, se réduisent à marquer les produits de différentes lettres, en écrivant ces lettres immédiatement les unes après les autres (car je ne m'arrêterai point à observer avec Wallis qu'il a employé dans les calculs les lettres minuscules au lieu des majuscules). Il n'a point simplifié les expressions où une même lettre se trouvoit plusieurs fois, c'est-à-dire, les expressions des puissances, en écrivant l'exposant à côté: on verra bientôt que c'est à Descartes qu'on doit cet abrégé, ainsi que les premiers élémens du calcul des puissances; découverte qui en étoit la suite naturelle, & qui a été depuis d'un si grand usage.

Quant à l'Analyse, le seul pas qu'Harriot me paroisse proprement y avoir fait, c'est d'avoir employé dans la formation des Équations du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré, les Racines négatives, & même des produits de deux Racines impossibles, ce que n'avoit point fait Viète dans son dernier chapitre de *Emendatione*; encore trouve-t-on ici une faute, c'est que

l'auteur forme les Equations du 4.<sup>me</sup> degré, dont les quatre Racines doivent être tout à la fois impossibles, par le produit de  $be + aa = 0$ , &  $df + aa = 0$ , ce qui n'est pas assés général, les quatre Racines ne devant pas être tout à la fois supposées des imaginaires pures, mais tout au plus deux imaginaires pures & deux mixtes imaginaires.

C'est en comparant les proposées avec les différentes formules, ou canoniques, ou dérivées que donne une pareille formation, qu'Harriot prétend dans sa cinquième section être en état de déterminer le nombre & l'espèce des Racines; mais entre plusieurs Equations canoniques ou dérivées, dans les termes desquelles la succession des signes se trouvera la même que dans la proposée, quelle sera celle à laquelle on devra comparer celle-ci? ou, pour me servir des termes de l'auteur, quelle sera son équipolente? c'est ce qui n'étoit point aisé à décider, excepté dans les Equations du 3.<sup>me</sup> degré qui n'auroient point de second terme. Les formules de pareilles Equations ne sont point en trop grand nombre; & aussi sçavoit-on long-tems avant Harriot, que le passage du possible à l'impossible dépend alors de la condition que le cube du tiers du coëfficient du 3.<sup>me</sup> terme soit égal au carré de la moitié du coëfficient du quatrième.

Harriot a voulu déduire de-là par analogie des règles pour déterminer dans les Equations du 4.<sup>me</sup> degré le nombre de Racines possibles, positives ou négatives, que ces Equations peuvent renfermer; mais outre que la faute qu'il avoit commise dans la formation des Equations à quatre Racines imaginaires devoit influencer ici, on pourra indépendamment de cela conclurre facilement de tout ce que nous dirons dans cet ouvrage, que ces prétendues règles, même avec le commentaire que Wallis y a ajoûté (*V. ses œuv. vol. 2. p. 171. & suiv.*) sont absolument insuffisantes. Nous avouons cependant que dans la pratique de l'*Exegetice numerosa*, qui est ici exposée plus clairement que dans Viète, l'auteur détermine mieux que Viète ne l'avoit fait, le nombre des Racines réelles positives.

Il n'est presque aucune science qui n'ait dû au grand Des-

cartes quelque degré de perfection ; mais l'Algèbre & l'Analyse lui sont encore plus redevables que toutes les autres. Il profita comme Harriot, qu'il suivit de près, & dont vraisemblablement il n'avoit point lû le Livre, de ce que Viète avoit découvert dans ces deux sciences, & il les poussa beaucoup plus loin. Non seulement il marque, ainsi qu'Harriot, les produits de deux lettres, en les écrivant à la suite l'une de l'autre ; il a ajouté à cela l'expression du produit de deux polynômes, en se servant du signe de la multiplication, & en tirant une ligne sur chacun de ces polynômes en particulier, ce qui soulage beaucoup l'imagination. C'est lui qui a introduit dans l'Algèbre les Exposans, & qui a donné les principes élémentaires de leurs calculs, selon que nous l'avons déjà observé. C'est lui qui a imaginé le premier des Racines aux Equations, dans les cas même où ces Racines sont impossibles, de façon que les imaginaires & les réelles remplissent le nombre des dimensions de la proposée. C'est lui qui a donné le premier des moyens de trouver les limites des Racines des Equations, qu'on ne peut résoudre exactement. Enfin il a beaucoup ajouté aux effectons géométriques de l'Algèbre que Viète nous avoit laissées, en déterminant ce que c'est que les Lignes négatives, c'est-à-dire, celles qui répondent aux Racines des Equations qu'il nomme *fausses*, & en enseignant à multiplier & à diviser les lignes les unes par les autres. (*Voy. le commencement de sa Géométrie.*)

Il forme, comme Harriot, les Equations par la multiplication de leurs Racines simples, & ses découvertes dans l'Analyse pure se réduisent principalement à deux. La première, d'avoir enseigné par la règle que j'ai démontrée dans mon mémoire précédent, combien il se trouve de Racines positives ou négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires. Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit déjà pour prouver que cette règle lui appartenoit, & qu'on l'avoit accusé mal-à-propos de s'être trompé à ce sujet.

La seconde, c'est l'emploi qu'il fait de deux Equations du 2.<sup>d</sup> degré à coefficients indéterminés, pour former par

leur multiplication une Equation qui puisse être comparée terme à terme avec une proposée quelconque du 4.<sup>me</sup> degré, afin que ces comparaisons différentes fournissent la détermination de toutes les indéterminées qu'il avoit prises d'abord, & que la proposée se trouve ainsi décomposée en deux Equations du 2.<sup>d</sup> degré faciles à résoudre par les méthodes qu'on avoit déjà pour cet effet (*Voy. sa Géom. p. 89. édit. d'Anst. an. 1649.*). Cet usage des indéterminées est si adroit & si élégant, qu'il a fait regarder Descartes comme l'inventeur de la méthode des Indéterminées : car c'est cette méthode qu'on a depuis appelée & qu'on nomme encore aujourd'hui proprement l'*Analyse de Descartes* ; quoiqu'il faille avouer que Ferrei, Tartaglia, Bombelli, Viète sur-tout, & après lui Harriot, en eussent eu connoissance.

Pour l'Analyse mixte, c'est-à-dire, l'application de l'Analyse à la Géométrie, elle appartient presque entièrement à Descartes, puisque c'est à lui qu'on doit incontestablement les deux découvertes qui en sont comme la base. Je parle de la détermination de la nature des Courbes par les Equations à deux variables (*p. 26.*) & de la construction générale des Equations du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré (*p. 95.*) Si l'on ajoute à cela les solutions élégantes qu'il a données de tant de Problèmes qui avoient arrêté jusqu'alors tous les Géomètres, l'idée de déterminer la nature des Courbes à double courbure par deux Equations variables (*p. 74.*), la méthode des Tangentes, qui est comme le premier pas qui se soit fait vers les Infiniment petits (*p. 46.*), enfin la détermination des Courbes propres à réfléchir ou à réunir par réfraction en un seul point les rayons de lumière ; application de l'Analyse & de la Géométrie à la Physique, dont on n'avoit point vu jusqu'alors d'aussi grand exemple : si on réunit toutes ces différentes productions, quelle idée ne se formera-t-on point du grand homme de qui elles nous viennent ! & que sera-ce en comparaison de tout cela que le peu qui restera à Harriot, lorsque des découvertes que Wallis lui avoit attribuées sans fondement dans le chap. 53 de son



Algèbre historique & pratique, on aura ôté, comme on le doit, ce qui appartient à Viète ou à Descartes, suivant l'énumération que nous en avons faite ?

Pour revenir maintenant à l'objet particulier de ce mémoire, nous observerons qu'outre la détermination du nombre des Racines vraies ou fausses, c'est-à-dire, positives ou négatives, dans les Equations de tous les degrés qui n'ont point de Racines imaginaires, Descartes a mieux déterminé qu'on n'avoit fait jusqu'alors, le nombre & l'espèce des Racines des Equations quelconques du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré, soit au moyen des remarques qu'il a faites sur ses formules algébriques, soit en employant à cet usage différentes observations sur ses constructions géométriques.

Ce dernier ouvrage, qu'il avoit néanmoins laissé imparfait, a été perfectionné depuis peu-à-peu par différens Auteurs, Debaune, par exemple, jusqu'à ce que l'illustre M. Halley y ait mis, pour ainsi dire, la dernière main dans un beau mémoire inséré dans les Transact. philos. N.<sup>o</sup> 190. art. 2. an, 1687, & qui porte le titre suivant : *de numero Radicum in Aequationibus Solidis ac Biquadraticis, sive 3.<sup>a</sup> ac 4.<sup>a</sup> potestatis, earumque Limitibus tractatulus*. Je ne m'arrête point, de peur de paroître trop diffus, ni à faire un extrait détaillé de ce mémoire de M. Halley, ni à remarquer les fautes qui avoient échappé sur cette matière aux Auteurs qui l'avoient précédé à compter depuis Descartes ; je ne dis rien non plus ni de quelques approximations qu'on doit à cet auteur, à Raphson, & sur-tout à M. de Lagny, ni d'une règle du P. Prestet, que j'aurai occasion de rapporter plus bas, & je passe aux découvertes qu'ont faites sur le nombre des Racines M.<sup>rs</sup> Newton, Colin-Mac-Laurin, George Campbell & Stirling, tous Anglois de nation, & qui sont les seuls dont je me propose encore de parler ici ; car la science dont je fais une histoire sommaire, & qui avoit d'abord commencé à être traitée en Italie avec tant de succès, semble en quelque sorte avoir passé depuis successivement en France & en Angleterre, pour recevoir en différens siècles, dans ces deux royaumes, différens degrés de perfection très-importans.

Il y a une telle connexion entre la Physique & les Mathématiques, que les Auteurs qui devoient faire le plus de progrès dans la première de ces deux sciences, ont été aussi ceux qui ont le plus perfectionné l'autre. L'exemple que Descartes nous en a donné, n'est pas plus remarquable que celui que Newton va nous en fournir. Quoique ce dernier auteur fût né dans un tems où l'Analyse paroissoit déjà presque parfaite, cependant un si grand génie ne pouvoit manquer de trouver à y ajouter encore. Il a donné en effet successivement dans son Arithmétique universelle 1.<sup>o</sup> une règle très-élégante & très-belle pour reconnoître les cas où les Equations peuvent avoir des diviseurs rationnels, & pour déterminer dans ces cas quels polynomes peuvent être ces diviseurs; 2.<sup>o</sup> une autre règle pour reconnoître dans un grand nombre d'occasions combien il doit se trouver de Racines imaginaires dans une Equation quelconque; une troisième pour déterminer d'une manière nouvelle les limites des Equations; enfin une quatrième qui est peu connue, mais qui n'en est pas moins belle, pour découvrir en quel cas les Equations des degrés pairs peuvent se résoudre en d'autres de degrés inférieurs, dont les coefficients ne contiennent que de simples Radicaux du premier degré.

A cela il faut joindre l'application des fractions au calcul des exposans, l'expression en suites infinies des puissances entières ou fractionnaires, positives ou négatives d'un binome quelconque, l'excellente règle connue sous le nom de *Règle du Parallélogramme*, & au moyen de laquelle Newton assigne en suites infinies toutes les Racines d'une Equation quelconque; enfin, la belle méthode que cet auteur a donnée pour interpoler les séries, & qu'il appelle *Methodus differentialis*.

Quant à l'application de l'Analyse à la Géométrie, Newton a fait voir combien il y étoit versé, non seulement par les solutions élégantes de différens problèmes qu'on trouve, ou dans son Arithmétique universelle, ou dans ses principes de la Philosophie naturelle, mais principalement par son excellent traité des Lignes du 3.<sup>me</sup> ordre, dont j'ai eu  
occasion

occasion de remarquer les principales beautés dans un Livre que j'ai donné au public il y a deux ans.

Ces différentes découvertes suffisoient pour immortaliser le grand Géomètre qui en est l'auteur; cependant elles contribuent à peine à faire juger de son mérite dans les Mathématiques, & il n'est, pour ainsi dire, connu que par d'autres découvertes plus importantes & d'un genre encore plus élevé, par son calcul des Fluxions, par son traité de la Quadrature des Courbes, & par l'usage qu'il a fait dans ses principes de l'un & l'autre de ces deux ouvrages pour découvrir la gravitation universelle, & déterminer par-là les loix du système du Monde.

Entre tant d'inventions mathématiques qui lui appartiennent, il n'en est qu'une qui ait rapport à l'objet de ce mémoire, c'est celle où il enseigne à déterminer en plusieurs rencontres combien une Equation proposée a de Racines imaginaires.

Cette règle, que Newton avoit donnée sans démonstration, M.<sup>rs</sup> Colin-Mac-Laurin & Campbell l'ont démontrée l'un & l'autre dans des Transactions philosophiques, & ils l'ont outre cela beaucoup perfectionnée, sans que néanmoins ils soient venus à bout d'enseigner rien de tout-à-fait général sur cette matière. L'ouvrage de M. Mac-Laurin est sur-tout remarquable par le travail dont il est rempli; par les difficultés immenses que l'auteur a eues à surmonter, & par la multiplicité des moyens qu'il a tentés & employés pour parvenir à découvrir les règles qu'il cherchoit.

Mais quoique les règles de ces deux auteurs, ainsi que celle de Newton, paroissent imitées de celle que Descartes avoit donnée avant eux, pour déterminer le nombre des Racines positives & négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires, cependant aucun d'eux n'a entrepris de démontrer la règle même de Descartes.

Quant à la règle de M. Stirling, qui consiste à supposer la somme des termes de la Proposée égale à  $y$ , & à donner à la Proposée autant de Racines imaginaires, outre le nombre

qu'en a l'Equation des *maximums* de la Courbe que cela forme, qu'il arrive de fois que les ordonnées qui correspondent dans cette Courbe à deux *maximums* immédiatement voisins, soient de même signe, cette règle a allés de rapport avec celles que je vais donner ; je n'en parlerai donc plus au long qu'à la fin de ma seconde partie, d'abord après que j'aurai expliqué ma propre méthode ; parce qu'on fera alors mieux en état de sentir ce que M. Stirling & moi pouvons avoir de commun & de différent sur ce sujet, & je me contenterai, en finissant cette première partie, d'observer ici que tous les Auteurs modernes n'ont eu en vûe de déterminer que le nombre des Racines imaginaires, qu'ils ne l'ont même fait que par des règles approchées, non exactes, ou peu simples, au lieu que je vais d'abord déterminer exactement dans la seconde partie de ce mémoire, si une Equation quelconque proposée a des Racines imaginaires, & cela sans résoudre aucune Equation, ce que je ne vois pas qu'on pût faire, même en suivant la méthode de M. Stirling ; & ensuite cette Equation ayant en effet des Racines imaginaires, je ferai voir en quel nombre peuvent s'y trouver de telles Racines, aussi-bien que les Racines réelles positives & réelles négatives, ne supposant autre chose pour cela, sinon qu'on sçache résoudre les Equations du degré immédiatement inférieur à celui de la Proposée. Or je me crois fondé à regarder cette pratique comme ce qui se pouvoit découvrir de plus simple dans cette matière.

## S E C O N D E   P A R T I E .

Soit faite  $y$  égale à la somme des termes d'une équation déterminée quelconque proposée, dont  $x$  soit l'inconnue, & on formera par-là une équation indéterminée entre  $x$  &  $y$ , dont le lieu sera une de ces courbes que Newton a nommées *de genre parabolique*, & qui ont deux branches paraboliques infinies, situées l'une à la droite & l'autre à la gauche de l'origine, tenant l'une à l'autre, & dont la dernière direction est parallèle aux  $y$ . Or il est évident par la

figure de cette courbe (*Voyés les Figures 1 & 2.*)

1.<sup>o</sup> Qu'elle coupera son axe précisément en autant de points que la proposée aura de racines réelles.

2.<sup>o</sup> Que le nombre de ses intersections avec l'axe ne pourra surpasser tout au plus que d'une unité le nombre des *maximums* réels, que nous distinguerons ici des *minimums*; car il est impossible qu'entre deux intersections il n'y ait au moins un *maximum* réel, même en ne faisant point attention aux *minimums*.

3.<sup>o</sup> Comme l'équation propre à déterminer les distances de l'origine à chaque *maximum* ou *minimum*, est celle qu'on peut former en égalant à zéro la première différentielle de la proposée, & que cette équation est nécessairement d'un degré inférieur au moins d'une unité au degré de la proposée, il s'ensuit de-là que la proposée ne peut avoir toutes ses racines réelles qu'autant que l'équation faite en égalant à zéro la première différentielle de la proposée aura aussi toutes ses racines réelles, & qu'autant que les racines de cette dernière équation ne pourront aboutir dans la Figure ci-jointe qu'à des *maximums*, & non à des *minimums*.

4.<sup>o</sup> Réciproquement si la première différentielle de la proposée a toutes ses racines réelles, & que ces racines aboutissent toutes dans la figure à des *maximums*, & aucune à des *minimums*, toutes les racines de la proposée seront nécessairement réelles, ou il ne pourra y en avoir aucunes d'imaginaires. En effet, puisque dans la figure y ne peut avoir qu'une valeur, & que cette lettre en a perpétuellement une, il s'ensuit de-là qu'entre deux *maximums* consécutifs, & qui ne seroient séparés l'un de l'autre par aucun *minimum*, il doit nécessairement se trouver une intersection; de plus il doit s'en trouver encore une avant le premier *maximum*, & une après le dernier *maximum*, pour que les deux branches de la courbe puissent, comme elles le doivent, s'élever ou s'abaisser à l'infini, sans avoir passé par aucun *minimum*.

5.<sup>o</sup> Il est facile de s'appercevoir que chaque paire de

racines imaginaires de la première différentielle de la proposée doit faire naître une paire de racines imaginaires dans la proposée, puisque sans cela le nombre des intersections de la courbe avec l'axe surpasseroit de plus qu'une unité le nombre des *maximums* réels ; & de même que chaque *minimum* désigné par une des racines réelles de la première différentielle doit faire évanouir deux intersections de la courbe avec l'axe, rendant l'un des deux *maximums* voisins inutile à l'augmentation du nombre de ces intersections, & qu'ainsi chaque racine réelle de la première différentielle qui aboutira dans la courbe à un *minimum*, doit faire naître aussi dans la proposée une paire de racines imaginaires.

6.° Enfin chaque paire de racines imaginaires de la proposée devra faire naître dans la première différentielle ou une paire de racines imaginaires, ou une racine réelle qui aboutisse à un *minimum* ; car la courbe étant continue, il ne peut disparaître deux de ses intersections avec l'axe que le *maximum* compris entr'elles deux & un des deux *maximums* voisins ne disparoisse en même tems (*Fig. 3.*), ou bien que le *maximum* compris entr'elles deux ne se change en *minimum* (*Fig. 4.*). Or on peut conclure de-là généralement la règle suivante.

### P R E M I E R E R È G L E.

Il y a précisément dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'il y a dans la première différentielle (inférieure d'un degré à la proposée) 1.° de paires de racines imaginaires, 2.° de racines réelles qui aboutissent à des *minimums*.

Cette première règle, qui est assez ressemblante à celle de M. Stirling, emporte, comme nous l'avons déjà observé, que la proposée aura toutes ses racines réelles, lorsque toutes les racines de la première différentielle étant réelles, aucune d'elles n'aboutira dans la courbe à des *minimums* ; & qu'elles aboutiront toutes au contraire à des *maximums* réels.

## REMARQUE I.

Il faut observer que les points d'inflexion parallèles à l'axe, doivent être regardés ici comme le système d'un *maximum* & d'un *minimum* infiniment rapprochés (*Fig. 5.*), que les serpentemens infiniment petits parallèles à l'axe, doivent être considérés comme le système de deux *maximums* & d'un *minimum*, ou bien de deux *minimums* & d'un *maximum* infiniment rapprochés (*Fig. 6 & 7.*), selon que dans ces points la courbe tourne à l'axe sa concavité ou bien sa convexité, & ainsi des points singuliers de toutes les espèces. (*Voyés là-dessus ce que j'ai dit dans le Livre qui a pour titre, Usages de l'Analyse de Descartes, page 85.*)

## REMARQUE II.

Pour pouvoir faire usage de la règle précédente, énoncée dans les termes que nous venons d'employer, il faut avoir des moyens de distinguer, au moins dans les courbes paraboliques dont il est ici question, les *maximums* des *minimums*. Or la propriété commune du *maximum* & du *minimum* étant que dans ces points  $dy = 0$ , il est aisé de se convaincre de plus que ce qui distingue le *maximum* du *minimum*, c'est que dans le *maximum*  $y$  &  $ddy$  doivent être de signe différent, ou, ce qui est la même chose, que le produit  $yddy$  doit y être négatif; au lieu que ce produit doit être positif, & que les produisans doivent être de même signe dans les *minimums*. En effet dans les *maximums* la courbe tourne à l'axe sa concavité; d'où il s'ensuit que selon que  $y$  &  $dy$  y sont supposés de même signe, ou de signe différent, il faut que  $dy$  &  $ddy$  soient au contraire respectivement, ou de signe différent, ou de même signe, ce qui rend  $y$  &  $ddy$  de signe différent dans les deux cas, & par conséquent aussi dans le cas où  $dy$  seroit égal à zéro, lequel est moyen entre les deux premiers; ou, si l'on aime mieux, tient tout à la fois des deux, & en fait pour ainsi dire la nuance.

Et réciproquement dans les *minimums*, la courbe est

M m m iij

462 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
convexe vers son axe, & ainsi selon que  $y$  &  $dy$   $y$  seront  
supposées de même signe, ou de signe différent,  $dy$  &  $ddy$   
seront aussi respectivement de même signe, ou de signe diffé-  
rent;  $y$  &  $ddy$  seront donc essentiellement de même signe  
dans l'un & l'autre cas, & par conséquent aussi dans le cas  
moyen, où  $dy$  deviendra  $= 0$ .

Cette observation peut servir à changer l'énoncé de la  
règle précédente en celui-ci : Il y aura dans la proposée  
autant de paires de racines imaginaires; 1.<sup>o</sup> qu'il y en aura  
de telles dans la première différentielle, 2.<sup>o</sup> qu'il arrivera  
de fois que les racines réelles de la première différentielle  
étant substituées dans le produit de la proposée par la seconde  
différentielle, elles rendront ce produit positif.

Or comme par la même raison la première différentielle  
devra avoir autant de paires de racines imaginaires, 1.<sup>o</sup> qu'il  
y en aura de telles dans la seconde différentielle, 2.<sup>o</sup> qu'il  
arrivera de fois que les racines réelles de la seconde diffé-  
rentielle étant substituées dans le produit de la première  
différentielle par la troisième, elles rendront ce produit po-  
sitif, & ainsi de suite de toutes les autres différentielles, il  
s'ensuit qu'on peut généralement conclure de-là la règle  
suivante, qui sera la seconde,

## S E C O N D E R E G L E.

Il ne peut y avoir de racines imaginaires dans la proposée  
qu'autant qu'une de ses différences étant supposée égale à  
zéro, le produit de la différence immédiatement suivante  
par la précédente, pourra être positif, & il y aura dans la  
proposée autant de paires de racines imaginaires qu'une telle  
chose pourra arriver de fois.

## R E M A R Q U E I I I.

Il faut observer que si le produit des différences qui sui-  
vent & qui précèdent celle qui est égale à zéro, si ce pro-  
duit est aussi égal à zéro, ce qui arrivera lorsque deux diffé-  
rences consécutives de la proposée seront tout à la fois égales



à zéro, alors ce même produit pourra être censé positif, & il y aura nécessairement dans la proposée deux racines imaginaires; en effet il se trouvera en ce cas un point d'inflexion parallèle à l'axe, c'est-à-dire un *minimum* (*Voy. Remarg. 1.<sup>re</sup>*), ou dans la courbe désignée en égalant la proposée à  $y$ , ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la première différence de la proposée à  $y$ , ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la seconde différence de la proposée à  $y$ , ou... &c. ce qui donnera nécessairement deux racines imaginaires à l'une des équations faite en égalant à zéro l'une des racines de la proposée, & par conséquent aussi à la proposée elle-même.

Que s'il arrivoit deux fois de suite que les produits des différences qui suivroient & qui précéderoient celle qui est supposée égale à zéro, fussent eux-mêmes égaux à zéro, c'est-à-dire, si trois différences consécutives de la proposée étoient tout à la fois égales à zéro, alors il y auroit dans la proposée, ou deux racines imaginaires, ou quatre racines imaginaires, selon que le produit des deux différences qui suivroient ou qui précéderoient immédiatement ces trois-là, seroit, ou négatif, ou positif; car c'est-là la condition qui fait tourner vers l'axe, ou la concavité, ou la convexité, dans le serpentement infiniment petit de la première espèce, qui appartient alors à l'une des courbes dont nous avons parlé tout-à-l'heure, c'est-à-dire, que c'est celle qui donne à cette courbe, ou bien un *minimum*, ou bien deux *minimums*. (*Voy. Remarg. 1.<sup>re</sup>*)

En général si un nombre pair quelconque  $2n$  de différences consécutives de la proposée peuvent être supposées tout à la fois égales à zéro, cela désignera dans la proposée  $2n$  racines imaginaires; mais si le nombre des différences consécutives de la proposée qui peuvent être supposées tout à la fois égales à zéro, est impair, & représenté par  $2n+1$ , cela désignera dans la proposée, ou  $2n$ , ou  $2n+2$  racines imaginaires, selon que le produit des deux différences qui précéderont & qui suivront toutes celles qui peuvent être tout à la fois supposées égales à zéro, deviendra par la même

supposition négatif, ou positif, ou bien, selon que ces deux dernières différences deviendront par la même supposition de signe différent, ou de même signe : c'est une suite de la nature des inflexions & des serpentemens infiniment petits d'ordres supérieurs, qui sont censés contenir plus ou moins de sinuosités évanouissantes, selon qu'ils sont d'un ordre plus ou moins élevé.

#### REMARQUE IV.

J'ai démontré dans mes *Usages de l'Analyse de Descartes*, que si l'on substituoit dans une équation déterminée quelconque  $z + p$  à la place de  $x$ , les différens termes de la transformée, à commencer du dernier, ou en allant de droite à gauche, contiendroient en  $p$  & en  $z$  les mêmes fonctions ou les mêmes polynomes que contiendroient en  $x$  & en  $dx$  les différences de la proposée, y compris la proposée elle-même, supposé qu'on eût divisé la seconde de ces différences par 2, la troisième par 2 & par 3, la quatrième par 2, par 3 & par 4, &c. Or de ce principe & des propositions que nous venons de démontrer il s'ensuit que si on transforme une proposée quelconque par l'addition d'une indéterminée à sa racine, & qu'on détermine ensuite cette indéterminée, en la supposant propre à faire manquer quelqu'un des termes de la transformée, il devra y avoir dans cette transformée des racines imaginaires (& par conséquent il y en aura eu aussi de telles dans la proposée) toutes les fois que la même détermination de l'indéterminée qui sera propre à faire manquer un terme, sera propre aussi à rendre de même signe les deux termes qui seront immédiatement voisins du terme manquant, vers la droite & vers la gauche.

Et il y aura dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'une pareille chose pourra arriver de fois.

Il y aura aussi nécessairement dans la proposée deux racines imaginaires, si la détermination de l'indéterminée fait manquer tout à la fois dans la transformée deux termes consécutifs, il y en aura quatre, si cette détermination fait  
manquer

manquer tout à la fois quatre termes consécutifs, six si elle en fait manquer six.... &c.

Et de même si cette détermination fait manquer tout à la fois trois termes, cinq termes, sept termes consécutifs... &c. il y aura infailliblement, soit dans la transformée, soit dans la proposée, 2 ou 4, 4 ou 6, 6 ou 8.... &c. racines imaginaires, selon que les deux termes immédiatement voisins des termes manquans vers la droite & vers la gauche, auront par cette même détermination de l'indéterminée, ou des signes différens, ou un même signe.

Et à plus forte raison toutes les propositions précédentes auront lieu, s'il manque dans la proposée un, deux, trois termes consécutifs.... &c. En effet il y aura alors dans l'une des courbes qu'on peut désigner en égalant à  $y$  l'une des différences de la proposée, ou une inflexion, ou un serpentement infiniment petit, situés vis-à-vis de l'origine.

Enfin il ne peut y avoir, soit dans la transformée, soit dans la proposée, que le nombre précis de racines imaginaires que ces règles indiquent.

On peut se rappeler que j'avois déjà fait voir par d'autres moyens, dans mon mémoire précédent, soit au corol. 4, soit au scholie, qui sont à la fin, qu'il y avoit nécessairement des racines imaginaires dans les équations toutes les fois que les caractères que je viens de décrire avoient lieu; mais les moyens dont je me servois alors ne suffisoient, ni pour déterminer combien il devoit y avoir dans les équations de racines imaginaires, ni pour prouver qu'il ne pouvoit y avoir des racines de ce genre que lorsque de pareils caractères auroient lieu; ce que je viens de démontrer maintenant.

#### REMARQUE V.

On doit observer que si une équation quelconque doit avoir toutes les racines réelles, on pourra se convaincre qu'elle doit en effet les avoir toutes de cette sorte, sans qu'il soit nécessaire pour cela de résoudre aucune équation;

*Mém. 1741.*

Nnn

il faudra d'abord pour cela multiplier successivement chacune des différences de la proposée, à commencer de la dernière, par la différence supérieure de deux degrés, & faisant ensuite ce produit moins une indéterminée  $r$  égal à zéro, on combinera l'équation qui résultera de cette supposition avec celle qu'on peut former de la différence mitoyenne, en égalant simplement cette différence à zéro, c'est-à-dire, que de ces deux équations nouvellement formées, on en déduira une troisième où la lettre  $x$  ne se trouvera plus, dont la lettre  $r$  sera l'inconnue, & que j'appellerai, pour abrégé, l'équation en  $r$ . J'ai donné dans mes Usages de l'Analyse de Descartes des moyens fort simples de déduire ainsi généralement une équation de deux autres qui contiendroient une lettre de plus qu'elle ne doit en contenir.

Or il est facile d'appercevoir que chaque équation en  $r$  doit être du même degré que l'équation faite de la différence mitoyenne correspondante, & qu'elle doit avoir toutes ses racines réelles, si celle-ci n'en a que de réelles : car la lettre  $r$  exprime ce que devient le produit des deux différences voisines de la mitoyenne, lorsqu'on substitue dans ce produit, à la place de  $x$ , les racines de l'équation formée de la différence mitoyenne.

Cela posé, il faudroit examiner 1.<sup>o</sup> si la dernière équation en  $r$ , qui doit être du 1.<sup>er</sup> degré, donneroit une valeur de  $r$  négative, première condition nécessaire pour que la proposée ait toutes ses racines réelles ; 2.<sup>o</sup> il s'ensuivroit de-là que l'équation faite de l'antépénultième différence, & qui est du 2.<sup>d</sup> degré, auroit ses deux racines réelles, ce qui donneroit aussi deux racines réelles à la pénultième équation en  $r$ , qui est aussi du 2.<sup>d</sup> degré ; 3.<sup>o</sup> on examineroit si cette équation en  $r$  du 2.<sup>d</sup> degré auroit ses deux racines négatives, ou si tous ses termes y auroient le signe  $+$ , seconde condition nécessaire pour que la proposée n'ait que des racines réelles ; 4.<sup>o</sup> il s'ensuivroit de-là que l'équation faite de la différentielle du 3.<sup>me</sup> degré n'auroit aussi que des racines réelles, ou que l'antépénultième équation en  $r$ , qui est aussi du 3.<sup>me</sup>

degré, n'auroit semblablement que des racines réelles; 5.<sup>o</sup> on examineroit si cette antépénultième équation en  $r$  n'auroit que des racines négatives, ou si elle auroit par-tout le signe  $+$ ... &c.

Or, en suivant ce procédé, on s'appercevra sans peine qu'il peut se réduire à la règle suivante.

## TROISIEME REGLE.

Si tous les termes de toutes les équations en  $r$ , déduites de la proposée, ont le signe  $+$ , la proposée aura toutes ses racines réelles; mais si quelqu'un des termes de quelque une des équations en  $r$  a le signe  $-$ , il y aura nécessairement en ce cas des racines imaginaires dans la proposée.

## EXEMPLE.

Soit proposée  $x^2 + px + q = 0$ . Pour avoir l'équation en  $r$ , il faut substituer la valeur de  $x$  prise de la première différence, sçavoir  $-\frac{1}{2}p$ , à la place de  $x$  dans  $2x^2 + 2px + 2q - r = 0$ , ce qui donnera  $\frac{1}{2}pp - pp + 2q - r = 0$ , ou  $r - 2q + \frac{1}{2}pp = 0$ , dont le second terme sera, ou ne sera pas de même signe que le premier, selon que  $\frac{1}{2}pp$  sera, ou  $>$ , ou  $<$  que  $q$ ; de sorte qu'on peut en conclurre que les racines de la proposée commenceront à être imaginaires, lorsque  $q$  commencera à être  $> \frac{1}{2}pp$ ; d'où il s'ensuit que si  $q$  est négatif, il ne pourra y avoir dans la proposée que des racines réelles. Je m'en tiens à cet exemple, pour ne point anticiper ici sur les applications que je dois faire dans peu de mes Méthodes aux Equations du 3.<sup>me</sup> & du 4.<sup>me</sup> degré.

## REMARQUE VI.

Si après avoir examiné une proposée quelconque de la manière que je viens de décrire, on trouve que cette proposée n'a que des racines réelles, la règle de Descartes fera connoître alors combien cette proposée a de racines positives & négatives; & comme ce n'est que dans ce cas que

la règle de Descartes peut être d'usage, on peut dire que tant qu'on n'y a pas joint celle que nous venons d'enseigner, elle ne pouvoit être que beaucoup moins utile qu'elle ne le sera dans la suite.

Que si par cet examen on trouvoit que la proposée n'a point toutes ses racines réelles, nos deux premières règles serviroient en ce cas à reconnoître combien la proposée doit avoir de racines imaginaires.

Il est vrai qu'il paroîtroit du premier coup d'œil qu'on pourroit le découvrir sans résoudre d'équation, parce qu'il suffit pour s'en assurer, de reconnoître si les racines réelles positives de la plus haute équation en  $x$ , répondent à des racines réelles dans l'équation faite de la première différence; mais pour reconnoître cela même, au moins généralement, je ne vois pas qu'on puisse se passer de la résolution de l'équation faite de la première différence, & je ne le conjecture qu'après avoir donné à cette matière l'attention la plus sérieuse, & y avoir beaucoup travaillé.

Voici cependant une règle particulière pour déterminer dans les équations d'un degré pair, & dont la première différentielle a toutes ses racines réelles, les conditions qui rendent toutes les racines imaginaires; en effet soit le degré de l'équation  $2n$ , il est facile d'appercevoir qu'il devra en ce cas y avoir dans la courbe  $n - 1$  *maximums* &  $n$  *minimums*, & de plus que toutes les  $y$  correspondantes aux *maximums* ou *minimums* seront nécessairement positives. Supposons la valeur de  $y$  en  $x$ , diminuée de  $y$ ,  $= 0$ , & combinons cette équation avec la première différentielle, il nous viendra de-là une équation en  $y$  du degré  $2n - 1$ , dont les racines marqueront toutes les valeurs de  $y$  convenables aux *maximums* ou *minimums*, & dans laquelle nous serons par conséquent en droit de supposer les coefficients alternativement positifs & négatifs. Faisons en effet cette nouvelle supposition, & il en résultera les conditions cherchées.

Enfin si on a trouvé qu'il y a dans la proposée quelques racines imaginaires, & qu'ayant déterminé le nombre de

ces racines imaginaires, il ne reste plus qu'à déterminer combien parmi les racines réelles il y en a de positives & de négatives, on commencera, pour venir à bout de le découvrir, par se rappeler.

1.<sup>o</sup> Que dans les courbes ci-dessus il ne peut manquer d'y avoir une intersection de l'axe avec la courbe entre deux *maximums* consécutifs quelconques, de sorte que deux *maximums* consécutifs, placés du côté des  $x$  positives, par exemple, désignent toujours une racine réelle positive dans la proposée.

2.<sup>o</sup> Chaque *minimum* ne rend qu'un *maximum* inutile à l'augmentation du nombre des intersections; d'où il s'ensuit que le système de sept *maximums* & de deux *minimums*, par exemple, placés du côté des  $x$  positives, ne désigne dans la proposée qu'autant de racines réelles positives qu'en désignerait le système de cinq *maximums* consécutifs, placés du même côté, c'est-à-dire, que cela ne suppose nécessairement dans la proposée que quatre racines réelles positives.

3.<sup>o</sup> Il faut observer que dans toute équation qui n'a que des racines imaginaires, le premier & le dernier terme sont nécessairement de même signe. Je ne m'arrête pas à la démonstration qu'on en donne communément: outre que cette preuve n'est, à proprement parler, qu'une induction, on y emploie avec cela des expressions d'imaginaires, qui, quoique générales, comme nous le prouverons plus bas, pourroient néanmoins maintenant être soupçonnées de manquer de cette qualité. C'est au moyen des courbes dont j'ai déjà fait mention ci-dessus, que je vais démontrer en deux mots cette vérité.

Je suppose pour cet effet la somme de tous les termes de la proposée égale à  $y$ , & la courbe qui répondra à cette égalité ne pouvant par hypothèse couper son axe, sera située en entier d'un même côté de l'axe (*Fig. 3.*); ce qui fera que ses deux branches iront nécessairement en même sens, & que toutes ses ordonnées seront de même signe. Mais le dernier terme de la proposée doit être représenté par l'ordonnée

qui répond à  $x = 0$ , & son premier terme doit l'être par les ordonnées qui répondent à  $x = \pm \infty$ . Donc... &c.

De-là il s'ensuit que si on divise une proposée quelconque par le produit de toutes ses racines réelles, il viendra enfin un quotient où le premier & le dernier terme auront le même signe, & que par conséquent le dernier terme du produit de toutes les racines réelles aura le même signe que le dernier terme de la proposée. Or de tout cela on peut déduire la règle suivante, qui sera la dernière.

#### QUATRIEME REGLE.

Pour connoître combien il y a de racines réelles positives & réelles négatives dans les équations qui ont des racines imaginaires en nombre déjà déterminé, 1.<sup>o</sup> on résoudra ou on construira l'équation qu'on peut former de la première différence de la proposée, & on examinera de plus si chacune des racines réelles de celle-ci désigne des *maximums* ou des *minimums* dans les courbes ci-dessus.

2.<sup>o</sup> Il devra y avoir dans la proposée autant au moins de racines réelles positives que marquera le nombre des *maximums* réels aboutissans à des  $x$  positives, moins celui des *minimums* réels qui y aboutiront aussi, & il ne pourra y en avoir qu'une de plus, & de même des racines réelles négatives; mais s'il y a dans la proposée une racine réelle positive de plus qu'on n'en trouvera par-là, il ne peut y avoir de racine réelle négative de plus, ou réciproquement; de sorte que par le moyen que nous indiquons ici, il sera facile de connoître à une près les signes de toutes les racines réelles de la proposée, & par conséquent aussi le signe qu'auroit le dernier terme du produit de toutes les racines réelles de la proposée, à l'exception de celle dont le signe n'est pas encore déterminé.

3.<sup>o</sup> Comme on connoît d'ailleurs le signe du produit de toutes les racines réelles de la proposée, signe qui, suivant ce qu'on a vû, doit être le même que celui du dernier terme de la proposée, on divisera, l'un par l'autre, les signes



des deux derniers termes dont je viens de parler, & le signe contraire à celui qui proviendra de cette division, fera celui de la racine qui restoit à déterminer.

E X E M P L E I.

Soit proposée l'équation du 4.<sup>me</sup> degré  $x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 10x^2 + 24x + 10 = 0$ , l'équation qu'on peut former de la première différence, se réduit à  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ , qui a les trois racines réelles  $+1, +3, -2$ , entre lesquelles il n'y a que la racine  $+3$  qui porte à un *minimum*. On peut donc conclure de-là, 1.<sup>o</sup> qu'il y a dans la proposée deux racines imaginaires & deux racines réelles. 2.<sup>o</sup> Y ayant une racine négative qui porte à un *maximum*, & n'y en ayant point qui portent à des *minimums*, il s'ensuit que la proposée a au moins une racine réelle négative; mais on ne sauroit conclure semblablement qu'elle ait de racine réelle positive, parce que du côté des  $x$  positives il se trouve tout à la fois un *maximum* & un *minimum*. 3.<sup>o</sup> Le signe  $+$  du dernier terme de la proposée étant divisé par le signe  $+$  du dernier terme de la racine négative déjà trouvée, il vient  $+$ ; ce qui prouve que la seconde racine réelle de la proposée doit encore être négative. (Fig. 4.)

E X E M P L E II.

Soit imaginée une équation du 48.<sup>me</sup> degré, & supposons qu'ayant résolu celle qu'on peut former de la première différence, qui doit être du 47.<sup>me</sup> degré, on lui ait trouvé 24 racines imaginaires, 6 racines réelles positives & 17 racines réelles négatives; de plus, que parmi les positives il y en ait une, & parmi les négatives trois qui portent à des *minimums*, on conclura de-là, 1.<sup>o</sup> qu'il doit y avoir dans la proposée 24  $+$  8, ou 32 racines imaginaires. 2.<sup>o</sup> Qu'il doit y avoir au moins 5  $-$  1, ou 4 racines réelles positives, & de même 14  $-$  3, ou 11 racines réelles négatives, ce qui fait en tout 47 racines de déterminées déjà. 3.<sup>o</sup> Pour déterminer le signe de la 48.<sup>me</sup>, on remarquera que dans le produit

des 15 racines réelles déjà déterminées le dernier terme devoit avoir le signe  $+$ , parce qu'il y a un nombre pair de racines positives, & on conclura de-là que si le dernier terme de la proposée est positif, la 48.<sup>me</sup> racine à déterminer doit être négative, au lieu que s'il est négatif, cette dernière racine doit être positive.

## SCHOLIE GÉNÉRAL.

Les règles que je viens de donner sont fondées sur une espèce d'application de la Géométrie à l'Algèbre, dont on pourroit trouver la première ébauche dans les ouvrages qui traitent des Limites Diophantiques, c'est-à-dire, des racines égales des équations, comme ceux de Debaune; mais on en apperçoit plus particulièrement l'idée dans une Lettre de Collins au Docteur Wallis, insérée dans les Transactions philosophiques, qui contient des pensées générales sur quelques imperfections de l'Algèbre, & qui est en date du mois de Mai 1684, N.<sup>o</sup> 159. Cet auteur s'exprime en ces termes (page 20.) *Et pourquoi ceci ne seroit-il pas probable, puisque la courbe, ou le lieu, quelle que puisse être l'équation, forme des arcades dentelées \**! Quoique ce passage isolé, comme il l'est, même dans la Lettre dont il est tiré, soit peu intelligible, cependant il paroît que Collins y a eu en vûe la courbe parabolique qu'on peut former en égalant à  $y$  tous les termes d'une proposée quelconque.

L'illustre M. Stirling a approfondi davantage la même idée, & il a employé le premier dans son *E'numération des Lignes du troisième ordre*, chap. 6, les courbes paraboliques à la détermination du nombre des racines imaginaires dans les équations déterminées, sans qu'il ait cependant étendu ses règles jusqu'à la détermination du nombre des racines réelles positives & réelles négatives. Il n'a point observé comme nous la différence qu'il y a entre les *maximums* & les *minimums*, & il se contente de remarquer que toutes les fois que les ordonnées correspondantes à deux *maximums*

\* *Makes indented porches.*

immédiatement

immédiatement voisins sont de même signe, cela fait naître dans la proposée une racine imaginaire, prenant le terme de *maximum* pour signifier en général des *maximums* & des *minimums*. On voit donc qu'il y a d'abord cette différence entre la seule règle que M. Stirling a découverte, & la première de celles que je viens de donner, que M. Stirling substitue dans la proposée deux racines consécutives de l'équation faite de la première différence, pour voir si après ces deux substitutions la somme des termes de la proposée aura, ou un même signe, ou des signes différens; au lieu que je substitue une seule & même racine de l'équation faite de la première différence / & dans la proposée & dans sa seconde différence, pour voir si après la substitution la somme des termes de la proposée & la somme des termes de sa seconde différence auront un même signe ou des signes différens, & je tire de-là dans cette première règle précisément les mêmes conclusions que M. Stirling a tirées dans la sienne. Or j'espère qu'on conviendra sans peine que la difficulté qu'on peut trouver à reconnoître dans une équation résolue algébriquement quelles sont les racines qui sont *consécutives* à d'autres, suffiroit déjà pour faire donner à ma première règle quelque préférence sur celle de M. Stirling.

Je ne m'arrêterai point à observer que M. Stirling n'a pas fait attention aux cas où il se trouveroit dans la courbe des inflexions ou des serpentemens infiniment petits de différens ordres, & où, sans les remarques que j'ai faites, il seroit facile de tomber dans l'erreur, soit dans la pratique de la règle de M. Stirling, soit dans la pratique des miennes.

Je ne ferai pas remarquer non plus que M. Stirling n'a pas déduit de ses principes une règle analogue à ma seconde.

Mais ce qui mérite plus d'attention, c'est 1.<sup>o</sup> que la règle que j'ai donnée pour discerner les *maximums* des *minimums* est nouvelle, & peut être regardée comme utile.

2.<sup>o</sup> Que de la manière dont M. Stirling a considéré les choses, on ne pourroit décider si une équation quelconque a toutes ses racines réelles qu'après avoir résolu une équation

du degré inférieur d'une unité à celui de la proposée, au lieu que j'ai tiré de mes principes une troisième règle, que je ne vois pas qu'on pût pareillement tirer des siens, pour s'assurer de ce fait, sans qu'il soit nécessaire de résoudre aucune équation; règle d'autant plus utile, qu'elle a été supposée depuis un siècle dans l'usage qu'on a pu faire de la fameuse règle de Descartes.

3.<sup>o</sup> Qu'en suivant la théorie de M. Stirling, il ne paroît pas qu'il fût possible de profiter, comme je l'ai fait, de l'analogie qui se trouve entre les différences de la proposée & les coefficients des termes de la transformée qui auroit pour racines celles de la proposée augmentées d'une indéterminée quelconque. Or c'est par cette analogie que je suis venu à bout de démontrer généralement la règle dont j'avois parlé à la fin de mon dernier mémoire, & qui est purement algébrique, puisqu'il n'est plus question dans son énoncé, ni de courbes, ni de *maximums* ou de *minimums*, ni de différences.

4.<sup>o</sup> Enfin, que par les principes de M. Stirling, & même par ceux que j'avois établis au commencement de cette seconde partie, je n'aurois pu déterminer qu'à une près les signes des racines réelles dans les équations qui ont des racines imaginaires, si je n'avois ajouté, pour déterminer tous ces signes, les dernières des observations d'où j'ai déduit ma quatrième règle.

#### APPLICATION DES RÈGLES PRÉCÉDENTES aux Équations du troisième degré.

Soit proposée l'équation générale du 3.<sup>me</sup> degré, dont le second terme est évanoui,  $x^3 + px + q = 0$ .

Pour avoir la dernière des deux équations en  $r$  qui conviennent à cette proposée, il faut substituer zéro (valeur de  $x$  tirée de la seconde différence) à la place de  $x$  dans  $18x^2 + 6p - r = 0$ , ce qui donne  $r - 6p = 0$ , équation dont le second terme aura toujours le signe — tant

que  $p$  sera positive, & qui désigne par conséquent qu'il y aura en ce cas dans la proposée deux racines imaginaires. En effet cela ne peut manquer d'arriver, puisque la proposée n'ayant point de second terme, son premier & son troisième terme ont le même signe. (*Voyez mon mémoire précédent page 72 de ce volume, & celui-ci page 465.*)

Pour avoir l'autre équation en  $r$ , il faut substituer à la place de  $x$  la valeur tirée de  $3x^2 + p = 0$ , que donne la première différence de la proposée, il faut, dis-je, substituer cette valeur dans  $6x^4 + 6px^2 + 6qx - r = 0$ , & on viendra par-là à l'équation du second degré en  $r$ ,

$$9rr + 3 \times 8 ppr + 4 \times 4p^4 = 0. \\ + 4 \times 27 pqq$$

Or 1.<sup>o</sup> si  $p$  est positive, cette équation ne pourra avoir de terme négatif, & elle ne désignera par conséquent aucune racine imaginaire. En effet, la première équation en  $r$  a déjà fait voir que dans ce cas il y avoit nécessairement deux racines imaginaires dans la proposée, & il ne peut y en avoir plus de deux dans le troisième degré.

Mais si  $p$  est négative, la partie  $4 \times 27 pqq$  du dernier terme de la dernière équation en  $r$  deviendra négative, & le dernier terme sera lui-même négatif si  $4 \times 27 pqq$  est plus grand que  $4 \times 4p^4$ , ou, ce qui est la même chose, si  $\frac{1}{4}qq$  est plus grand que  $\frac{1}{27}p^3$ . Enfin il ne pourra y avoir qu'en ce seul cas de terme négatif dans la seconde équation en  $r$ , ou cette seconde équation ne désignera qu'en ce seul cas des racines imaginaires dans la proposée.

Or comme on ne peut tirer que deux équations en  $r$  d'une proposée quelconque du 3.<sup>me</sup> degré, il s'ensuit de-là généralement que les équations du 3.<sup>me</sup> degré, dont le second terme est évanoui, ont des racines imaginaires en deux cas seulement : le premier, quand le coëfficient de leur troisième terme est positif ; le second, quand ce coëfficient étant négatif, le cube de la troisième partie est plus petit que le carré de la moitié du quatrième terme.

Quant aux racines réelles, leur signe est toujours très-aisé à déterminer dans le 3.<sup>me</sup> degré; car 1.<sup>o</sup> si l'on a trouvé par les règles précédentes que la proposée n'a point de racines imaginaires, ces signes se connoîtront par le moyen de la règle de Descartes, en mettant au lieu du terme manquant un zéro précédé indifféremment du signe + ou du signe —. 2.<sup>o</sup> Si la proposée doit avoir deux racines imaginaires, le signe de la seule racine réelle qu'elle peut avoir en ce cas sera contraire à celui de son dernier terme. (*Voy. les observations qui précèdent ma quatrième règle*).

*APPLICATION DE MES RÈGLES  
aux Équations du quatrième degré.*

Soit maintenant proposée l'équation générale du 4.<sup>me</sup> degré  $x^4 + px^2 + qx + s = 0$ , dont le second terme est pareillement évanoui, cette équation doit fournir trois équations en  $r$ , l'une du premier, l'autre du second, & la dernière du troisième degré; sçavoir,

La première .....  $r - p = 0$ .

La seconde ...  $81rr + 9 \times 16p^2r + 8 \times 8p^4 = 0$   
 $+ 8 \times 27pq^2$ .

La troisième enfin ( si l'on réduit ses coefficients en puissances des nombres premiers qu'ils contiennent )

$$2^9 r^3 + 2^6 \times \left\{ \begin{array}{l} 2^3 3^3 p s \\ - 2^3 p^3 \\ + 3^3 q^2 \end{array} \right\} \times r^2 + 2^3 \times \left\{ \begin{array}{l} - 2^6 s p^4 \\ + 2^4 p^6 \\ - 2^3 3^3 s p q^2 \\ + 3^5 q^4 \\ + 2^5 3^2 7^3 p^3 q^2 \end{array} \right\} \times r + \left\{ \begin{array}{l} - 2^{17} p^3 s^3 \\ - 2^8 3^3 q^2 s^3 \\ + 2^{10} p^5 s^2 \\ + 2^7 3^3 p^2 q^2 s^2 \\ - 2^7 p^7 s \\ - 2^4 3^2 11^3 p^4 q^2 s \\ - 2^4 3^5 p q^4 s \\ + 2^5 p^6 q^2 \\ + 2^2 3^4 p^3 q^4 \\ + 3^6 q^6 \end{array} \right\} = 0$$

Or, selon que nous l'avons démontré, la condition qui rend réelles toutes les racines de la proposée, & sans laquelle

ces racines ne sçauroient être tout à la fois réelles, c'est que tous les termes des trois équations en  $r$  que nous venons de rapporter soient positifs. On aura donc les conditions suivantes pour que toutes les racines de la proposée soient réelles.

1.<sup>o</sup> Que  $p$  soit négative, ce qui se tire de la première équation en  $r$ .

2.<sup>o</sup> Que  $8p^3$  soit en même tems plus grand que  $27q^2$ . Cette condition se tire du dernier terme de la seconde équation en  $r$ , lequel, si l'on y suppose  $p$  négative, se change en  $8 \times (8p^3 - 27q^2)$ ; & il faut remarquer que le second terme de la seconde équation en  $r$  ne fournit point de condition, parce qu'il a le signe  $+$ , & qu'il ne contient d'ailleurs que le quarré  $p^2$ ; expression qui ne sçauroit devenir négative dans aucune supposition.

3.<sup>o</sup> Le second terme de la troisième équation en  $r$ , après y avoir supposé  $p$  négative, donnera pour condition que l'expression  $\frac{8p^3 + 27q^2}{24p}$  soit plus grande que  $s$ , ce qui ne pourroit manquer d'arriver si  $s$  étoit une quantité négative.

4.<sup>o</sup> Supposant de même  $p$  négative dans le quatrième terme, il faudra que l'expression  $\frac{(8p^3 - 27q^2) \times (2p^3 - 9q^2)}{8 \times (8p^4 - 27p^2q^2)}$  soit plus grande que  $s$ , ou bien que  $\frac{1}{4}p^2 - \frac{9q^2}{8p} > s$ . Or si l'on suppose outre cela  $s$  positive, on pourra conclurre à plus forte raison que  $\frac{1}{4}p^2$  sera  $> s$ ; mais si  $s$  est négative, ce qui changera la condition en celle-ci,  $\frac{9q^2}{8p} - \frac{1}{4}p^2 < s$ , & si on supposoit de plus  $s < \frac{1}{12}p^2$ , on pourroit tirer de-là de nouveau notre seconde condition  $8p^3 > 27q^2$ .

Il s'en suit encore de cette condition que si  $9q^2$  étoit plus grand que  $2p^3$ , ce qui pourroit se faire, pourvu que la quantité  $27q^2$  fût entre les limites  $6p^3$  &  $8p^3$ ,  $s$  devroit

478 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
alors avoir nécessairement le signe —, & que sa quantité  
absolue devroit être au dessus de  $\frac{2q^2}{p} - 2p^2$ .

Enfin on remarquera que les deux dernières conditions  
peuvent se réduire à celles-ci  $8p \times (3s - pp) > 27q^2$   
&  $3p \times (2pp - 8s) > 27q^2$ .

5.<sup>o</sup> Si l'on suppose encore  $p$  négative dans le quatrième  
& dernier terme de la dernière équation en  $r$ , ce dernier  
terme se divisera alors par  $8p^3 - 27q^2$ , & le quotient sera

$$s^3 - \frac{1}{2}p^2s^2 + \frac{1}{16}p^4s - \frac{1}{64}p^3q^2 \\ + \frac{9}{16}pq^2 - \frac{27}{576}q^4$$

Ou bien, sous une autre forme,

$$- \frac{27}{576} \times [qq + \frac{2}{27}p(pp - 36s)]^2 - \frac{2}{27}(pp + 12s)^3$$

quantité qui, si on la suppose  $= 0$ , marquera la condition  
propre à rendre égales deux des racines de la proposée, puis-  
que la quantité dont elle est un des facteurs étant égalée à  
zéro, marqueroit les conditions où  $yddy$  &  $dy$  devien-  
droient tout à la fois  $= 0$ , & que l'autre facteur  $8p^3$   
 $- 27q^2$  égalé à zéro, marque de son côté celles où  $ddy$   
&  $dy$  deviennent tout à la fois  $= 0$ .

Selon les principes qu'ont établis les PP. Prestet &  
Reyneau, le premier à la fin de ses nouveaux élémens de  
Mathématiques, livre 9, & le second dans son Analyse dé-  
montrée, livre 5, il faudroit, pour s'assurer de la même  
chose, supposer tout à la fois réelles & positives les trois  
racines de l'équation

$$f^6 + 2pf^4 + p^2f^2 - q^2 = 0 \\ - 4sf^2$$

qu'ils nomment, après Descartes, la réduite de la proposée,  
dont la racine  $ff$  marque le quarré de la somme de deux  
quelconques des racines de la proposée, & dont enfin la



transformée sans second terme, ou, pour me servir de l'expression du P. Prestet, la *préparée* est

$$\begin{aligned} y^3 * - \frac{1}{3} p^2 y - \frac{2}{27} p^3 &= 0. \\ - 4 s y + \frac{8}{3} p s \\ - q^2 \end{aligned}$$

Or la réalité des racines de cette réduite supposeroit d'abord négatif le troisième terme  $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$  de la préparée; d'où il s'ensuivroit que si  $s$  étoit négative, cette quantité devroit être plus petite que  $\frac{1}{12}p^2$ .

2.<sup>o</sup> La seconde condition de la réalité des racines de cette même transformée rendroit positive la même quantité que nous avons trouvée dans notre cinquième condition.

D'ailleurs le signe  $+$  que devroient avoir tout à la fois les trois racines de la réduite, donneroit alternativement les signes  $+$  &  $-$  aux coefficients de la réduite; d'où s'ensuivroit pour troisième condition que  $p$  seroit négative, & pour quatrième que  $\frac{1}{4}pp$  seroit plus grand que  $s$ . La troisième condition est ici la même que notre première, & étant employée dans la seconde, elle rend celle-ci parfaitement semblable à notre cinquième. Pour la quatrième des conditions qu'on peut déduire des principes des PP. Prestet & Reyneau, & qui est renfermée dans ma quatrième, elle est inutile si  $s$  est négative, de même que la seconde le devient lorsque  $s$  est au contraire positive: mais de ces deux conditions jointes ensemble, on peut conclure que la quantité de  $s$  positive ou négative doit être entre ces deux limites  $\frac{1}{4}p^2$  &  $-\frac{1}{12}p^2$ .

Il y a, comme on voit, cette différence entre les conditions des PP. Prestet & Reyneau & celles que mes méthodes m'ont fournies, que je trouve par mes observations la condition  $8p^3 > 27q^2$ , qui ne renferme que  $p$  &  $q$ , que ces deux auteurs ne trouvent point, & qui augmente le nombre des miennes. Or bien-loin que ce soit-là un défaut, comme on le pourroit croire d'abord, c'est au contraire un avantage, parce que dans plusieurs exemples

où le P. Prestet ne sçauroit découvrir les racines imaginaires sans avoir recours à la dernière condition  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. la plus difficile à calculer, je les découvre néanmoins sans en venir à cette condition.

Pour se convaincre de cette vérité, il suffira d'observer que dans l'un des deux cas où le P. Prestet trouve toutes les racines réelles, sçavoir lorsque  $p$  étant négative,  $s$  est positive, la condition  $s < \frac{1}{4}p^2$  est contenue dans ma quatrième, & qu'ainsi il faut que mes premières conditions aient plus d'étendue, au moins dans ce cas, que les premières du P. Prestet.

En effet, soit proposée  $x^4 - 4x^2 + 5x + 2 = 0$ . Comme  $8p^3$  est ici moins grand que  $27q^2$ , la première de ces quantités étant  $= 512$ , & la seconde  $= 675$ , je conclus de mes méthodes, & sans avoir recours à la condition  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2$ , &c. que la proposée a des racines imaginaires. Or  $s$  étant positive, puisqu'elle est égale à  $+2$ , & cette quantité étant d'ailleurs plus petite que  $\frac{1}{4}pp$  ou  $4$ , les méthodes du P. Prestet ne feroient découvrir les imaginaires qu'en ayant recours à la condition  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. très-difficile à calculer.

Cette différence de mes règles à celles des PP. Prestet & Reyneau m'avoit fait soupçonner d'abord qu'il pourroit être échappé quelque faute à ces auteurs ; car indépendamment même de toutes les démonstrations que j'ai données ci-dessus, on ne sçauroit penser que  $8p^3 > 27q^2$  ne soit véritablement une condition de réalité pour toutes les racines de la proposée, puisque c'est une des deux conditions qui rendent réelles toutes les racines de sa première différentielle.

Pour éclaircir ce doute, j'ai examiné scrupuleusement toute la théorie des deux auteurs dont je parle, & je n'y ai remarqué que deux choses supposées sans démonstration, que la règle de Descartes dont le P. Prestet en particulier fait usage, & un autre principe qu'ils emploient tous deux, sçavoir que toute racine imaginaire, de quelque espèce qu'elle soit, peut s'exprimer de cette sorte  $x + i + l\sqrt{-1} = 0$ ,  $i$  &  $l$   
marquant

marquant des quantités réelles ; mais en approfondissant ce principe, je l'ai trouvé vrai, & on se convaincra en effet facilement qu'il l'est par ces trois réflexions.

La première, que  $\sqrt[4]{-a} = \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{-1}$ ,

ce qu'on trouve aisément, en supposant  $\sqrt[4]{-a} = m + n\sqrt{-1}$ , & déterminant ensuite les indéterminées  $m$  &  $n$  par la contradiction qu'il y auroit que des quantités réelles fussent égales à des imaginaires.

La seconde, que toute racine impaire de  $\sqrt{-1}$ , ou, ce qui est la même chose, toute racine impairement paire de

$-1$ , par exemple  $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$ , ou bien  $\sqrt[4n+2]{-1}$ , peut s'exprimer

aussi de cette manière  $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$  ; & comme  $\sqrt[2n+1]{-1}$

est égale à  $-1$ , il s'ensuit de-là que  $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$  est égale à l'imaginaire simple  $\sqrt{-1}$ .

La troisième, que toute racine d'un mixte imaginaire peut, au moyen des suites infinies, se décomposer en une quantité de cette forme  $f + g\sqrt[2n]{\sqrt{-1}}$ ,  $f$  &  $g$  marquant des quantités réelles.

La démonstration qu'il seroit facile de tirer de-là, du principe supposé par les PP. Prestet & Reyneau, prouveroit en même tems la vérité des règles du P. Prestet ; car pour le P. Reyneau il s'est un peu écarté dans les siennes de ses propres principes. On peut donc assurer en général que lorsque toutes les racines d'une équation quelconque sont réelles, & les conditions du P. Prestet, & les miennes doivent toutes avoir lieu ; mais que si quelques-unes des siennes ou des miennes manquent, l'équation a dès-lors des racines imaginaires ; & il sera toujours à propos de s'assurer de mes

premières conditions, aussi-bien que de celles du P. Prestet qui sont faciles à calculer, avant d'en venir à ma cinquième, qui m'est commune avec lui, & dont le calcul est plus difficile, observant néanmoins que si on a déjà fait usage de mes premières conditions, la condition  $\frac{1}{4}pp > s$  du P. Prestet devient alors inutile.

Si l'on trouve par-là que toutes les racines sont réelles, la règle de Descartes suffira, comme on l'a déjà dit à la 4.<sup>me</sup> remarque, pour découvrir combien il y en aura de positives & de négatives : mais si les quatre racines ne doivent point être tout à la fois réelles, ou bien on le connoîtra par les conditions tirées de la troisième équation en  $r$ , ou bien ce sera par les deux premières conditions tirées des deux premières équations en  $r$ ; ce qui revient évidemment à cette autre alternative, ou bien la première différentielle de la proposée, qui est du 3.<sup>me</sup> degré, aura toutes ses racines réelles, ou elle en aura deux imaginaires.

Dans le premier cas il faudra examiner, au moyen de la règle de Descartes, si la dernière équation en  $r$ , qui doit avoir alors toutes ses racines réelles, aura deux racines négatives & une positive, ou bien deux racines positives & une négative; car le second terme devenant négatif sans le troisième, il seroit aisé de démontrer que le quatrième ne sçauroit le devenir; & puisque l'un des termes a d'ailleurs par hypothèse le signe —, il s'ensuit de-là qu'il ne peut manquer d'y avoir au moins dans l'équation, & une permanence de signes, & une variation de signes.

Si la dernière équation en  $r$  avoit deux racines négatives & une positive, on concluroit de-là qu'il devoit se trouver dans la courbe dont nous avons déjà parlé plusieurs fois, deux *maximums* & un *minimum*, & par conséquent deux intersections avec la ligne des  $x$ ; d'où il s'ensuivroit que la proposée devoit avoir deux racines réelles & deux racines imaginaires : & si la troisième équation en  $r$  avoit au contraire deux racines positives & une négative, cela prouveroit qu'il y auroit dans la courbe deux *minimums* & un *maximum*, &

que par conséquent la proposée auroit quatre racines imaginaires.

Dans le second des cas distingués ci-dessus, lequel ne suppose à la courbe qu'un *maximum*, ou un *minimum* seulement, la proposée aura ou deux racines imaginaires seulement, ou quatre racines imaginaires, selon que la courbe aura ou un *maximum*, ou un *minimum*. De plus  $r$  devra toujours être négative dans le *maximum*, & positive dans le *minimum*; & par conséquent si l'on parvenoit à démontrer qu'à des valeurs imaginaires de  $x$ , tirées de la première différentielle, il ne peut pas répondre des valeurs réelles de  $r$ , il seroit dès-lors prouvé que la considération du signe du dernier terme de la troisième équation en  $r$  suffiroit seule pour s'assurer du nombre des racines imaginaires de la proposée. Mais comment sçavoir qu'il ne puisse pas correspondre des valeurs de  $r$  réelles à des valeurs de  $x$  imaginaires, provenant de la première différentielle de la proposée égale à zéro? & par conséquent quel fonds y auroit-il à faire sur une pareille méthode?

Pour suppléer à cela, 1.<sup>o</sup> j'observerai que la valeur de  $x$ , convenable à un *maximum*, devenant imaginaire, l'y correspondante doit le devenir aussi. En effet supposons le contraire, & soit  $k$  la quantité réelle que deviendra l'y correspondante. Il s'ensuit donc de-là réciproquement que  $y$  étant supposée égale à  $k$ ,  $x$  devoit avoir pour valeur une des deux racines imaginaires que nous supposons à la première différentielle  $x^3 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ ; mais les valeurs de  $x$ , dans la supposition que  $y$  soit égale à  $k$ , sont données évidemment par l'équation  $x^4 + px^2 + qx + s = 0$ .

Donc les deux équations  $x^4 + px^2 + qx + s = 0$

&  $x^3 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ , doivent dans nos suppositions avoir une racine imaginaire commune, les lettres  $p, q, s, k$ , marquant dans ces équations des quantités réelles & données. Or la seconde de ces deux équations est évidemment la

différentielle de la première ; d'ailleurs lorsqu'une équation proposée quelconque & sa différentielle ont une racine commune, cette racine est alors racine double de la proposée, & elle est donnée par les coefficients de la proposée, sans aucune extraction de racine ; de sorte qu'elle ne peut être imaginaire si ces coefficients sont tous réels. Donc il n'est pas possible qu'à une valeur de  $x$  égale à une des racines imaginaires de la première différentielle de la proposée il réponde dans la courbe parabolique convenable à la proposée une  $y$  réelle.

2.<sup>o</sup> Il s'ensuit donc de-là que si on réduisoit l'équation à la courbe parabolique  $x^4 + p x^2 + q x + s = 0$ , & la

—  $y$   
première différentielle de la proposée, ou bien l'équation des *maximums* ou *minimums* de la courbe, sçavoir  $x^3 + \frac{1}{2} p x + \frac{1}{4} q = 0$ , en une seule équation, où  $x$  ne se trouvât plus, & dont  $y$  fût l'inconnue, cette résultante en  $y$  ne pourroit avoir toutes ses racines réelles qu'autant que l'équation des *maximums* ou *minimums*  $x^3 + \frac{1}{2} p x + \frac{1}{4} q = 0$  auroit aussi les siennes toutes réelles, & par conséquent si l'on suppose à celle-ci deux racines imaginaires, il faudra que celle-là, c'est-à-dire la résultante en  $y$ , en ait de son côté deux imaginaires, ou n'en ait qu'une seule réelle, laquelle sera d'ailleurs, selon qu'on l'a démontré plus haut, d'un signe contraire à celui du dernier terme.

3.<sup>o</sup> On conclura enfin de-là qu'en supposant toujours deux racines imaginaires à la première différentielle de la proposée, si le dernier terme de la résultante en  $y$  est outre cela positif, la proposée aura en ce cas deux racines réelles & deux racines imaginaires, au lieu que si ce dernier terme de la résultante en  $y$  étoit négatif, la proposée auroit alors quatre racines imaginaires.

Il ne nous reste donc plus, pour déterminer dans le cas que nous examinons maintenant les conditions des deux racines imaginaires & des quatre racines imaginaires, qu'à chercher le dernier terme de cette résultante en  $y$ , ou au moins le signe

de ce terme. Or pour le faire d'une manière abrégée, rappel-  
 lons-nous ce que nous avons dit plus haut, que le poly-  
 nome  $s^3 + \frac{1}{2}p^2s^2 \dots$  &c. de notre cinquième condition des  
 racines réelles, si on le supposoit égal à zéro, seroit la con-  
 dition qui donneroit des racines égales à la proposée, c'est-  
 à-dire, qu'il exprimeroit alors la résultante de la proposée  
 $x^4 + px^2 + qx + s = 0$ , & de sa première différentielle  
 $x^3 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ . Mais cette dernière résultante ne  
 doit différer de la résultante de  $x^4 + px^2 + qx + s = 0$ .

&  $x^3 + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ , qu'en ce que  $s - y$  dans  
 celle-ci est représenté par l' $s$  de l'autre. Donc si l'on substitue  
 $s - y$  à la place de  $s$  dans le polynome ci-dessus, il doit  
 naître de cette substitution la résultante en  $y$ . Enfin il s'en-  
 suit encore de-là que le dernier terme que nous cherchons  
 de cette résultante en  $y$ , n'est autre chose que le polynome  
 ci-dessus, pris négativement.

Donc si ce polynome, après y avoir substitué les valeurs  
 positives ou négatives de  $p$ ,  $q$ ,  $s$ , proposées, se trouve  
 négatif (nous supposons toujours deux racines imaginaires  
 à la première différentielle de la proposée), en ce cas la  
 proposée aura deux racines réelles & deux racines imagi-  
 naires; mais si dans les mêmes suppositions ce polynome  
 se trouve positif, la proposée aura alors quatre racines ima-  
 ginaires; de sorte qu'on peut toujours dans le 4.<sup>me</sup> degré  
 déterminer le nombre des racines réelles de la proposée,  
 lorsqu'elles ne le doivent pas être toutes, sans résoudre même  
 une équation du 3.<sup>me</sup> degré, & n'employant à cela, ou  
 bien que la règle de Descartes, si  $p$  est négative &  $8p^3 > 27q^2$ ,  
 ou bien que la considération du seul polynome  
 $s^3 - \frac{1}{2}p^2s^2 \dots$  &c. de la cinquième condition ci-dessus,  
 s'il arrive, ou que  $p$  soit positive, ou que  $8p^3$  soit  $< 27q^2$ .

La réduite de Descartes ne pouvant, dans les cas dont il  
 est ici question, avoir trois racines réelles & positives, puis-  
 que par hypothèse les quatre de la proposée ne sont pas  
 tout à la fois réelles, le P. Prestet prescrit d'examiner si cette

réduite auroit, ou deux racines imaginaires & une réelle positive, ou bien deux racines réelles négatives & une positive; car puisque son premier terme  $f^6$  & son dernier  $q^3$  ont des signes différens, elle ne sçauroit avoir une ou trois racines réelles négatives. Dans le premier cas la proposée devroit avoir deux racines réelles & deux imaginaires, & dans le second les quatre racines de la proposée devroient être tout à la fois imaginaires.

Qu'on se représente donc la transformée sans second terme de la réduite, ou la *préparée*; sçavoir,

$$\begin{aligned} y^3 * - \frac{1}{3} p^2 y - \frac{2}{27} p^3 &= 0, \\ - 4 s y + \frac{8}{3} p s & \\ - q^2 & \end{aligned}$$

& il sera aisé d'en conclurre pour condition du premier cas, ou bien que  $-\frac{1}{3} p^2 - 4 s$  soit une quantité positive (ce qui seroit d'abord impossible si  $s$  étoit positive), ou bien que le polynome dont nous avons parlé ci-dessus, & qui est un multiple de la différence du cube du tiers du premier coëfficient de cette transformée au quarré de la moitié de son second coëfficient, soit une quantité négative; & pour conditions du second cas, 1.<sup>o</sup> que  $-\frac{1}{3} p^2 - 4 s$  soit une quantité négative, 2.<sup>o</sup> que le polynome ci-dessus soit positif, 3.<sup>o</sup> ou bien que  $p$  soit positive, ou bien que  $p$  étant négative,  $p^2 - 4 s$  le soit aussi.

Je ne crois pas devoir m'arrêter autant que j'ai fait dans le cas des quatre racines réelles, sur les différences qui se trouvent entre les méthodes que le P. Prestet a données depuis long tems pour distinguer les cas de deux racines imaginaires & de quatre racines imaginaires, & celles que je viens de donner pour les mêmes effections; j'observerai seulement que si les résultats du P. Prestet & les miens sont un peu différens les uns des autres, cette différence ne doit point prévenir ni contre les règles du P. Prestet, ni contre les miennes. En effet, un préjugé pareil ne sçauroit être légitime qu'au cas que nos conditions fussent de véritables équations, au lieu



qu'elles ne sont (pour me servir de ces termes) que des excès ou des défauts dont la quantité n'est pas déterminée. On peut même dire qu'il étoit nécessaire que nous eussions le P. Prestet & moi au moins deux conditions différentes, puisqu'il ne fait usage d'aucune qui ne contienne que  $p$  &  $q$ , au lieu qu'en suivant ma théorie, j'emploie  $8p^3 > 27q^2$ , dont la vérité ne sçauroit être contestée, & qu'il faut qu'il supplée à cela en ajoutant aux conditions,  $p$  négative, &  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. positif, qui nous sont communes, une autre condition différente de celle que j'y ajoute aussi de mon côté. Aussi est-il très-vrai, je le répète, que les équations du 4.<sup>me</sup> degré ne sçauroient avoir ou quatre racines réelles ou deux racines réelles & deux imaginaires, ou enfin quatre racines imaginaires, qu'autant que toutes les conditions que donne le P. Prestet & que je donne moi-même pour ces trois cas, ont lieu (l'une de ces deux choses emportant nécessairement l'autre), & de plus, que lorsque l'une des conditions du P. Prestet ou l'une des miennes pour l'un de ces trois cas manque, ce cas en particulier ne sçauroit avoir lieu.

Pour déterminer maintenant le signe des deux racines réelles, lorsque la proposée n'en peut avoir que deux de cette espèce, j'observerai d'abord que dans ce cas les deux réelles seront évidemment, ou de signe différent, ou de même signe, selon que le dernier terme de la proposée sera, ou négatif, ou positif; mais dans ce dernier cas comment connoître si les deux racines réelles doivent être toutes deux positives, ou toutes deux négatives? il faut pour cela avoir recours à ma dernière règle (*Voy. ci-dessus, p. 470.*) qui nous apprendra que le signe de ces deux racines réelles doit être contraire à celui de la lettre  $q$ .

En effet il ne pourroit se présenter ici que deux cas tout au plus, sçavoir, que la première différentielle eût, ou bien trois racines réelles, ou bien deux racines imaginaires & une réelle. Le premier de ces deux cas doit être exclus; car,  $p$  étant alors nécessairement négative, il devroit donc y

avoir dans la première différentielle & des permanences d'un même signe & des variations de signes, c'est-à-dire, que cette première différentielle devoit avoir des racines de l'un & de l'autre signe; mais si la courbe parabolique qui ne peut avoir que trois *maximums* ou *minimums*, a deux *maximums* & un *minimum*, le *minimum* doit s'y trouver placé entre les deux *maximums*. Donc dans le cas dont nous parlons, les distances de l'origine aux deux *maximums* proprement dits seroient de signe différent. Donc à plus forte raison les distances de l'origine aux intersections de la courbe & de la ligne des  $x$  ou les deux racines réelles de la proposée devoient être de signe différent. Donc il n'est pas possible dans ce cas que les deux racines réelles soient de même signe, & ainsi il ne faut pas y faire attention maintenant.

Dans le second cas, qui est, comme on voit, le seul qu'il faille considérer, & où la première différentielle est supposée avoir deux racines imaginaires, il est évident que la seule racine réelle qu'elle a, & qui désigne nécessairement un *maximum* proprement dit, doit être du signe contraire à celui de  $q$ . Donc à plus forte raison l'une des racines réelles de la proposée doit être du signe contraire à celui de  $q$ . Donc puisque les deux racines sont supposées de même signe, ou que  $s$  est supposée positive, ces deux racines doivent être l'une & l'autre du signe contraire à celui de  $q$  . . . . .  
C. Q. F. D.

Cette proposition se démontreroit aussi fort facilement par les principes des PP. Prestet & Reyneau. En effet la proposée se formeroit alors de  $x \pm i \pm k \sqrt{-1} = 0$ ,  $x \pm i - k \sqrt{-1} = 0$ ,  $x \mp i + l = 0$ ,  $x \mp i - l = 0$ , &  $l$  devoit être supposée plus petite que  $i$ . Or le coefficient  $\mp 2i \times (ll + kk)$ , qui, selon cette formation, représenteroit  $q$ , seroit, ou négatif, ou positif, selon qu'il y auroit eu, ou  $-i$ , ou  $+i$ , dans les deux équations simples réelles, c'est-à-dire, selon que les racines de ces équations

équations simples réelles seroient ou positives ou négatives. Donc... &c.

Je dois ajouter ici que les démonstrations du P. Prestet, même en y joignant celle de l'un des deux principes qu'il avoit supposés, ne paroissent quelquefois un peu plus simples que les miennes, qu'à cause qu'elles sont déduites des propriétés des équations du 4.<sup>me</sup> degré, au lieu que les miennes ne sont autre chose qu'un cas particulier d'une théorie générale, lequel se trouve par des circonstances qui lui sont propres, susceptible de quelque simplification.

Pour mieux faire sentir cette vérité, je donnerai en finissant ce mémoire, une méthode pour déterminer le nombre des racines, tirée, comme la précédente, de la considération des courbes paraboliques, mais particulière au 4.<sup>me</sup> degré, qui par cette raison sera plus simple que celle que je viens d'expliquer, & qui me conduira à des résultats conformes aux règles du P. Prestet.

Soit décrite (*Fig. 9 & 10.*) la courbe qui est le lieu de cette équation  $y = x^4 + px^2 + qx + s$ . Il est facile d'apercevoir en premier lieu que la distance de l'origine au sommet de la directrice des  $y$  doit être égale à  $s$ . En second lieu, que si l'on changeoit la direction des  $x$ , & qu'on les prit parallèles à la tangente de ce sommet, chaque  $x$  seroit alors divisée en des portions égales à droite & à gauche par la directrice des  $y$ ; d'où il s'ensuit que la directrice des  $y$  divise la courbe en deux portions situées, l'une à sa droite, l'autre à sa gauche, parfaitement semblables l'une à l'autre. En troisième lieu, qu'il ne peut y avoir que deux inflexions dans la courbe, & qu'il y en aura deux, ou qu'il n'y en aura point du tout, selon que  $p$  sera positive ou négative. En effet, si l'on suppose  $ddy = 0$ , il viendra  $xx = -\frac{1}{2}p$ .

Donc puisque la courbe n'a d'ailleurs que deux branches infinies, dont la dernière direction est la même, & qui vont en même sens, elle ne pourra être que de l'une des deux formes qui sont représentées dans les Figures 9 & 10.

PREMIER CAS, où l'on suppose  $p$  négative, & où la courbe est semblable à celle de la Fig. 9.

1.<sup>o</sup> La distance de l'origine à la rencontre  $Y$  des tangentes des points d'inflexion avec l'axe, sera évidemment égale à  $s + \frac{1}{12}pp$ , & par conséquent la distance du sommet à ce même point  $Y$  sera égale à  $\frac{1}{12}pp$ : de même la distance de l'origine à la rencontre  $T$  de l'axe & de la double tangente  $GTF$  des deux extrémités  $G$  &  $F$  de la courbe, sera égale à  $s - \frac{1}{4}pp$  (cette double tangente  $GTF$  étant nécessairement parallèle à celle du point  $S$ ).

2.<sup>o</sup> Toute droite qui croîsera l'axe au dessous de  $Y$  en  $V$ , ne pourra rencontrer la courbe qu'en deux points, situés l'un à droite & l'autre à gauche du point  $V$ , & ainsi on ne pourra imaginer aucune tangente de la courbe qui passe par le point  $V$ .

Mais les droites qui croîseront l'axe entre  $S$  &  $Y$  en  $O$  pourront rencontrer la courbe en deux ou en quatre points, selon qu'elles seront, ou extérieures aux deux tangentes qu'on peut mener du point  $O$  & d'un même côté à la courbe, ou comprises entre ces deux tangentes, & dans ce dernier cas il y aura trois intersections d'un côté de l'axe & une de l'autre côté.

Pour les droites qui croîseroient l'axe entre  $S$  &  $T$  en  $\sigma$ , elles rencontreroient la courbe en deux ou en quatre points situés moitié d'un côté de la courbe, moitié de l'autre, selon qu'elles seroient ou tout à la fois inférieures aux deux tangentes menées du point  $\sigma$  à la courbe, ou supérieures à l'une de ces tangentes.

Enfin les droites qui couperont l'axe au dessus de  $T$  en  $\omega$ , ou bien rencontreront la courbe en deux points situés d'un même côté de l'axe, ou bien ne la rencontreront point du tout, selon qu'elles seront inférieures à l'une des tangentes menées du point  $\omega$ , ou qu'elles seront tout à la fois supérieures à ces deux tangentes.

Supposant ces propriétés, dont on pourroit donner facilement la démonstration, en employant les principes que j'ai

Établis dans les usages de l'Analyse de Descartes, imaginons deux triangles, dont les trois côtés soient supposés pour le premier dans la direction des  $y$ , dans la direction des  $x$  & dans celle de la tangente au sommet, que j'appellerai la *direction des abscisses principales*, & pour le second dans la direction de la ligne des  $y$ , dans la direction d'une quelconque des tangentes qui passe par l'origine & dans la direction des mêmes abscisses principales. Soient de plus les trois côtés de ces deux triangles nommés respectivement  $n, m, l$ , &  $\nu, \mu, \iota$ , & en appliquant encore ici les principes du Livre dont je viens de parler, 1.<sup>o</sup> on verra facilement que  $\frac{n\nu}{m\mu}$  doit être égal à  $qq$ . 2.<sup>o</sup> Par la résolution d'une équation du 2.<sup>d</sup> degré seulement, qui, si on y changeoit  $\frac{1}{\mu}$  en  $q$ , ne seroit autre chose que le polynome  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. égalé à zéro & ordonné par rapport à  $q^2$ , on trouveroit que  $\frac{\nu\nu}{\mu\mu}$  doit être égal à  $\frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) \pm (pp \pm 12s) \cdot \sqrt{(pp \pm 12s)} ]$ .

Or il s'ensuit de tout cela 1.<sup>o</sup> que si  $s$  est négative, & plus grande que  $\frac{1}{12}pp$ , c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en  $V$  au dessous de la rencontre  $Y$  de l'axe & des deux tangentes des points d'inflexion, la proposée aura alors nécessairement deux racines réelles & deux imaginaires.

2.<sup>o</sup> Si  $s$  est négative, mais plus petite que  $\frac{1}{12}pp$ , c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en  $O$  entre la rencontre  $Y$  de l'axe & des deux tangentes aux points d'inflexion, & le sommet  $T$ , & s'il arrive de plus que  $qq$  soit ou plus grande que  $\frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) \pm (pp \pm 12s) \cdot \sqrt{(pp \pm 12s)} ]$ , ou plus petite que  $\frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) - (pp \pm 12s) \cdot \sqrt{(pp \pm 12s)} ]$ , expressions qui seront nécessairement toutes deux réelles & positives, alors la proposée aura deux racines réelles & deux imaginaires; mais si la valeur de  $qq$  se trouve être plus petite que  $\frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) \pm (pp \pm 12s) \cdot \sqrt{(pp \pm 12s)} ]$ , &

Q q q ij

plus grande que  $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) - (pp + 12s) \cdot \sqrt{(pp + 12s)}]$ , la proposée ne pourra manquer alors d'avoir quatre racines réelles.

3.° Si  $s$  est positive & plus petite que  $\frac{1}{4}pp$ , c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en  $o$  entre le sommet  $S$  & la rencontre  $T$  de l'axe & de la double tangente  $GTF$  aux deux extrémités  $G$  &  $F$  de la courbe, en ce cas, selon que  $qq$  sera ou plus petite ou plus grande que  $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \sqrt{(pp + 12s)}]$ , qui est la seule valeur de  $\frac{vv}{\mu\mu}$  qui se trouve alors positive, la proposée aura dans ces deux hypothèses, ou quatre racines réelles, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires.

4.° Enfin si  $s$  est positive & plus grande que  $\frac{1}{4}pp$ , c'est-à-dire, si l'origine est située en  $\omega$  au dessus de  $T$ , la proposée aura, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, selon que  $qq$  sera ou plus grande ou plus petite que la même quantité que nous venons de rapporter, savoir  $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \sqrt{(pp + 12s)}]$ , qui est encore en ce cas la seule valeur de  $\frac{vv}{\mu\mu}$  qui se trouve être positive.

SECOND CAS, où l'on suppose  $p$  positive, & où par conséquent la courbe est sans inflexions, & semblable à celle de la Figure 10.

En ce cas où il y a nécessairement dans la proposée au moins deux racines imaginaires, 1.° si  $s$  est négative, la proposée aura deux racines réelles & deux imaginaires.

2.° Mais si  $s$  est positive, la proposée aura ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, selon que  $qq$  sera, ou plus grande, ou plus petite que  $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \sqrt{(pp + 12s)}]$ , qui est encore en ce cas la seule valeur de  $\frac{vv}{\mu\mu}$  qui se trouve positive.

Il est évident par le détail où nous venons d'entrer, que

les conditions que nous donne cette méthode, ne diffèrent de celles du Père Prestet qu'en ce qu'au lieu de supposer le polynome  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. positif ou négatif, nous avons supposé ici le carré  $qq$  tantôt plus petit, tantôt plus grand que l'expression  $\frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) \dots \&c. ]$ . Or puisque  $qq$  moins cette expression est la racine de  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. égalé à zéro, & ordonné par rapport à  $q^2$ , il s'ensuit de-là que ces deux suppositions doivent être équivalentes. Il n'est que le seul cas de  $p$  &  $s$  négatives &  $s < \frac{1}{12}pp$  qui pût faire quelque difficulté, parce qu'on a vû qu'alors  $qq$  devoit avoir une valeur moyenne entre les deux expressions irrationnelles : mais aussi en ce cas  $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \dots$  &c. donne également  $[ \pm qq \pm \frac{2}{27}p \cdot (pp - 36s) ]^2 < \frac{4}{729}(pp - 12s)^3$ . Or le premier cas emporte  $qq < \frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) + (pp - 12s)^{\frac{3}{2}} ]$ , & le second  $qq > \frac{2}{27} \times [ -p \cdot (pp - 36s) - (pp - 12s)^{\frac{3}{2}} ]$ .

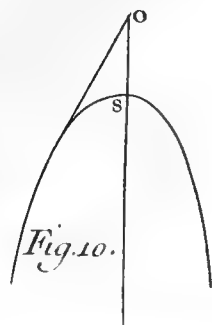
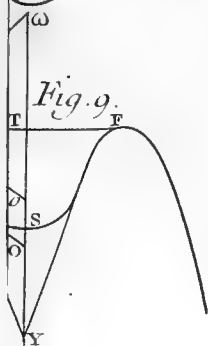
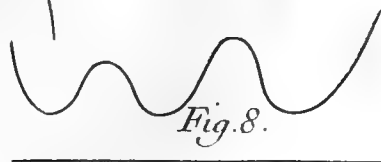
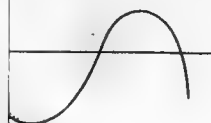
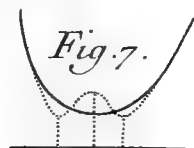
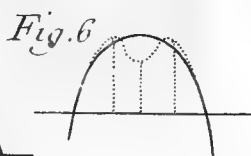
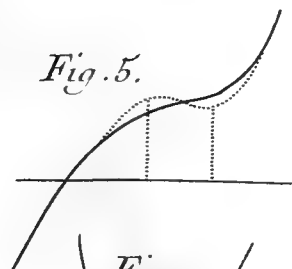
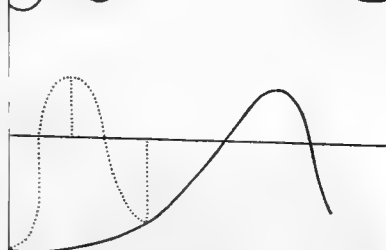
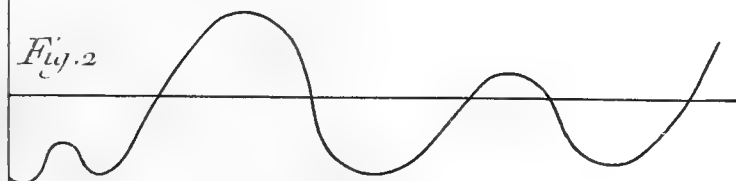
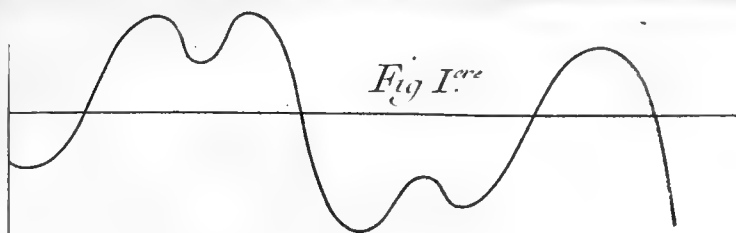
Il est facile au reste d'appercevoir que la considération des courbes des Figures 9 & 10, pourroit encore nous fournir des moyens de distinguer parmi les racines réelles combien il y en a de positives & de négatives; mais nous ne trouverions rien de plus simple là-dessus que ce que nous avons déjà établi, sçavoir, que si les racines étoient toutes réelles, la règle de Descartes feroit connoître le nombre des positives ou des négatives, que s'il n'y en avoit que deux de réelles, elles feroient ou de signes différens ou de même signe, selon que  $s$  seroit négative ou positive, & qu'enfin dans ce dernier cas le signe commun aux deux racines réelles seroit contraire à celui de  $q$ .

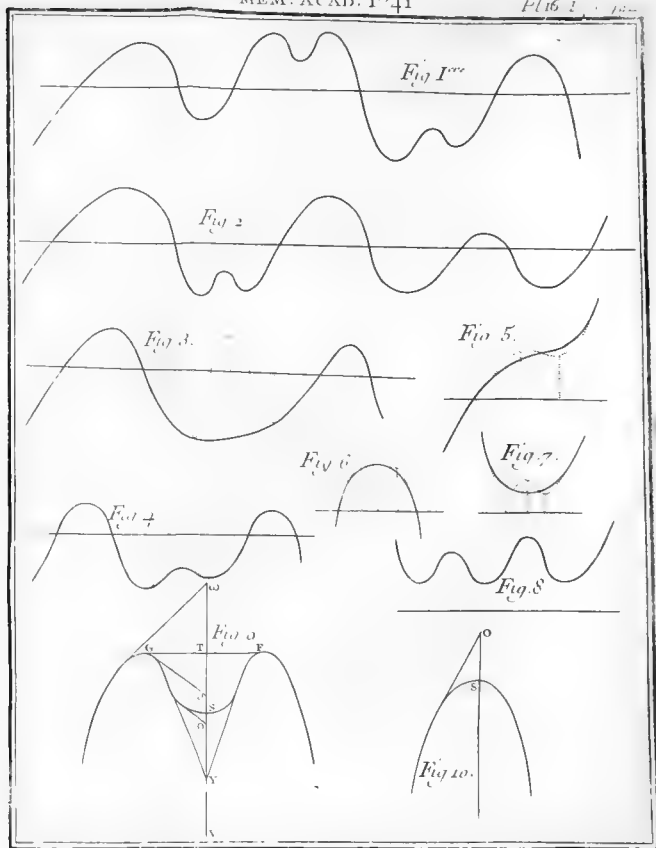
Je ne vois donc point qu'il puisse me rester maintenant autre chose, sinon à faire voir, comme je l'ai annoncé plus haut, que ce seroit s'abuser que de prétendre trouver dans Harriot des principes suffisans pour déterminer le nombre des racines dans les équations de degrés supérieurs au troisième; or après toutes les observations que ce Mémoire

494 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 contient, je pense, malgré l'autorité de Wallis (*Voyez le 2.<sup>d</sup> vol. de ses œuvres, page 171*), qu'il suffira pour cela de mettre ici sous les yeux des lecteurs les paroles mêmes d'Harriot: *Dux æquationes, dit-il au commencement de la cinquième section, similiter graduatæ & similiter affectæ, quarum coëfficiens vel coëfficientia, si plura sint, & homogeneum datum unius, coëfficienti, vel coëfficientibus, & homogeneo dato alterius, in simplici inæqualitatis, majoritatis scilicet & minoritatis, habitudine conformia sunt, æquipollentes in sequentibus appellandæ sunt, quod sic rursus interpretandum est, quasi æquali radicum numero pollentes....* & il ajoûte ensuite..... *in conformitate igitur inter æquationum communium & canonicarum coëfficientia & homogenea data instituéndâ, æquationum communium coëfficientia & homogenea formali canonicarum partitioni similiter partienda sunt, & similes utrinque partes sumendæ, servatâ, in partium habitudine æstimandâ, homogeniæ lege.*









## OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES

FAITES A L'OBSERVATOIRE ROYAL

PENDANT L'ANNEE M. DCCXLI.

Par M. MARALDI.

*Observations sur la quantité de la Pluie.*

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
<b>E</b> N Janvier..	1	1 $\frac{2}{6}$	En Juillet .....	2	9
Février.....	0	8 $\frac{2}{6}$	Août.....	0	9 $\frac{1}{6}$
Mars.....	0	3 $\frac{5}{6}$	Septembre..	2	5 $\frac{5}{6}$
Avril.....	0	2	Octobre....	0	7
Mai.....	1	3 $\frac{1}{6}$	Novembre..	0	8 $\frac{2}{6}$
Juin.....	1	4	Décembre... 0	8	
	4	10 $\frac{4}{6}$		7	11 $\frac{3}{6}$

La quantité de la pluie tombée à l'Observatoire en 1741 a donc été de 12 pouc. 10 lign. ce qui marque une année sèche. La pluie tombée dans les six premiers mois n'a été que de 4 pouc. 10 lign.  $\frac{2}{3}$ , & celle des six derniers mois a été de 7 pouces 11 lignes  $\frac{1}{3}$ .

La pluie du mois d'Avril qui contribue beaucoup à l'abondance des foin, n'a été que de 2 lignes. En effet la récolte en a été très-médiocre, mais elle a été un peu réparée par les regains qu'on a faits en automne, & qui sont venus après la pluie du mois de Septembre.

*Sur le Thermomètre.*

Le froid de l'hiver de 1741 n'a pas été grand. La liqueur de l'ancien Thermomètre est descendue le 26 de Janvier par un tems serein & calme à 18 parties; celle du Thermomètre de M. de Reaumur, qui est à côté de celui-ci, à 7<sup>d</sup>, & celle de l'autre, qui est exposé au nord au dehors de la Tour, à 8<sup>d</sup>.

Le premier avoit été à  $23^{\text{d}} \frac{1}{2}$  le 25 de Janvier par un tems demi-couvert & un grand vent de nord-nord-est, & celui de M. de Reaumur, exposé en dehors, à  $5^{\text{d}}$ . Ces Thermomètres ont à peine marqué la congélation pendant les mois de Février, de Mars & d'Avril, de sorte que les Arbres fruitiers & la Vigne étoient fort avancés à la fin d'Avril, & une petite gelée qui est venue la nuit du 30 d'Avril au 1.<sup>er</sup> de Mai & la nuit suivante, les a beaucoup endommagés.

Les mêmes Thermomètres ont marqué la plus grande chaleur de l'été le 7 & le 8 d'Août, car le premier de ces Thermomètres qui le matin du 7 d'Août vers le lever du Soleil, étoit à  $61^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , est monté après midi à  $73 \frac{1}{3}$ ; celui de M. de Reaumur, exposé en dehors, à  $24 \frac{1}{3}$ , & le 8 d'Août après-midi ils étoient, l'un à  $75^{\text{d}} \frac{1}{2}$ , & l'autre à  $27^{\text{d}}$ .

### *Sur le Baromètre.*

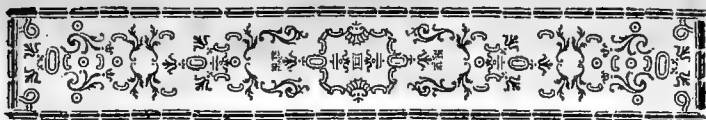
Le mercure du Baromètre s'est soutenu à une grande hauteur pendant toute l'année 1741; il a été à 28 pouc. 7 lign. le 18 Février, & à 28 pouc. 6 lign.  $\frac{1}{2}$  le 23 Novembre, par un grand brouillard. Il a été plusieurs fois à 28 pouc. 6 lign. par différens tems; sçavoir, le 13 & le 14 de Février par un tems couvert & un petit vent de sud-est, le 19 du même mois par un grand brouillard, les 11, 12, 13 & 18 de Mars par un tems serein & un vent de nord-nord-est, les 23, 24 & 25 d'Avril par un tems serein & un vent de nord-ouest, les 22, 23 & 26 novembre par un grand brouillard, enfin le 11 de Décembre par un grand brouillard. Sa moindre hauteur a été à 27 pouc. 5 lign.  $\frac{3}{4}$  le 19 Septembre, & à 27 pouc. 6 lign.  $\frac{1}{2}$  le 20 du même mois par un tems pluvieux.

### *Déclinaison de l'Aiguille aimantée.*

J'ai observé plusieurs fois pendant l'année 1741 la déclinaison de l'Aiman avec une aiguille de 12 pouces, & je l'ai trouvée de  $15^{\text{d}} 35$  ou  $40'$  vers le nord-ouest.



MESSIEURS



# MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences établie à Montpellier, ont  
envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour  
entretenir l'union intime qui doit être entre  
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux  
termes des Statuts accordés par le Roi au mois  
de Février 1706.*

## MEMOIRE SUR UN FŒTUS MONSTRUEUX.

*Par M. GOURRAIGNE.*

**L**E sieur Birouste Maître Chirurgien de Saint-Jean-de-Fos, fut appelé le 28 Février 1739 à Montpeyroux, diocèse de Lodève, pour y accoucher la femme d'Etienne Jourdan; il ne l'eut pas plutôt délivrée d'un Fœtus avec son arrière-faix, que le pied d'un autre se présenta: cet Accoucheur essaya de le tirer; n'ayant pu y réussir, il l'arracha mort avec un crochet.

Le premier Fœtus avoit la grandeur & la grosseur naturelles, la couleur du placenta étoit aussi naturelle, & il pesoit 39 onces. Il manquoit au second Fœtus presque la moitié du corps, son placenta étoit blanc, & ne pesoit qu'7 onces. La mère fut bien tôt rétablie de ses couches, & elle jouit d'une bonne santé.

*Mem. 1741.*

Rrr

Le sieur Birouste porta ce second fœtus à M. de Bernage alors Intendant de cette province, & Président la même année de la Société, qui l'envoya à la Compagnie, & fut présent à l'ouverture qui en fut faite à l'Assemblée du jeudi 9 Avril, afin qu'on examinât avec plus d'exactitude, tant les parties internes, que les externes de ce Monstre. La Société me chargea d'en faire la dissection.

Je rapporte dans ce Mémoire ce que je trouvai de particulier dans ce Monstre, & que je fis voir à la Compagnie.

Ce Monstre n'étoit guère différent que par le sexe, de celui qui naquit à Bologne au mois d'Avril de l'année 1720, dont on trouve la description & la figure parmi les œuvres de Valisneri (*vol. 2. part. 3. chap. 2.*) Le notre étoit un fœtus mâle, dont il ne restoit qu'un peu plus de la moitié du corps, sçavoir, les deux extrémités inférieures & une partie du tronc, qui finissoit en cone fort émoussé, à 2 pouces ou environ au dessus de l'ombilic. Entre cette extrémité & l'ombilic il y avoit une petite masse de chair de 27 lignes de contour à sa base, sur 3 lignes de hauteur, couverte de cheveux aussi épais & aussi longs, qu'ils le sont à la tête d'un enfant qui vient de naître.

Ce qui restoit de ce fœtus avoit 8 pouces 7 lignes de longueur; depuis l'extrémité du cone jusqu'à l'ombilic, 23 lignes; de l'ombilic à la partie inférieure du pubis, 2 pouces  $\frac{1}{2}$ , & chaque extrémité inférieure avoit 4 pouces.

Le contour du corps au dessus de l'ombilic étoit de 11 pouces, & au dessous de 14; celui de la cuisse étoit de 6, & celui de la jambe de 4.

Les pieds étoient de la grandeur ordinaire aux enfans qui viennent de naître; le gauche étoit tourné en dedans, & le droit en dehors.

Le gros orteil & les deux suivans étoient séparés, les deux autres ne paroissoient point au pied droit, au pied gauche ils n'étoient marqués que par une espèce de rainure d'environ le tiers d'une ligne de profondeur.

Le cordon ombilical avoit la grosseur & la longueur

naturelles; je trouvai à sa surface extérieure près de l'ombilic, un corps glanduleux de couleur grisâtre, & de la grosseur d'un gros pois.

La verge & le scrotum étoient en place, ayant leur grandeur ordinaire; je n'y trouvai point de testicules.

L'anus étoit ouvert.

Après avoir considéré ce monstre dans ses parties extérieures & en avoir pris toutes les dimensions, j'examinai avec la même attention les intérieures.

Après avoir ouvert suivant toute sa longueur ce qui restoit du bas ventre, je n'y vis ni foie, ni rate, ni épiploon, ni estomac, ni mézentère, ni pancréas, ni aorte, ni veine-cave. Pour m'assurer s'il ne restoit pas quelque portion des intestins, j'introduisis une sonde dans l'anus, que je portai sans résistance tout le long de la partie antérieure du corps des vertèbres; la sonde s'étant arrêtée, je fis une incision sur son extrémité, que je continuai de haut en bas, & par là je découvris tout le rectum & une petite partie du colon, qui tous ensemble avoient environ 8 pouces de longueur & 4 lignes de diamètre: les parois de ces intestins étoient fort minces & fort unies intérieurement. Ce conduit étoit fermé à sa partie supérieure, par l'adossément & l'union des membranes dont il étoit composé, & par l'autre extrémité il se terminoit à l'anus. Ces intestins étoient attachés suivant toute leur longueur & par leur partie postérieure, au corps des vertèbres, par le moyen d'un tissu cellulaire; le reste étoit engagé dans une espèce de membrane fort spongieuse.

Aux deux côtés & vers la partie supérieure de ces intestins je trouvai un petit corps rouge de figure d'un haricot, de 5 lignes de longueur & d'une ligne  $\frac{1}{2}$  de largeur, sur  $\frac{2}{3}$  de ligne d'épaisseur. Celui du côté gauche étoit placé environ 2 lignes  $\frac{1}{2}$  plus bas que celui du côté droit.

Ne doutant point que ces deux corps ne fussent les reins, je disséquai un corps spongieux qui étoit entr'eux & la vessie, pour découvrir les uretères, que je trouvai un de chaque côté engagés dans ce corps spongieux, qui partant de la partie

concave de ces reins, alloient chacun s'ouvrir à la même hauteur, dans la partie la plus large de la vessie. L'uretère droit avoit environ 15 lignes de longueur, & le gauche un peu moins de 13.

Les petits reins, outre leur membrane propre, étoient encore couverts de la membrane adipeuse, mais beaucoup moins graisseuse que dans l'état naturel; car je n'y trouvai que quelques petits pelotons de graisse, le reste étant simplement membraneux. Je ne trouvai point de reins succenturiaux, ni de testicules, quelques recherches que j'aie faites dans les aines & par-tout ailleurs.

La vessie étoit dans sa situation naturelle, mais d'une figure extraordinaire; ses parois étoient fort épaisses, sa surface intérieure fort ridée, & sa cavité fort petite: vers son milieu & en montant elle se rétrécissoit & finissoit dans l'ouraque, que nous fîmes voir creux dans presque toute sa longueur, mais dont la cavité diminueoit peu à peu jusqu'à un pouce de l'ombilic, où il ne paroissoit être que ligamenteux.

Je découvris sans dissection quelques vaisseaux dans le bas ventre. Pour m'assurer de leur origine & des endroits où ils alloient se distribuer, j'ouvris le cordon ombilical suivant toute sa longueur, & j'y trouvai sans autre préparation sa veine & les deux artères ombilicales, dont la situation & la grosseur étoient presque naturelles.

La veine ombilicale ayant fait environ demi-pouce de chemin en jettant quelques rameaux dans le bas ventre, se divisoit en deux branches, dont l'une alloit du côté droit & l'autre du côté gauche, jettant aussi de petits rameaux. Ces deux branches maîtresses parvenues vers la partie inférieure & latérale du corps des dernières vertèbres des lombes, se divisoient en plusieurs autres branches plus petites, dont les unes alloient en haut, les autres vers le milieu du corps, & les autres du côté de la vessie: ces dernières après avoir jetté plusieurs rameaux dans le bassin, qui alloient se perdre dans la partie inférieure de la vessie & du rectum, se divisoient encore en plusieurs autres branches. Trois des plus petites



sortoient du bas ventre à l'endroit par où passent le nerf, l'artère & la veine crurales : ces mêmes veines ne passoient pas le genou, & jettoient en descendant quelques rameaux qui alloient se perdre dans les chairs voisines. Les autres branches au nombre de deux, plus grosses que les précédentes, après avoir donné quelques petits rameaux, sortoient de chaque côté du bassin avec le nerf sciatique. Chacune de ces branches se partageoit en plusieurs autres, qui accompagnant les divisions des nerfs sciatiques, alloient dans toutes les chairs de la cuisse, & sur-tout à sa partie postérieure, dans toute la jambe, & se perdoient dans le pied.

Les artères ombilicales se divisoient à peu-près de même que les deux maîtresses branches de la veine ombilicale par des ramifications qui suivoient aussi les mêmes routes, & dont les extrémités, ainsi que celles des veines, se perdoient dans les chairs & dans la peau.

Il ne restoit de l'épine que les quatre vertèbres inférieures des lombes, avec la moitié de la première & tout l'os sacrum. Ce reste de la première étoit solide; pour sçavoir s'il en étoit de même des autres, je la brisai, & par là je découvris le canal spinal, qui étoit entièrement fermé par la moitié de la première vertèbre.

La moëlle qui étoit enfermée dans ce canal, avoit sa grosseur ordinaire enveloppée dans ses membranes. Il partoît de cette moëlle le même nombre de nerfs, & aussi gros que dans l'état naturel, qui alloient se distribuer aux parties qui étoient restées dans le bas ventre, aux chairs & aux tégumens.

A la faveur d'un petit trou que je découvris dans la petite masse de chair couverte de cheveux, & située entre l'extrémité supérieure de ce monstre & son ombilic, j'introduisis un stylet sur lequel j'incisai, & je fis voir que ce conduit qui avoit environ 2 lignes de longueur, se terminoit dans un espace vuide presque rond, de 2 lignes de diamètre, formé par deux petits os fort spongieux & un peu convexes, tapissés intérieurement d'une forte membrane. Ce conduit s'ouvroit en dehors, ainsi l'espace vuide où il se terminoit, n'avoit

502 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
aucune communication avec les autres parties du corps.

La peau de tout ce Monstre étoit fort épaisse & toute oedémateuse, les chairs des extrémités étoient blancheâtres & abreuvées d'une lympe épaisse, & presque toutes confondues; je séparai seulement & avec peine la partie membraneuse du *fascia lata*, & les muscles jumeaux & le plantaire, dont je continuai le tendon jusqu'à son insertion à la partie postérieure du *calcaneum*.

Je fis voir quelques pelotons de graisse fort jaune sur les muscles fessiers.

Il n'y avoit point de muscles à l'abdomen, tout le bas ventre n'étoit couvert que d'une peau fort épaisse & spongieuse.

Les vertèbres & tous les os des cuisses, des jambes & des pieds, étoient beaucoup moins durs qu'ils ne le sont dans un enfant qui vient de naître.

Je finis la description de ce Monstre, en faisant observer que quoique la peau en parût fort ridée, sur-tout aux extrémités, elle avoit été unie, de même qu'elle l'est dans l'état naturel, & que les rides qu'on y voyoit, venoient de l'esprit de Vin dans lequel on tenoit ce Monstre depuis un mois ou environ.

J'ai fait dessiner ce Monstre entier, & tel qu'il étoit quand on nous l'apporta. *Voyez la Planche première.*

La seconde Planche représente ce Monstre avec les principales parties qu'on y a trouvées; pour éviter la confusion on n'a dessiné que celles qui étoient contre nature.

J'ai cru qu'il étoit inutile de faire dessiner les divisions & les rameaux de la veine & des artères ombilicales qui se distribuoient dans les extrémités, les ayant fait voir à la Compagnie.

## EXPLICATION DES FIGURES.

### PLANCHE PREMIERE.

CETTE Planche représente le Monstre entier, & tel qu'il étoit quand on nous le remit.

## PLANCHE II.

- A*, l'ombilic.  
*B*, le cordon ombilical.  
*C*, la veine ombilicale.  
*DD*, les artères ombilicales.  
*1, 1*, rameaux de la veine ombilicale avant sa division.  
*EE*, branches maîtresses de la veine ombilicale.  
*x*, branche droite coupée.  
*2, 2*, premières branches de la branche maîtresse gauche de la veine ombilicale, qui vont en partie en haut, & qui avec les rameaux *1, 1*, se distribuent aux parties supérieures du monstre; les autres, avec les rameaux supérieurs de la branche *3*, aux parties moyennes.  
*4, 4*, rameaux qui vont aux parties inférieures & latérales du bas ventre.  
*5*, autre branche de la veine ombilicale, dont les rameaux *6, 6, 6*, sortent du bas ventre avec le nerf, l'artère & la veine crurales, & vont se distribuer aux parties antérieure & intérieure de la cuisse.  
*7, 7, 7*, rameaux de la même branche *5*, qui vont au rectum & à la vessie.  
*8, 8*, rameaux qui sortent du bassin avec le nerf sciatique, & vont se distribuer à la cuisse, à la jambe & au pied.  
*9*, les artères ombilicales *DD*, dont les divisions sont à peu près semblables à celles des deux branches maîtresses de la veine ombilicale.  
*xx*, l'artère ombilicale gauche coupée.  
*F*, la vessie.  
*G*, l'ouraqué.  
*HH*, les reins.  
*II*, les uretères.  
*KK*, le rectum avec une partie du colon.  
*LL*, les vertèbres des lombes.

FIN.

---

Fautes à corriger dans les Mémoires.

Page 469, ligne 33, *lisés*, Fig. 8, au lieu de Fig. 3.

Page 471, ligne 21, *lisés*, Reg. 4, au lieu de Fig. 4.



THE [illegible] OF [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

